Conducteurs en équilibre électrostatique
(Chapitre 2)

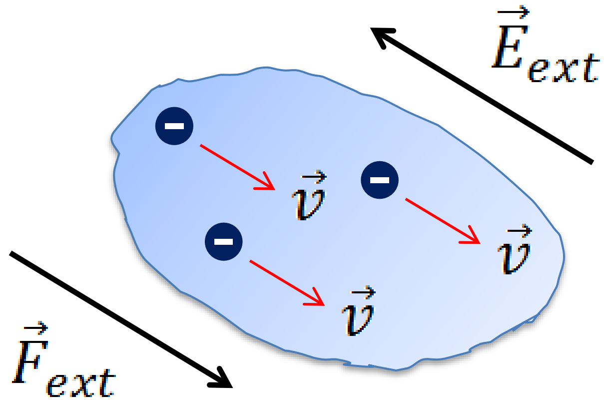
Physique 2

H. Latelli
Département de physique
Laboratoire de Physique et Chimie des Matériaux
Equipe: Modélisation et Simulation des Matériaux

1. Introduction

a) Conducteur

$$\vec{v} = -\mu \, \vec{E}_{ext}$$



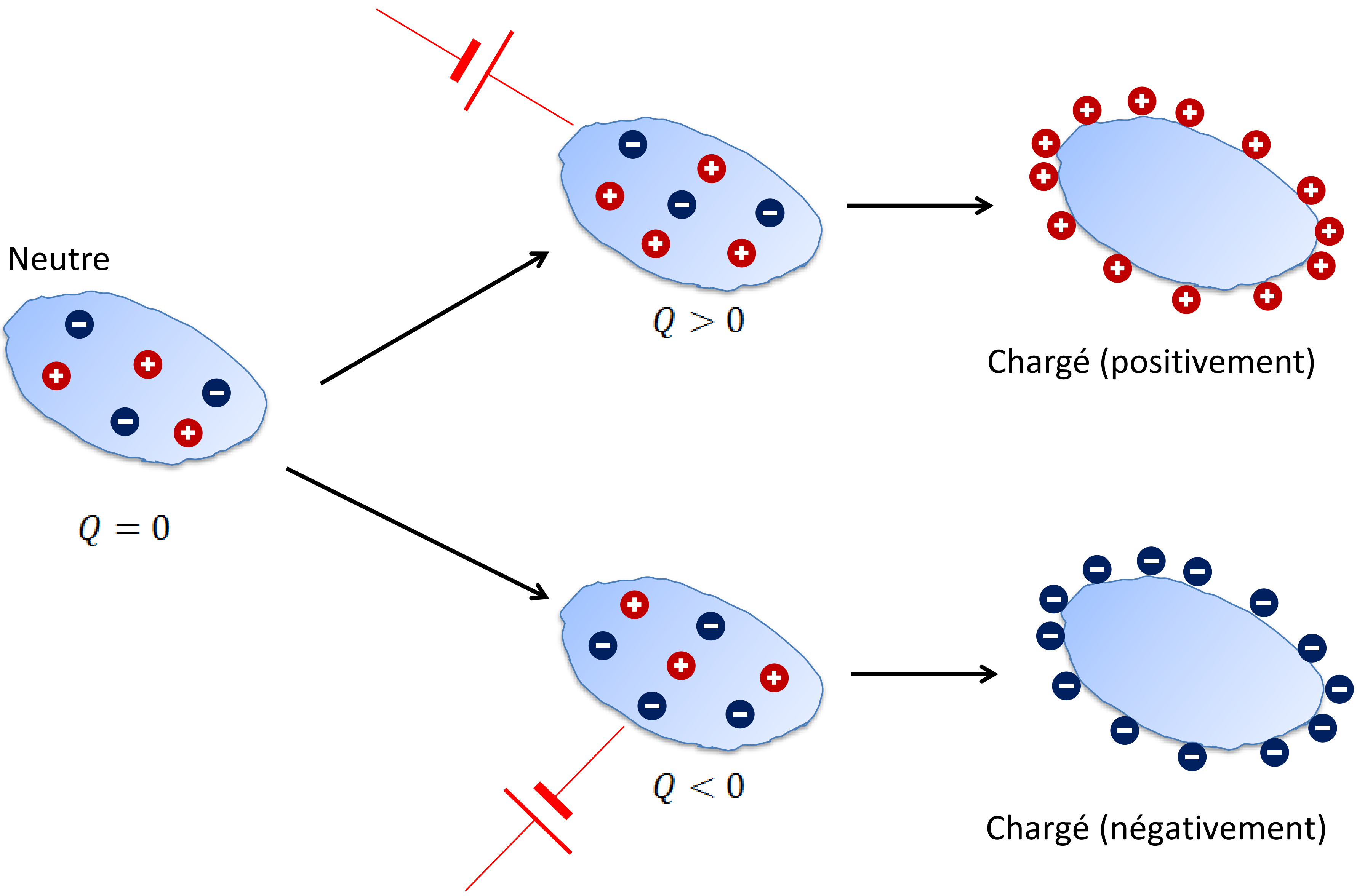
$$\vec{F}_{ext} = q \, \vec{E}_{ext}$$

b) Conducteur en équilibre

Un conducteur est dit en équilibre si toutes ses charges son immobiles.

$$\vec{F}_{int} = \vec{0}$$

Conducteurs en équilibre électrostatique



Conducteurs en équilibre électrostatique

2. Propriétés des conducteurs en équilibre

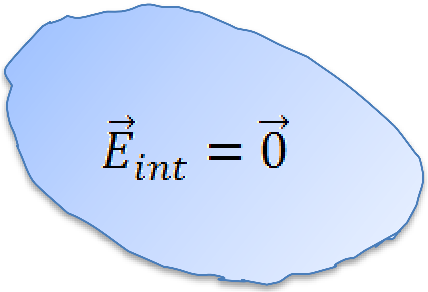
a) Propriété 1

Le champ électrique à l'intérieur d'un conducteur en équilibre est nul.

Dim :

A l'équilibre : $\vec{F}_{int} = \vec{0}$

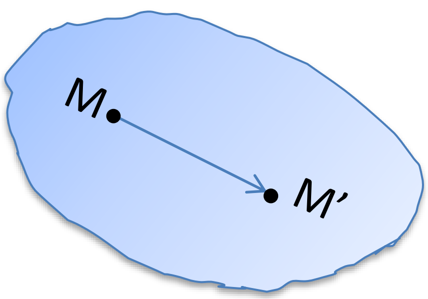
Sachant que : $\vec{F}_{int} = q\,\vec{E}_{int} \rightarrow \boxed{\vec{E}_{int} = \vec{0}}$



b) Propriété 2

Un conducteur en équilibre constitue un volume équipotentiel.

Dim :



$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{dl} \qquad dV_{int} = -\vec{E}_{int}\overrightarrow{dl}$$

$$\vec{E}_{int} = \vec{0} \rightarrow dV_{int} = 0 \rightarrow \boxed{V_{int} = Cste}$$

c) Propriété 3

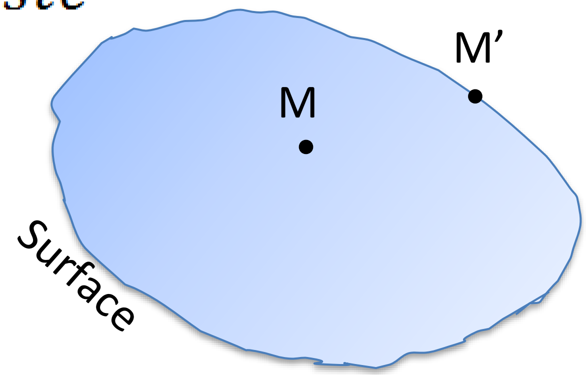
Un conducteur en équilibre constitue une surface équipotentielle.

Dim :

Sachant que le potentiel est une fonction continue.

$$V(M) = V(M')$$

$$V(M) = V_{int} = Cste$$



$$V(M') = \boxed{V_{sur} = Cste}$$

d) Propriété 4

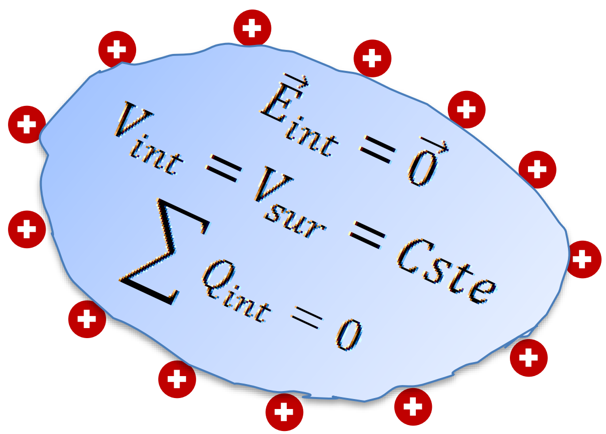
La charge totale est nulle en toute région **interne** du conducteur en équilibre.

Dim : D'après le théorème de Gauss :

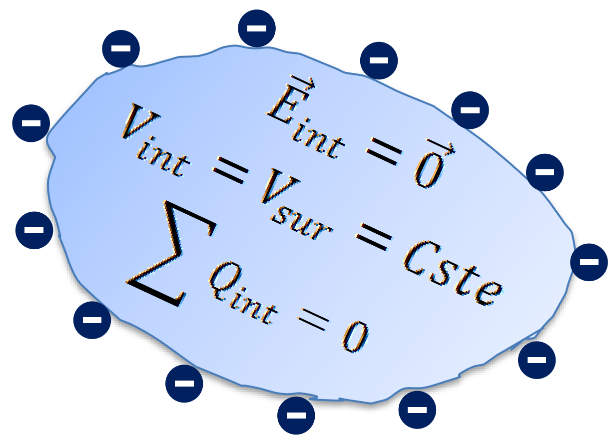
$$\oiint_{S_G} \vec{E}_{int}\,\vec{n}\,dS_G = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum Q_{int} \qquad \vec{E}_{int} = \vec{0} \rightarrow \boxed{\sum Q_{int} = 0}$$

$$(Q^{+}_{int} = Q^{-}_{int})$$

En réalité les charges se répartissent sur la surface externe du conducteur



$Q > 0$



$Q < 0$

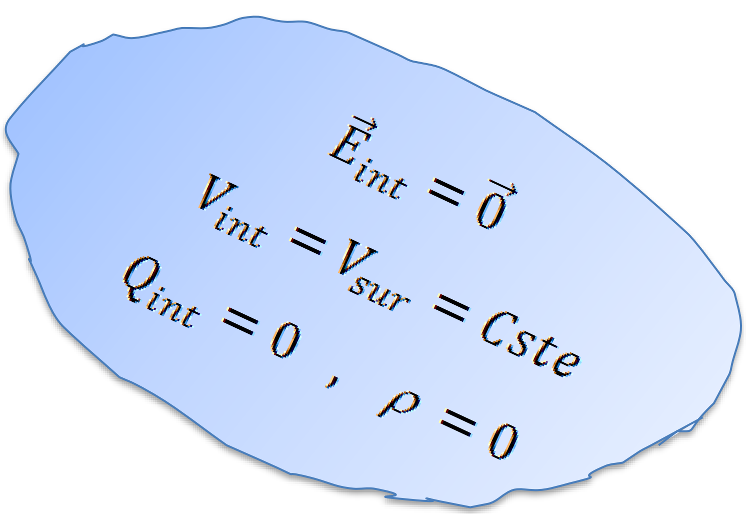
Conducteurs en équilibre électrostatique

Sachant que : $dQ_{int} = \rho\, d\tau$

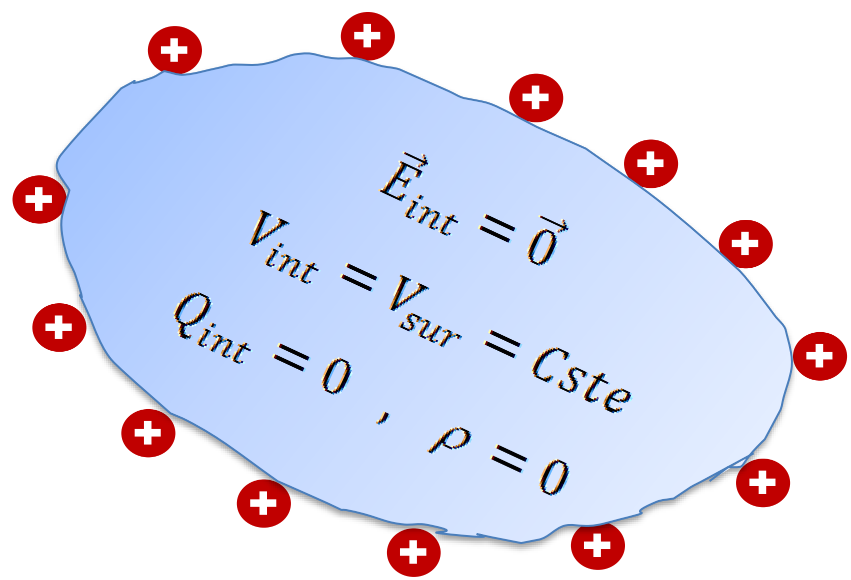
$Q_{int} = 0 \rightarrow \boxed{\rho = 0}$ $\quad$ $\rho \rightarrow \sigma$ $\Big\{$ Les charges sont localisées à la surface.

Résumé :

$\sigma = 0 \rightarrow \vec{E}_{ext} = \vec{0}$ $\qquad$ $\sigma \neq 0 \rightarrow \vec{E}_{ext} \neq \vec{0}$



Neutre

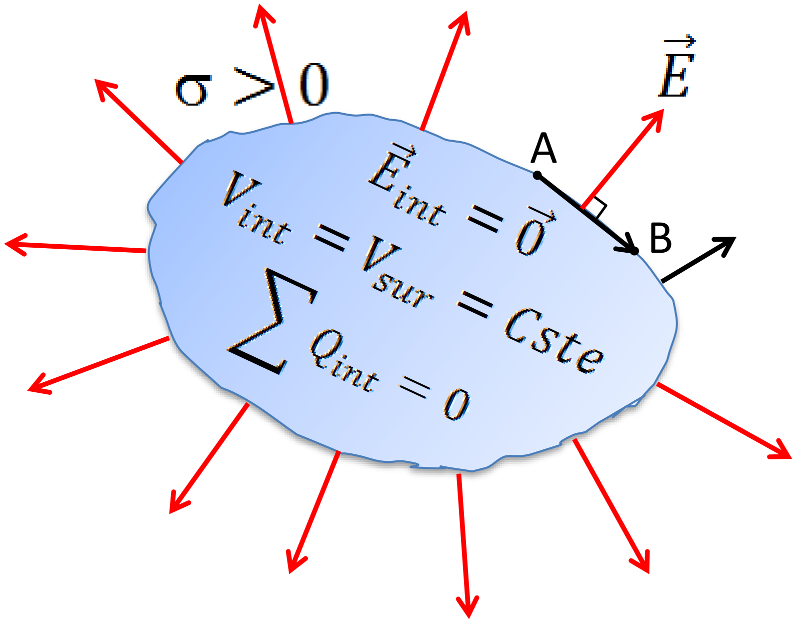


Chargé positivement

e) Propriété 5

Dans un conducteurs en équilibre, les lignes de champ sont perpendiculaires à la surfaces équipotentielle.

Dim (1ère méthode) :



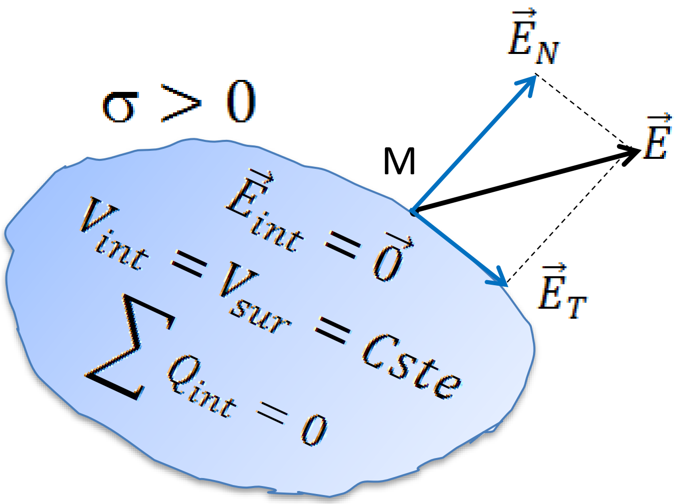
Surface équipotentielle : $V_A = V_B$

$$dV = -\vec{E}\,.\,\vec{dl}$$

$$\int_{V_A}^{V_B} dV = -\int_{\overrightarrow{AB}} \vec{E}\,.\,\vec{dl} = -\vec{E}\,.\,\overrightarrow{AB}$$

$$V_A - V_B = \vec{E}\,.\,\overrightarrow{AB} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{E} \perp \overrightarrow{AB}}$$

Dim (2ème méthode) :



$$\vec{E} = \vec{E}_T + \vec{E}_N$$

Les charges sont immobiles à la surface :

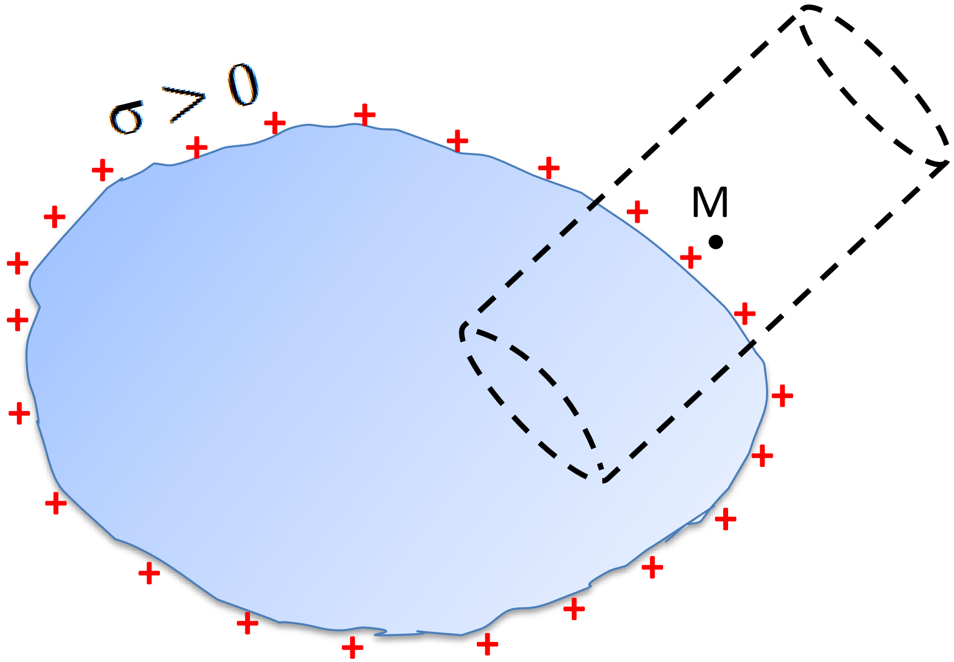
$$\vec{F}_T = \vec{0}$$

$$\vec{F}_T = q\vec{E}_T = \vec{0} \rightarrow \vec{E}_T = \vec{0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_N}$$

3. Champ à l'extérieur d'un conducteurs en équilibre

a) Au voisinage immédiat

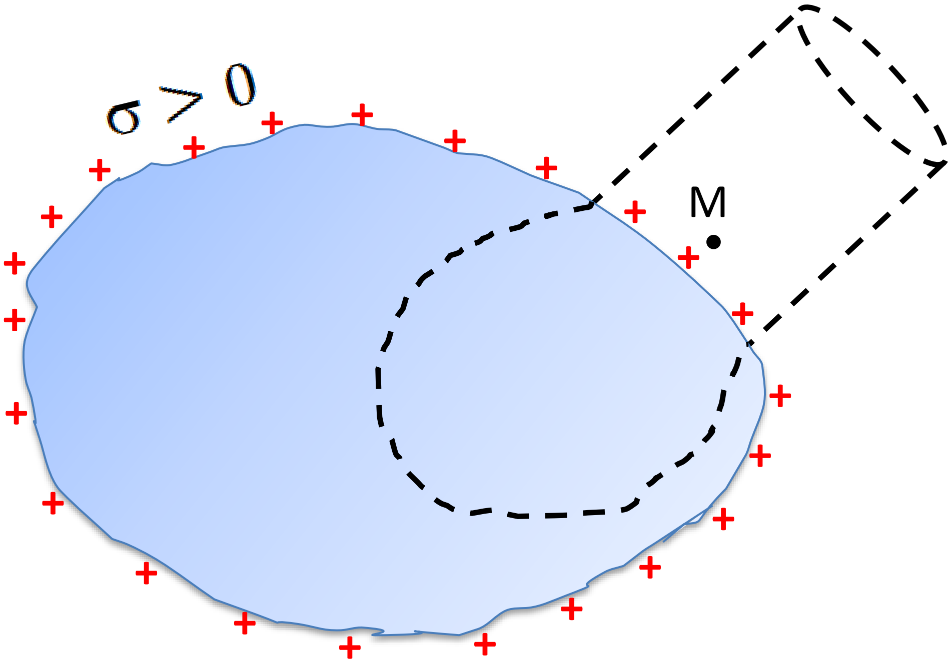


$$\oiint_{S_G} \vec{E}_{int}\,\vec{n}\,dS_G = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum Q_{int}$$

$$S_G = S_{ext} + S_{Lat} + S_{int}$$

3. Champ à l'extérieur d'un conducteurs en équilibre

a) Au voisinage immédiat

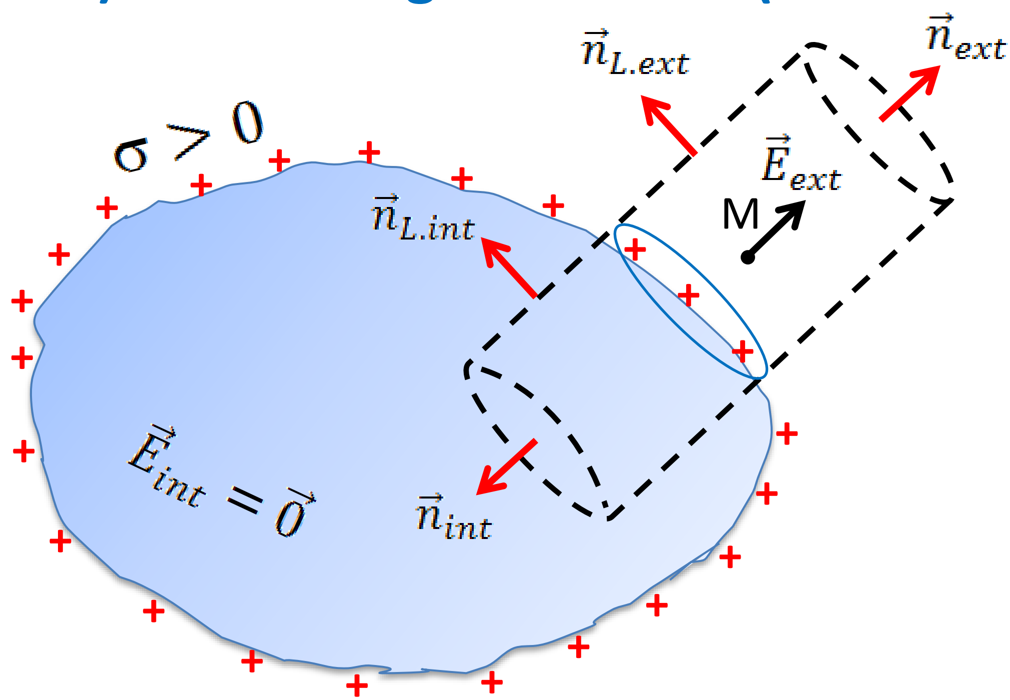


$$\oint\!\!\!\oint_{S_G} \vec{E}_{int}\, \vec{n}\, dS_G = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum Q_{int}$$

$$S_G = S_{ext} + S_{Lat} + S_{int}$$

3. Champ à l'extérieur d'un conducteurs en équilibre

a) Au voisinage immédiat (Th. de Coulomb ?)



$$\oiint_{S_G} \vec{n}_{int}\, dS_{int} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum Q_{int}^{SG}$$

$$S_G = S_{ext} + \underbrace{S_{Lat}}_{S_{L.ext} + S_{L.int}} + S_{int}$$

$$\iint_{S_{ext}} \vec{E}_{ext} . \vec{n}_{ext} . dS_{ext} + \iint_{S_{int}} \cancel{\vec{E}_{int} . \vec{n}_{ext}} . dS_{int}$$

$$+ \iint_{S_{L.ext}} \cancel{\vec{E}_{ext} . \vec{n}_{L.ext}} . dS_{L.ext} + \iint_{S_{L.int}} \cancel{\vec{E}_{int} . \vec{n}_{L.int}} . dS_{L.int} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum Q_{int}^{SG}$$

Conducteurs en équilibre électrostatique

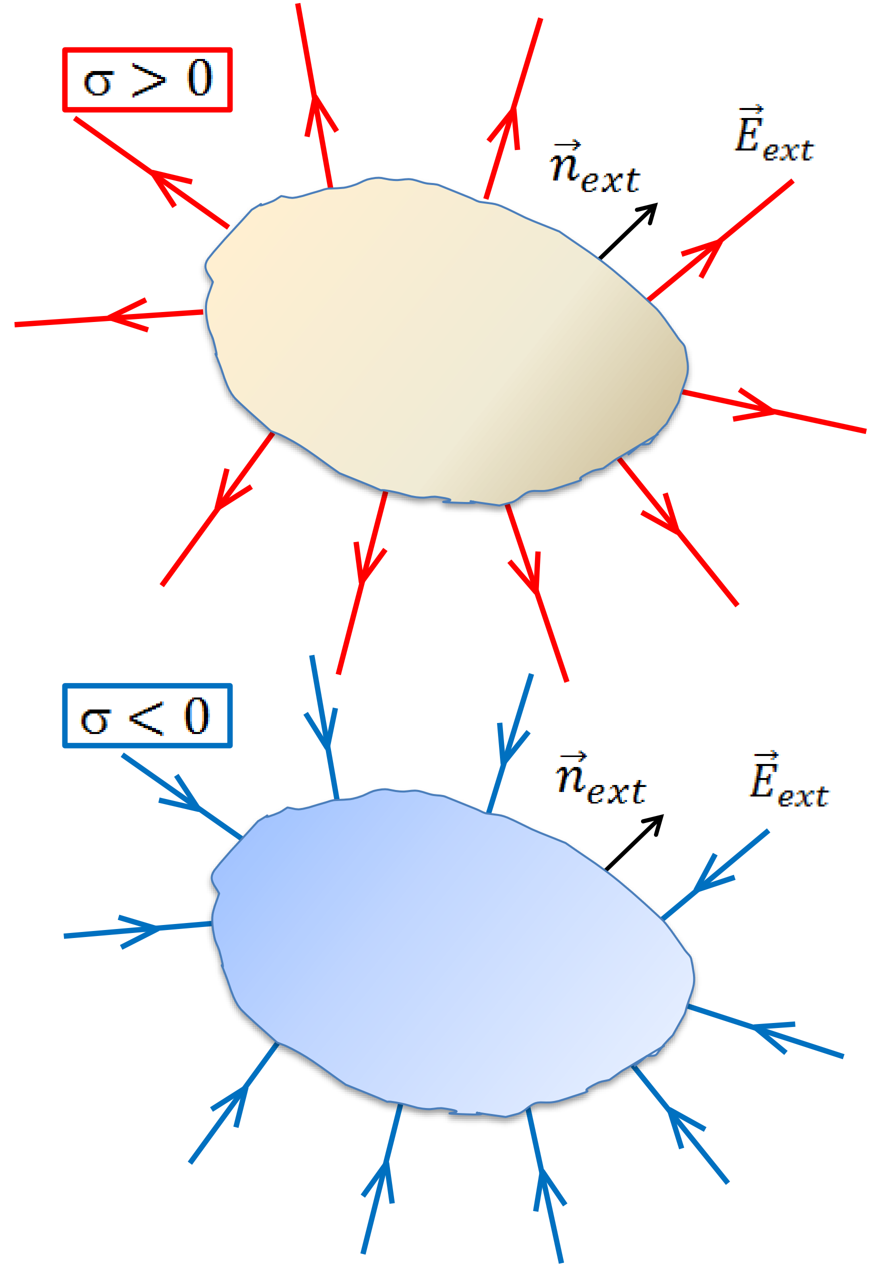
$$\iint_{S_{ext}} \vec{E}_{ext}.\vec{n}_{ext}.dS_{ext} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum Q_{int}^{SG}$$

$$E_{ext}.S_{ext} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}S$$

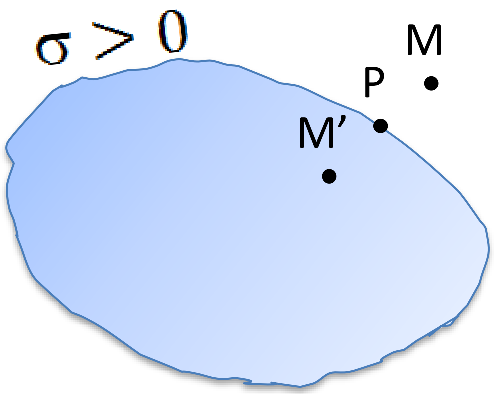
$$S_{ext} = S \rightarrow E_{ext} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E}_{ext} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}_{ext}}$$

Théorème de Coulomb



b) A la surface

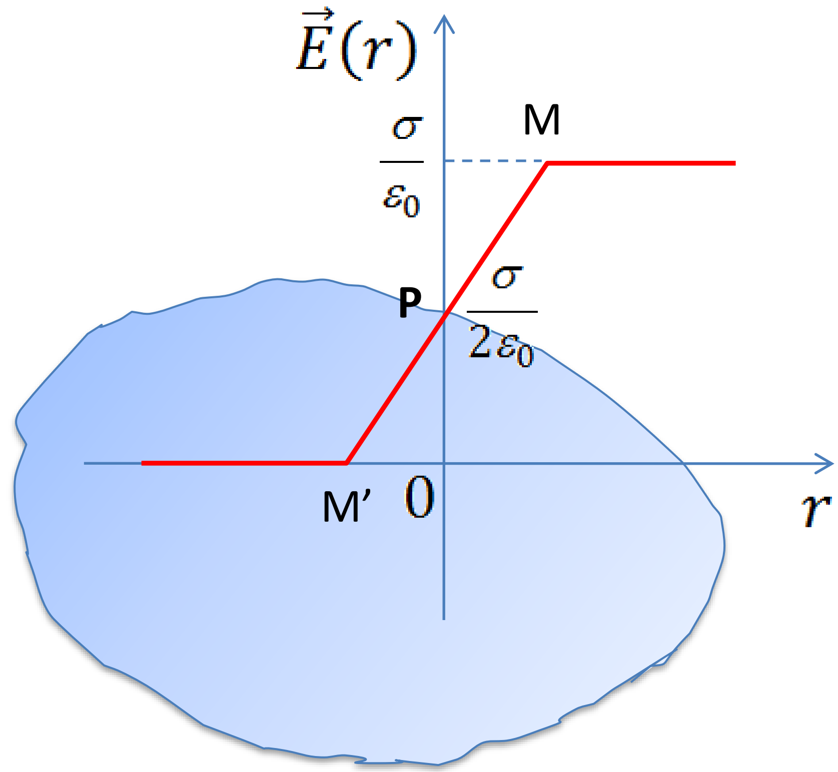


$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{0} \ , \ \grave{a}\ l'int\acute{e}rieur \\ \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\vec{n}_{ext} \ , \ \grave{a}\ l'ext\acute{e}rieur \end{cases}$$

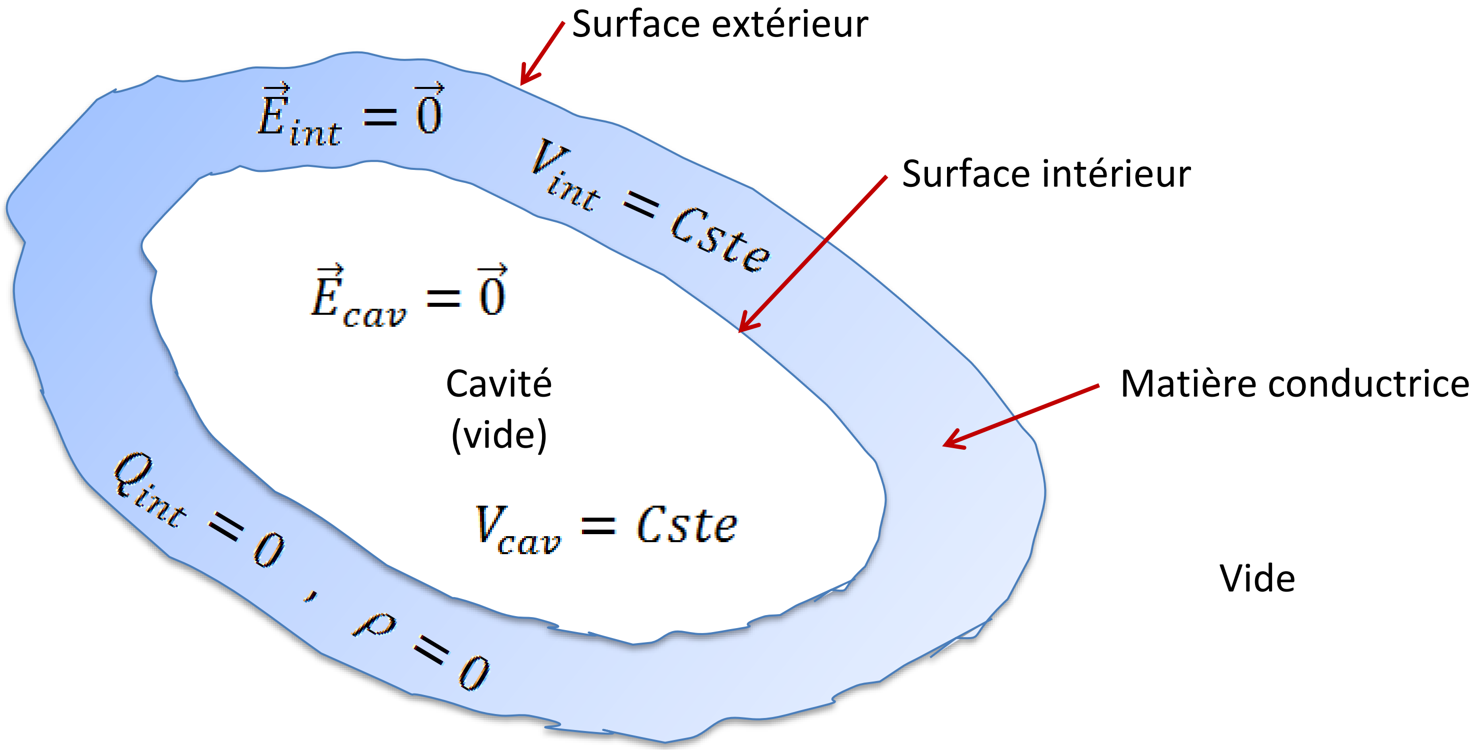
Le champ électrique est, donc, discontinue à la traversée de la surface du conducteur en équilibre :

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\vec{n}_{ext} \quad , \quad \vec{E}(M') = \vec{0}$$

$$\vec{E}(P) = \frac{\vec{E}(M) + \vec{E}(M')}{2} \boxed{= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\vec{n}_{ext}}$$



4. Conducteur creux



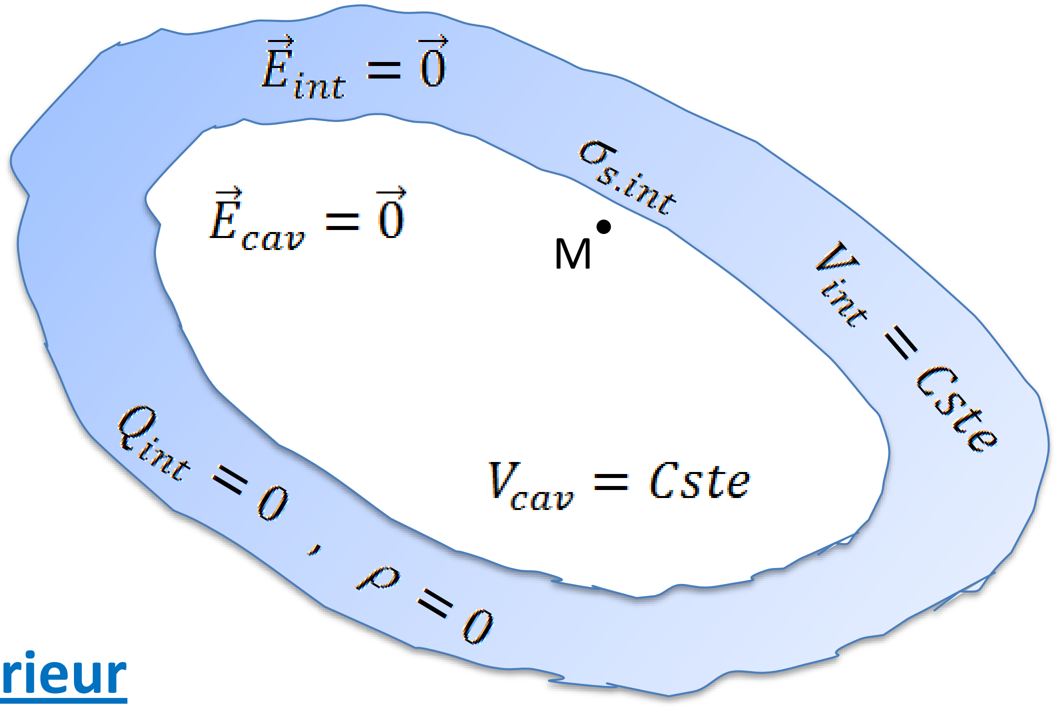
! Cavité

Loi de la continuité du potentiel électrique :

$$V_{s.ext} = V_{int} = V_{s.int} = V_{cav} = Cste$$

$$\vec{E}_{cav} = -\overrightarrow{grad(V_{cav})} = \vec{0}$$

Conducteurs en équilibre électrostatique



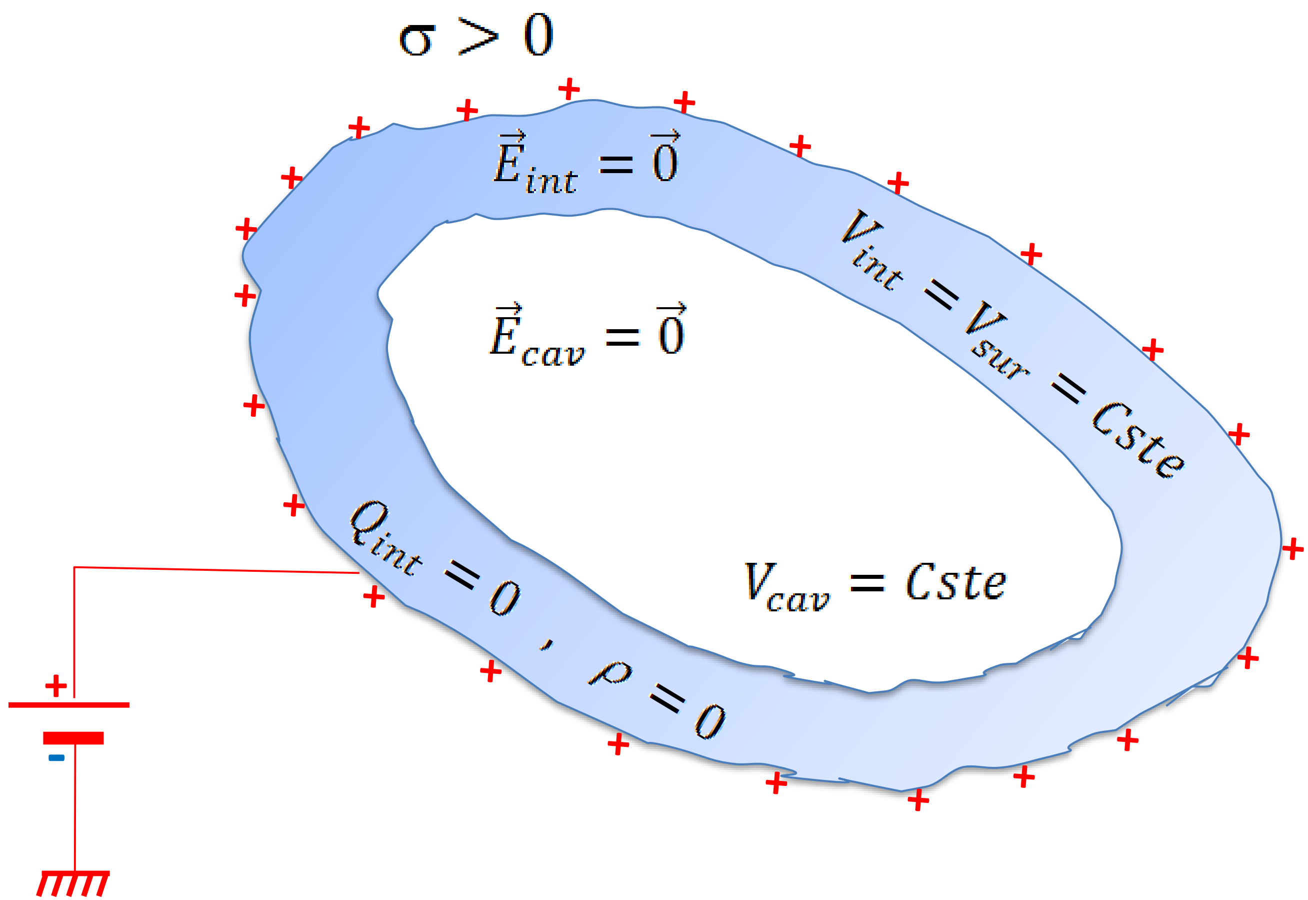
! Surface intérieur

Soit M très proche de la surface intérieur.

$$\left.\begin{aligned} \vec{E}(M) &= \frac{\sigma_{s.int}}{\varepsilon_0}\vec{n} \\ \vec{E}(M) &= \vec{E}_{cav} = \vec{0} \end{aligned}\right\} \boxed{\sigma_{s.int} = 0}$$

Conducteurs en équilibre électrostatique

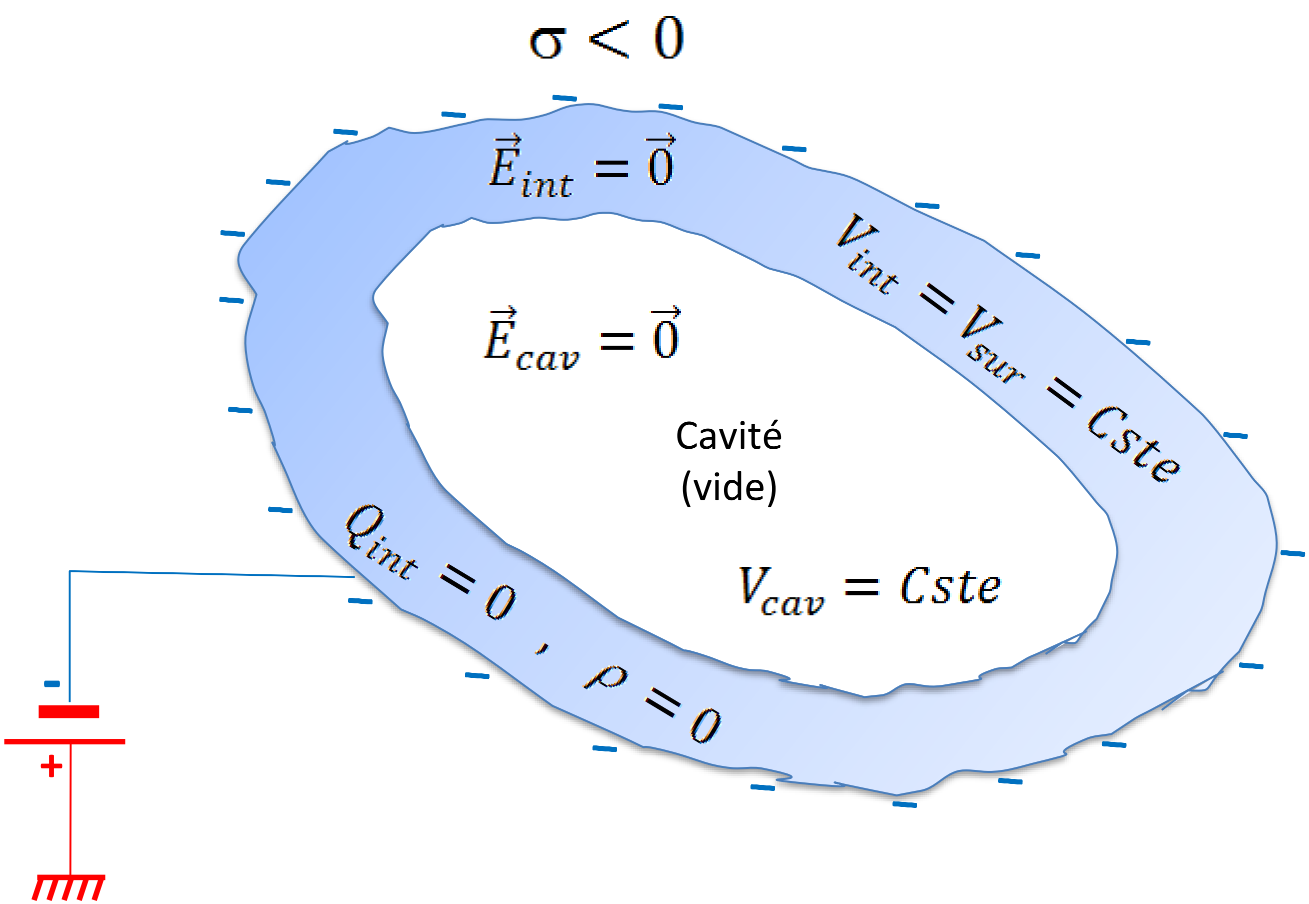
! Surface extérieur (si le conducteur est chargé +)



Ecran électrostatique. Il protège l'intérieur des champs extérieurs. Si un corps est dans la cavité, il est protégé (**Cage de Faraday**).

Conducteurs en équilibre électrostatique

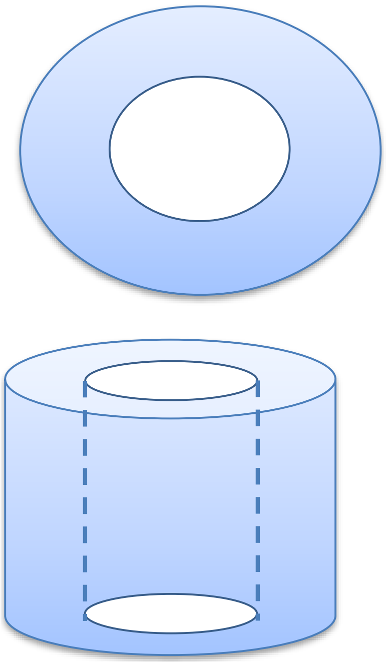
! Surface extérieur (si le conducteur est chargé -)



Application :

Ecran électrostatique.

Exemples :

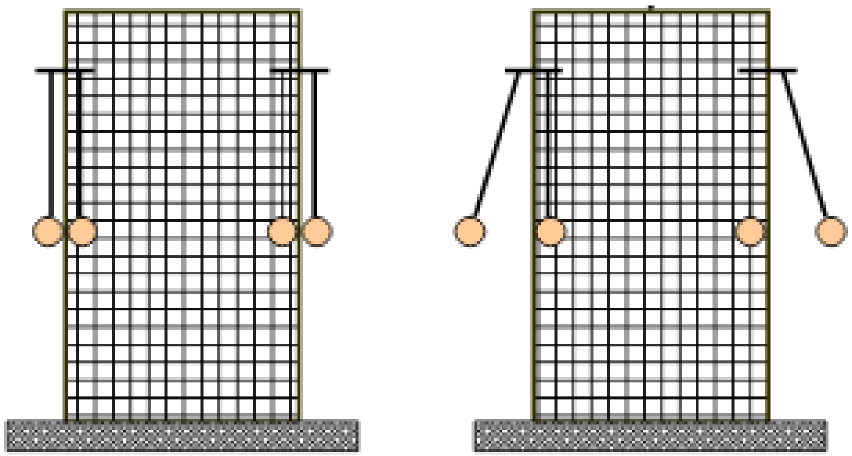


Application : **Cage de Faraday.**

C’est une cage fabriquée à l’aide d’un grillage métallique qui permet d’effectuer des mesures à l’abri des champs extérieurs.

Des pendules électrostatiques sont mis en contact avec les parois internes et externes de la cage.

$\vec{E} = \vec{0}$ $\qquad$ $\vec{E} \neq \vec{0}$



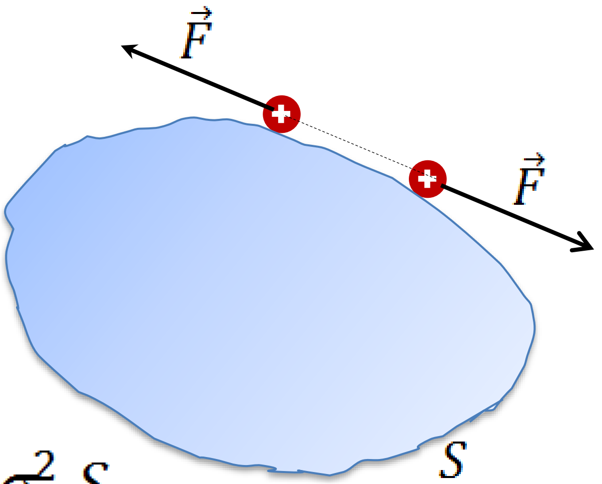
C’est la raison pour laquelle, la plupart de ces appareils sont placés à l’intérieur d’une carcasse métallique reliée à la terre.

Expérience de la cage de Faraday

https://www.youtube.com/watch?v=tRq5l2Qm1jc

5. Pression électrostatique

Les charges à la surface d'un conducteur en équilibre sont soumises à des forces de répulsions .



$$P = \frac{F}{S}$$

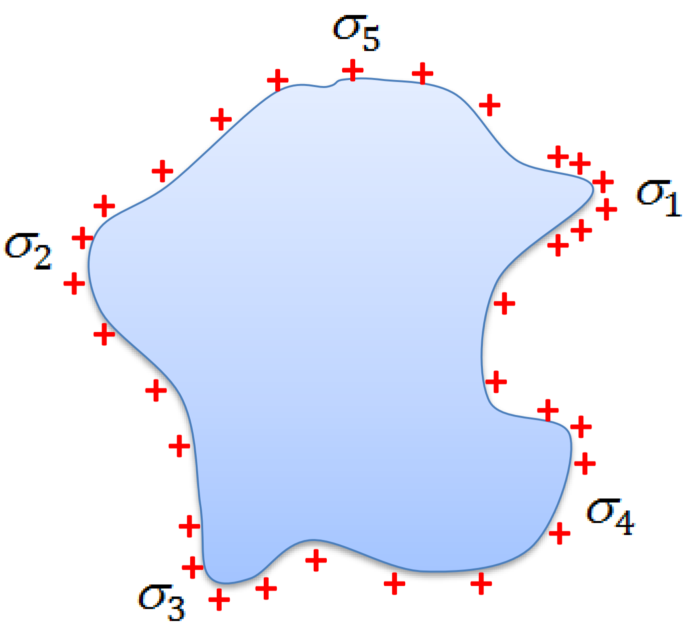
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$F = q\,E = \sigma S\,E = \frac{\sigma^2\,S}{2\varepsilon_0}$$

$$\boxed{P = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}}$$

6. Pouvoir des pointes (effet des pointes)

Expérimentalement :



$$R_1 < R_2 < R_3 < R_4 < R_5$$

$$\Downarrow$$

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > \sigma_4 > \sigma_5$$

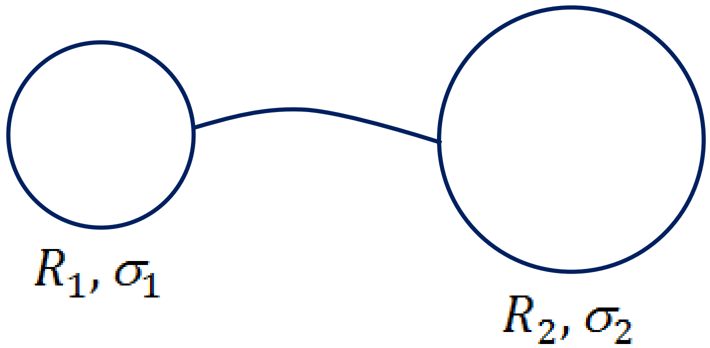
Théorème de Coulomb

$$\Downarrow$$

$$E_1 > E_2 > E_3 > E_4 > E_5$$

Conducteurs en équilibre électrostatique

Dim : Soit un conducteur formé de deux sphères de rayons R_1 et R_2 $(R_1 < R_2)$ et portant les densités σ_1 et σ_2.



$$V_1 = K\frac{Q_1}{R_1} = K\frac{\sigma_1 S_1}{R_1} = K\frac{\sigma_1 4\pi R_1^2}{R_1} = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon_0} \quad , \quad V_2 = \frac{\sigma_2 R_2}{\varepsilon_0}$$

Les deux sphères sont portées au même potentiel : $V_1 = V_2$

$$\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2 \rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

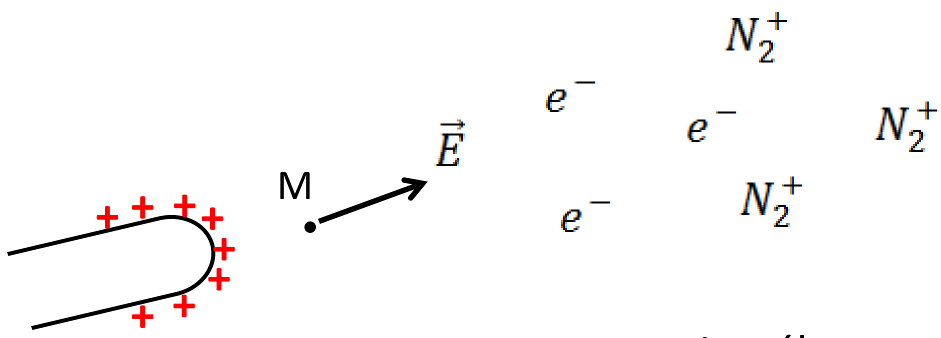
$$\boxed{R_1 < R_2 \rightarrow \sigma_1 > \sigma_2}$$

Conducteurs en équilibre électrostatique

Parafoudre (principe) : (appareils destinés à protéger les objets contre la foudre) :

Soit une pointe chargée positivement.

L'air (N_2)

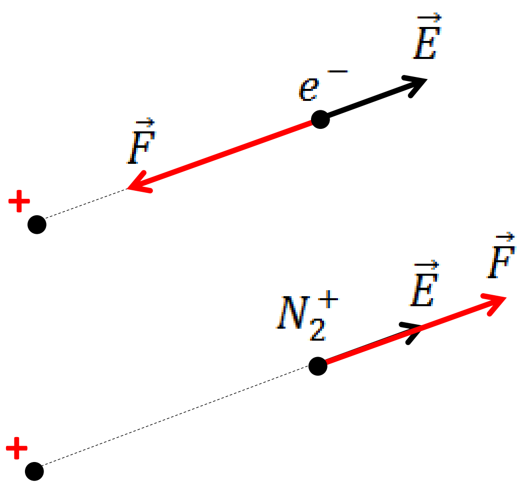


$$N_2 \rightarrow N_2^+ + e^-$$

Les électrons se déplacent vers la pointe

Les ions d'azote sont repoussés par la pointe $\rightarrow$ vent électrostatique (courant d'air).

$$\vec{F} = -e\,\vec{E}$$



La pointe ionise les molécules d'air.

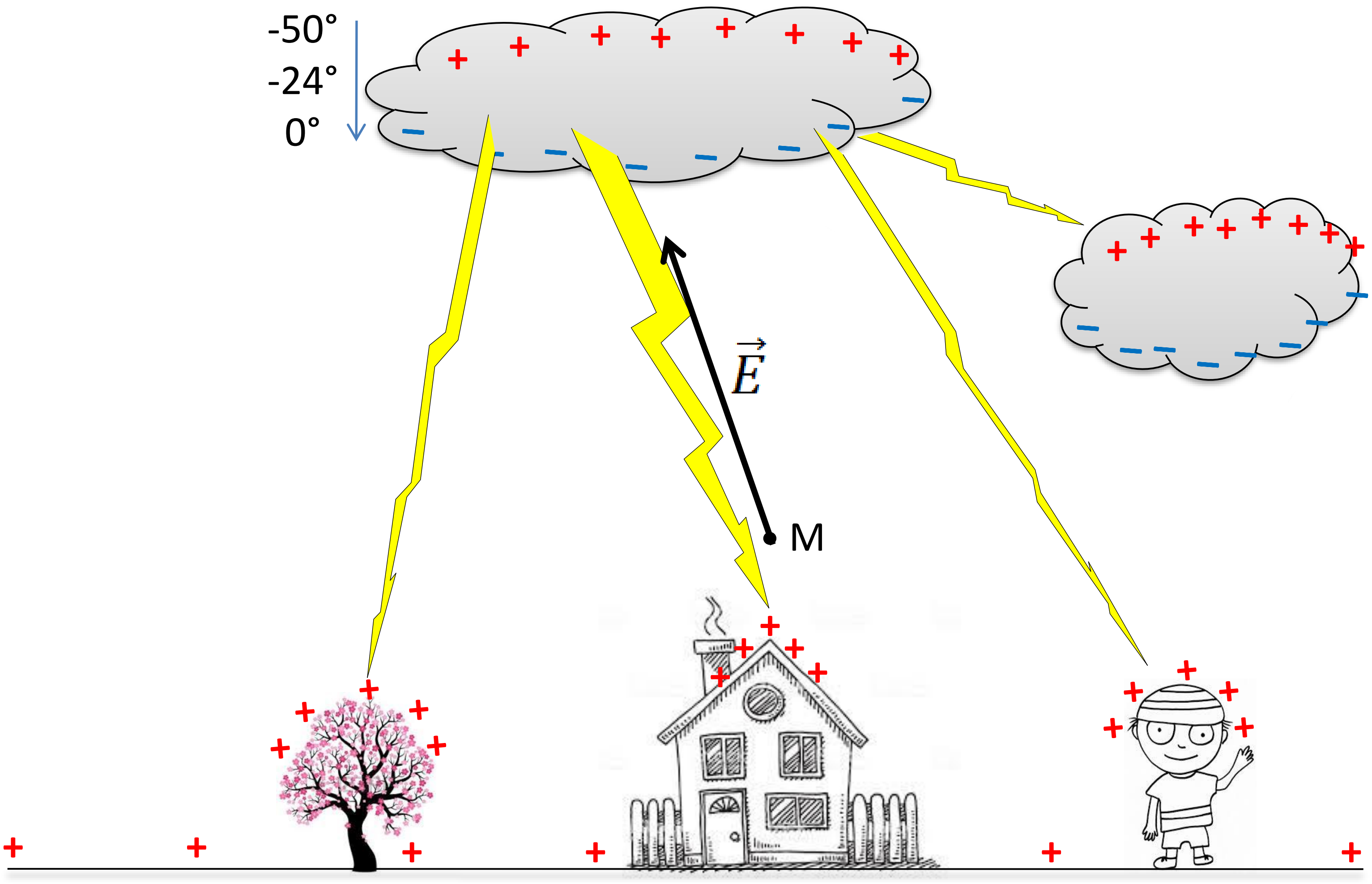
Impossible de charger une pointe.

Le pouvoir de pointe est utile pour faciliter la décharge de l'électricité

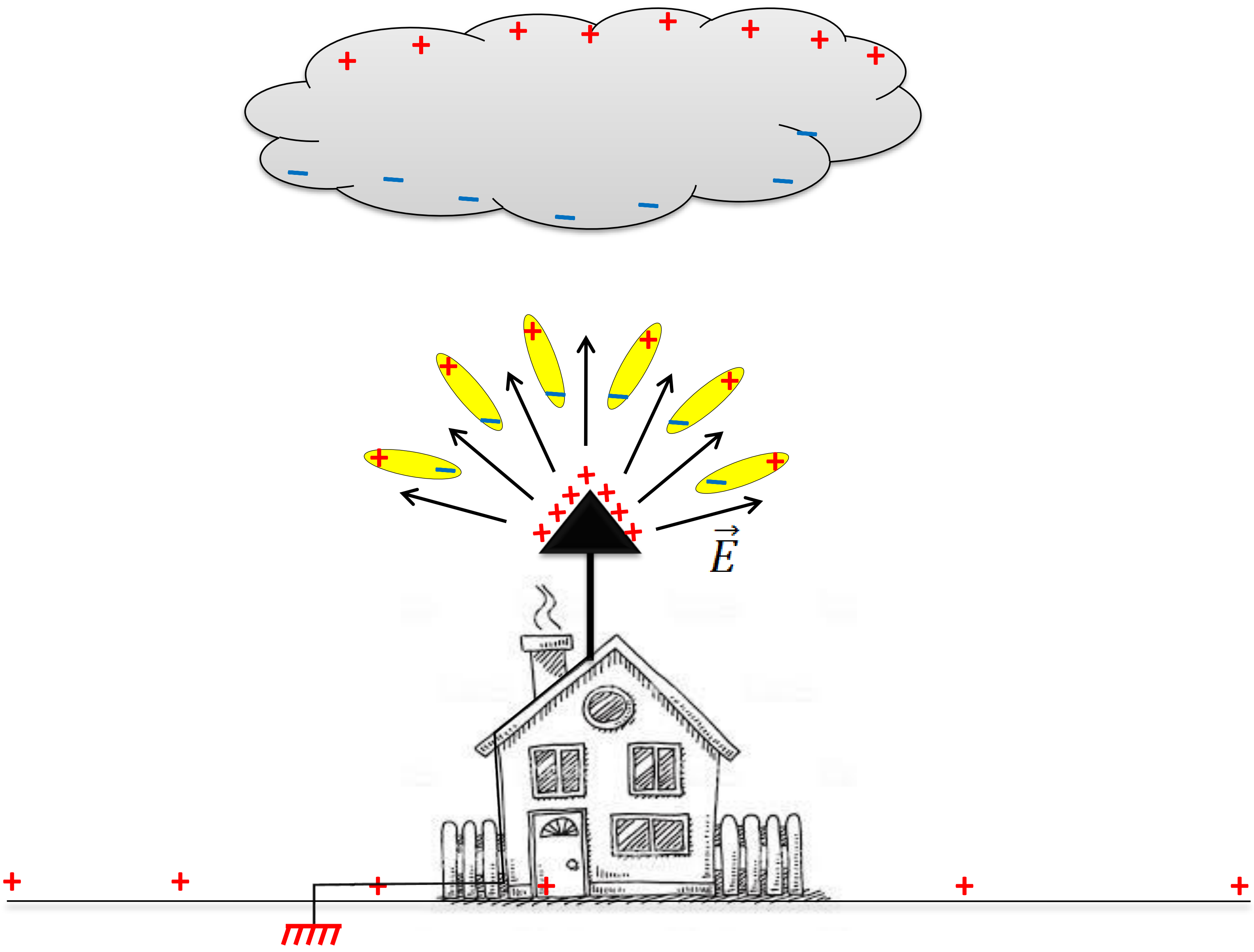
Conducteurs en équilibre électrostatique

Application : **Parafoudre.** https://slideplayer.fr/slide/1143600/

https://www.youtube.com/watch?v=y3Z3ntrFeOc



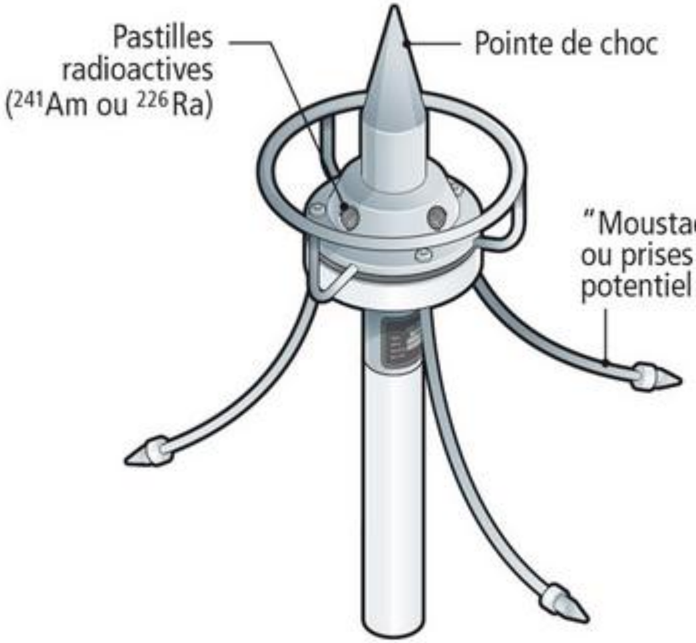
Conducteurs en équilibre électrostatique



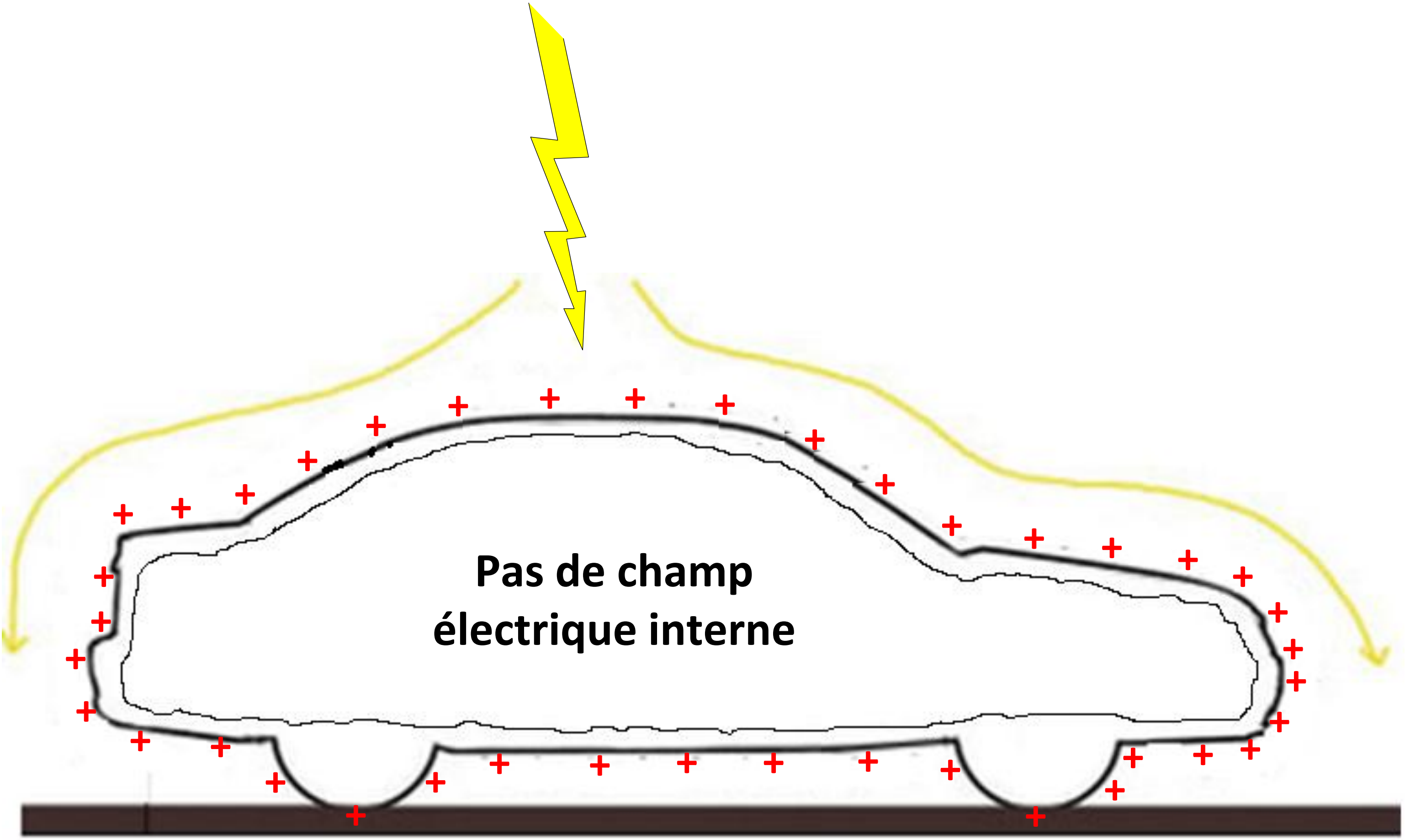
Conducteurs en équilibre électrostatique

Photographie prise à **21h20 le 3 Juin 1902** et publiée dans le *Bulletin de la société Astronomique de France en Mai 1905.*
Document : WIKIPEDIA

Conducteurs en équilibre électrostatique



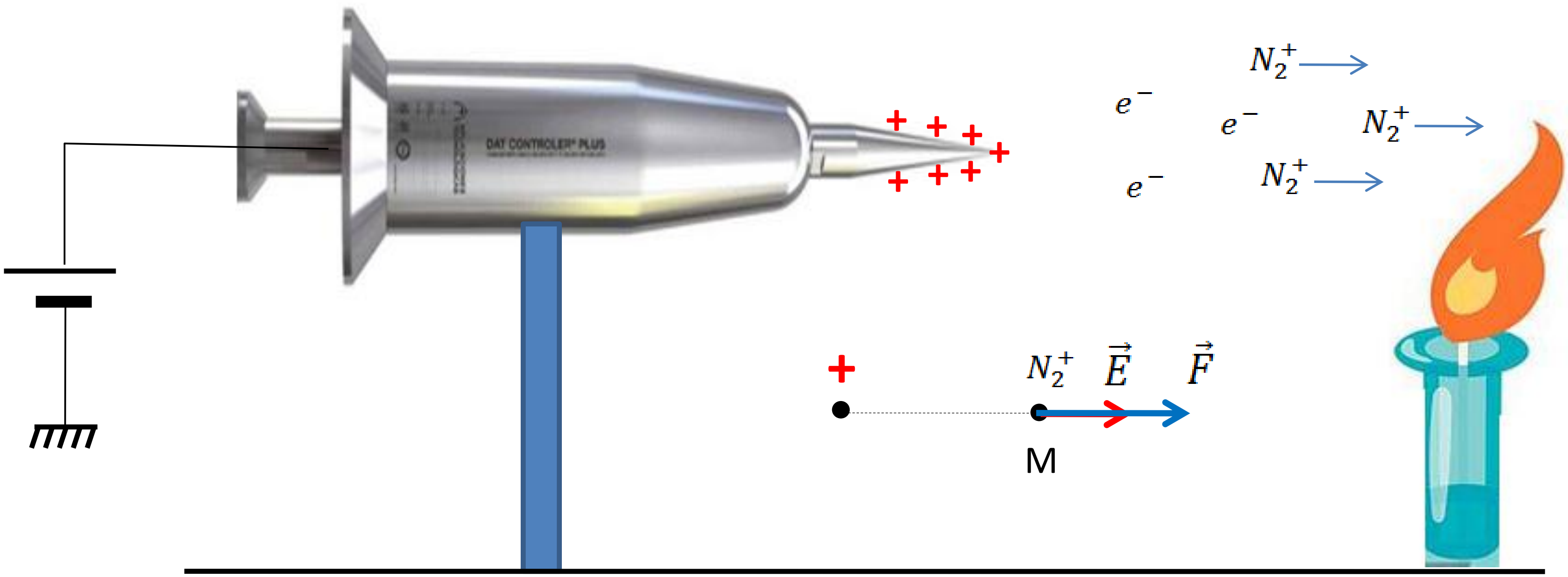
Conducteurs en équilibre électrostatique



L’air (N_2)

Expérience de la bougie (vent électrique) :

$$N_2 \rightarrow N_2^+ + e^-$$



Au voisinage de la pointe, le champ est si intense que l’air s’ionise. Les ions, de même signe que celui des charges de la pointe, sont repoussés. Il en résulte un déplacement d’air, **<u>un vent électrique</u>**, qui arrive à éteindre la flamme d’une bougie placée au voisinage de la pointe.

Expérience de la bougie (vent électrique)

https://www.youtube.com/watch?v=bblItptaeE0

7. Capacité propre d'un conducteur isolé

Soit un conducteur isolé chargé par Q. Il en résulte un potentiel V proportionnel à cette charge :

$$Q = C.V$$

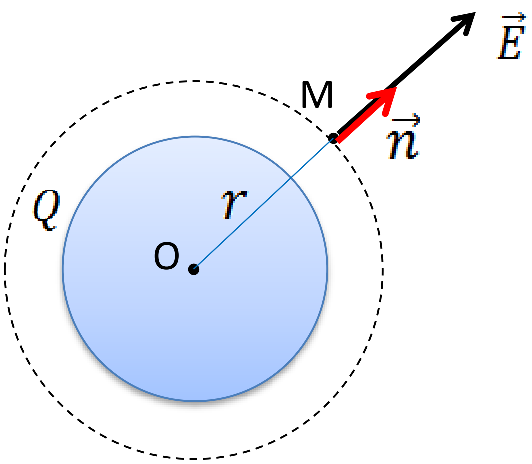
Capacité propre du conducteur

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

$$[C] = \frac{[Q]}{[V]} = \frac{Coulomb\,(C)}{Volt\,(V)} = Farad\ (F)$$

$$1mF = 10^{-3}F$$
$$1\mu F = 10^{-6}F$$
$$1nF = 10^{-9}F$$
$$1pF = 10^{-12}F$$
$$1fF = 10^{-15}F$$

Exemple : Calcul de la capacité d'un conducteur sphérique de rayon R.



Champ ?

$$\oiint_{S_G} \vec{E}.\vec{n}\, dS_G = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum Q_{int}$$

$$E.S_G = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Conducteurs en équilibre électrostatique

Potentiel ?

$$dV = -\vec{E}\,.\,\overrightarrow{dr}$$

$$V(r) = -\int \vec{E}\,.\,\overrightarrow{dr} + \lambda = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \lambda$$

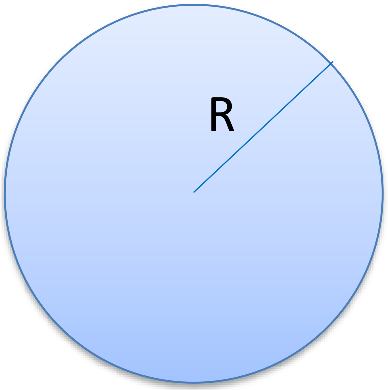
$$V(\infty) = 0 \rightarrow \lambda = 0$$

$$V = V(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\boxed{C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R}$$

La capacité dépend de la géométrie et de la matière du conducteur.

Exemple : Calcul de la capacité du globe terrestre (R = 6400 Km).



$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9\ S.I$$

$$\boxed{C = \frac{R}{K} = 0.71\ mF}$$

8. Energie électrostatique d'un conducteur chargé et isolé

L'énergie électrostatique d'un conducteur isolé est le travail qu'il faut fournir pour le charger par Q.

$$dE_p = V dq$$

$$E_p = \int_0^Q V dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q\, dq$$

Pour : $Q = CV$

$$\boxed{E_p = \frac{1}{2C}Q^2 = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV}$$

Dans le cas de n conducteurs en équilibres, on a :

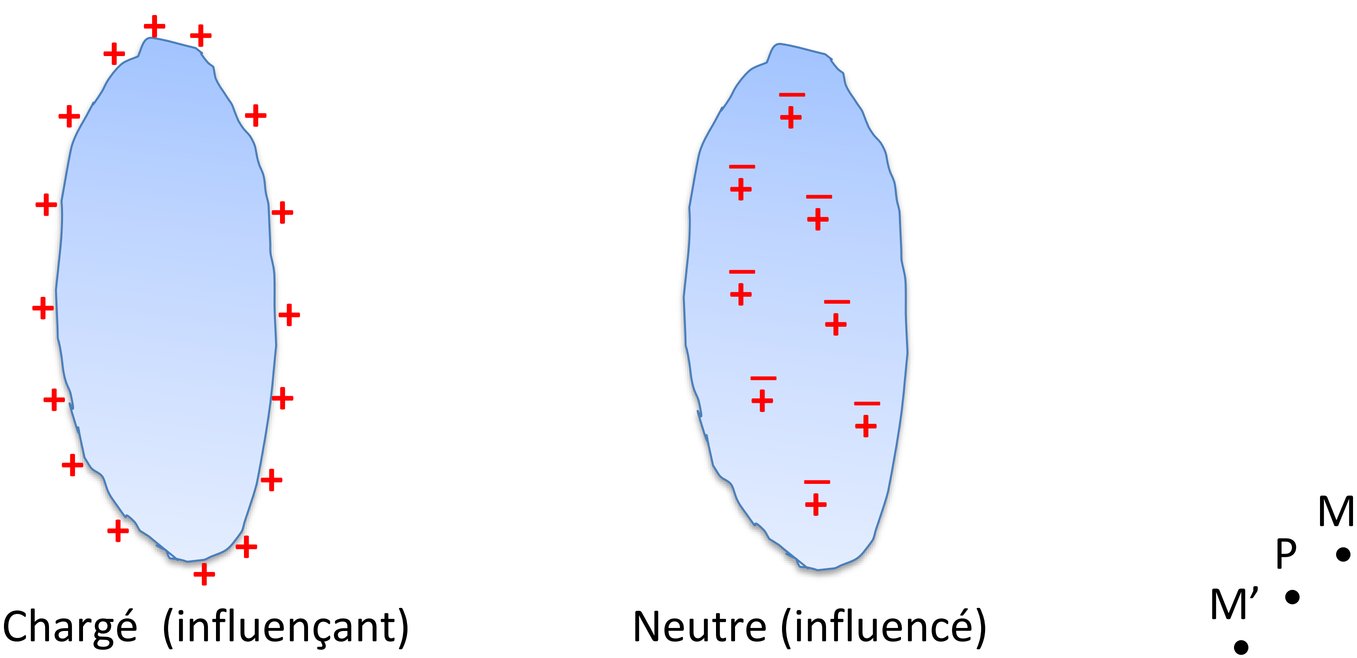
$$E_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i V_i$$

9. Phénomènes d'influence électrostatique

a) Définition :

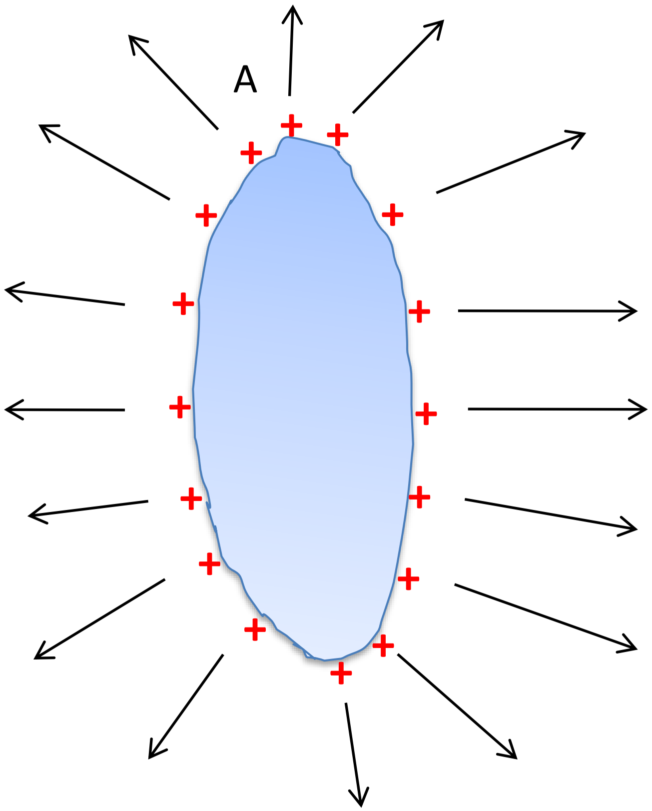
Influence électrostatique

Modification de la charge surfacique d'un conducteur sous l'effet d'un autre corps chargé



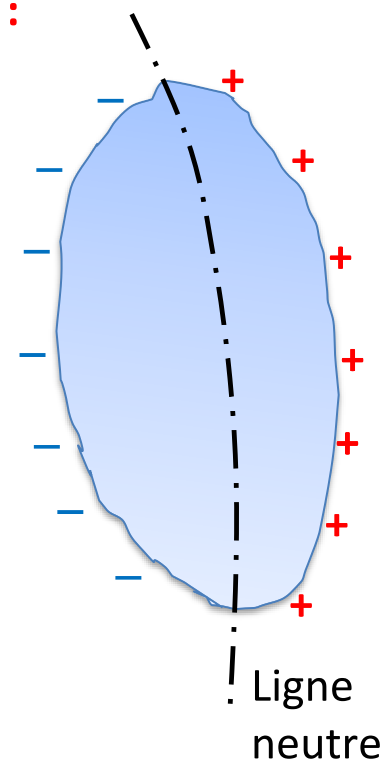
Conducteurs en équilibre électrostatique

b) Influence partielle



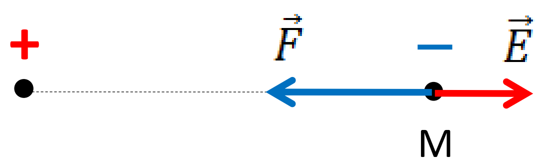
$$\vec{F} = e\,\vec{E}$$

Résultat :

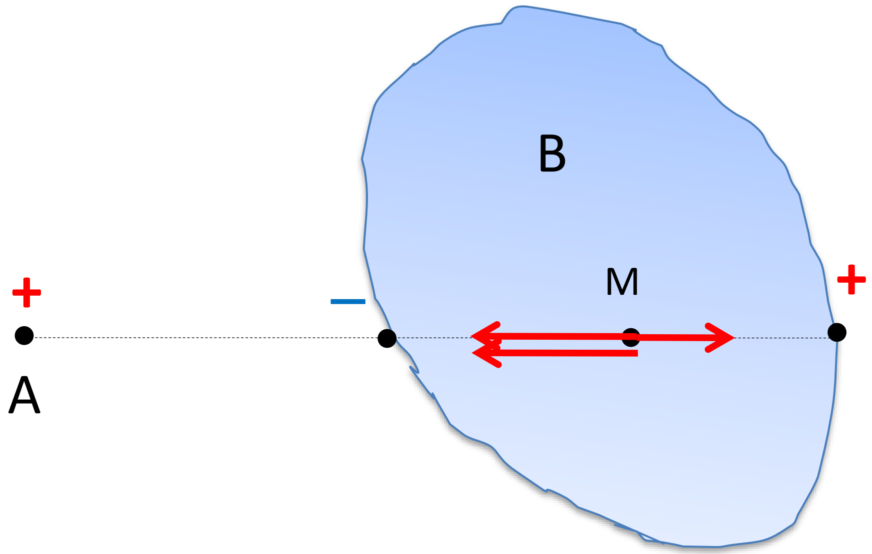


Seulement une partie des lignes qui sortent de A arrivent sur B.

$$\vec{F} = -e\,\vec{E}$$



Conducteurs en équilibre électrostatique

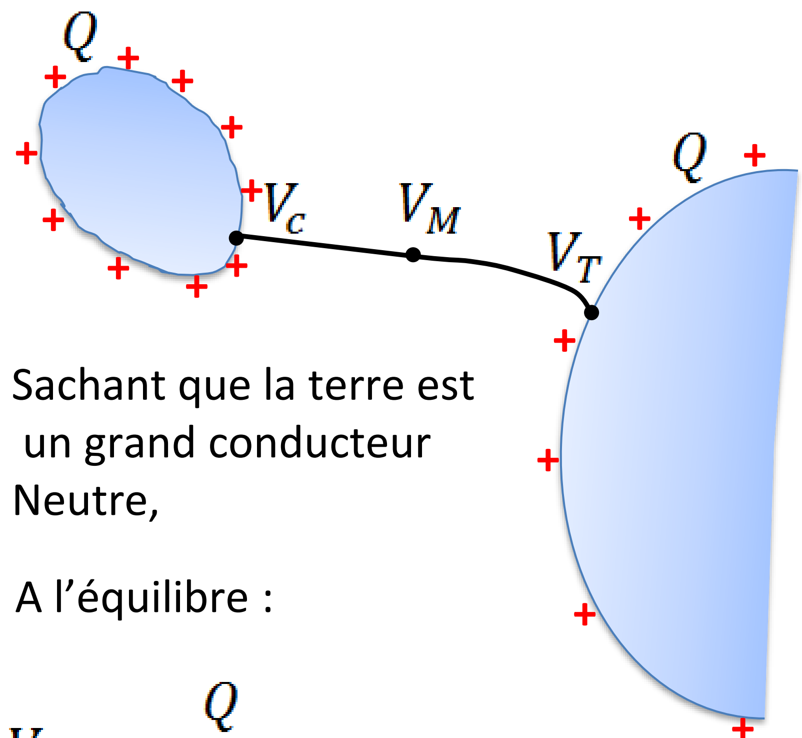


$$\vec{E}(M) = \vec{E}_A(M) + \underbrace{\vec{E}_{B^-}(M) + \vec{E}_{B^+}(M)}_{\vec{E}_{ind}(M)}$$

A l'équilibre :

$$\vec{E}_A(M) + \vec{E}_{ind}(M) = \vec{0}$$

! Décharger un conducteur :



Sachant que la terre est un grand conducteur Neutre,

A l'équilibre :

$$V_T = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

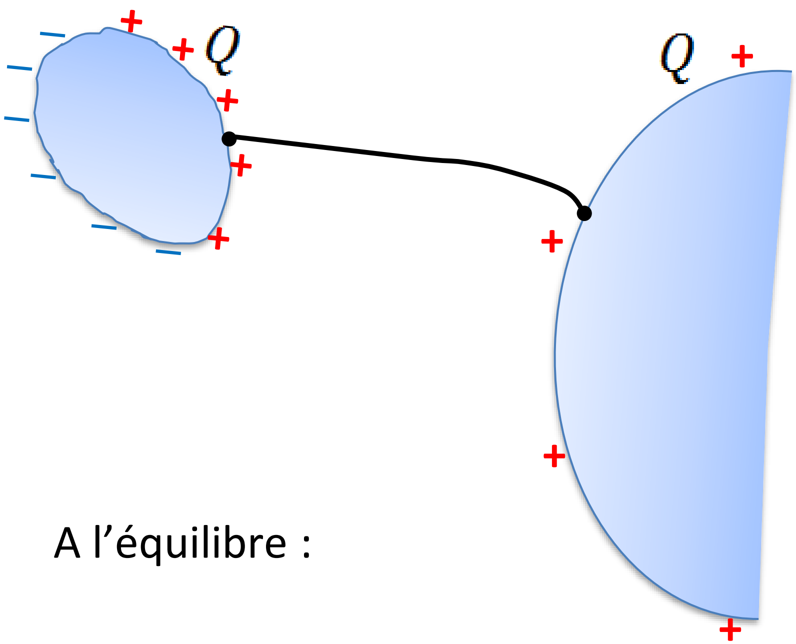
$$R\uparrow \rightarrow \quad V_T \approx 0$$

$$V_T = V_M = V_c = 0$$

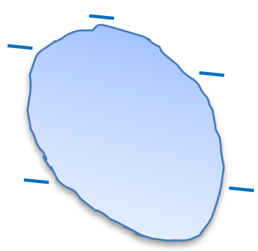
$\boxed{Q = 0}$ Le conducteur est déchargé

Conducteurs en équilibre électrostatique

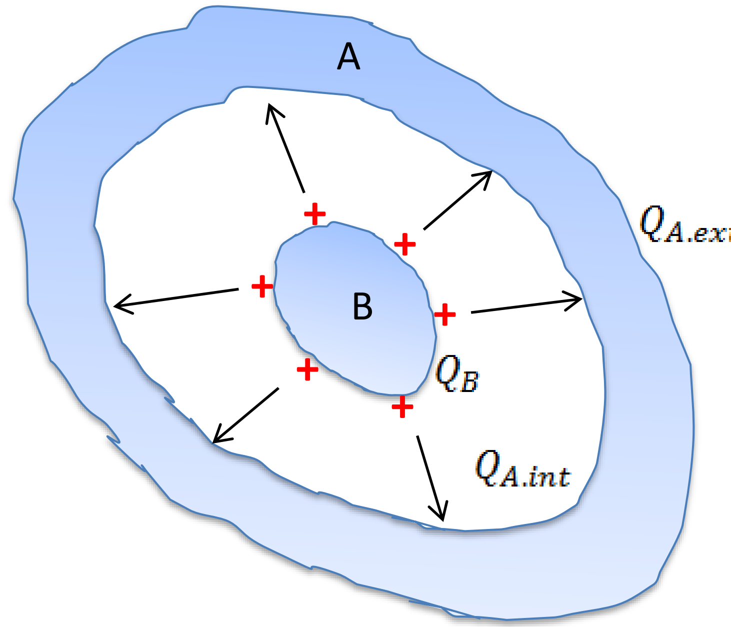
! Décharger un conducteur polarisé :



A l'équilibre :



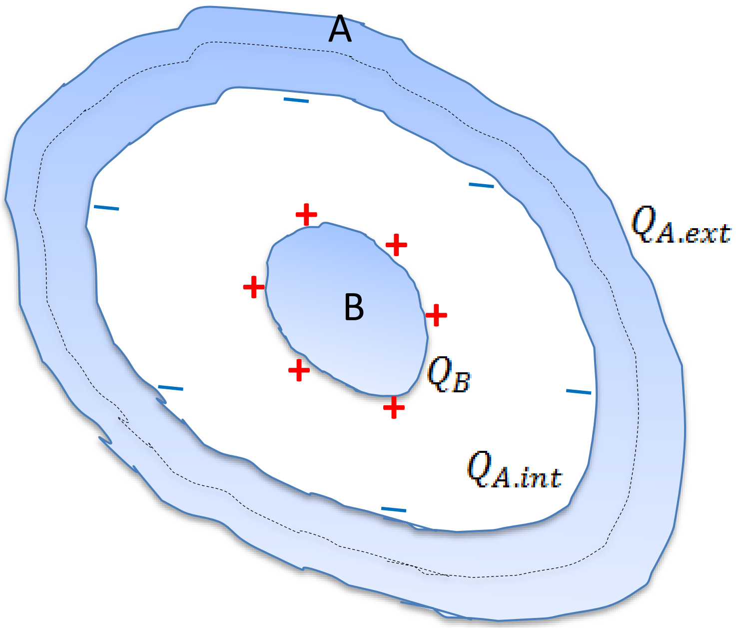
b) Influence totale



Toutes les lignes qui sortent de B arrivent sur A (inf. tot.)

$Q_{A.int}$, $Q_{A.ext}$?

Conducteurs en équilibre électrostatique



- (<u>A</u>) <u>initialement neutre</u> ($Q_A = 0$)

$$\oiint_{S_G} \vec{E}_{int}.\vec{n}\, dS_G = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum Q_{int}^{SG}$$

$$\vec{E}_{int} = \vec{0} \rightarrow \sum Q_{int}^{SG} = 0$$

$$Q_{A.int} + Q_B = 0 \rightarrow \boxed{Q_{A.int} = -Q_B}$$

La charge totale de A :

$$Q'_A = Q_{A.int} + Q_{A.ext}$$

D'après la loi de conservation sur A:

$$Q'_A = Q_A = 0$$

$$Q_{A.int} + Q_{A.ext} = 0$$

$$\boxed{Q_{A.ext} = -Q_{A.int} = Q_B}$$

- (<u>A</u>) <u>initialement chargé</u> ($Q_A = Q_0$)

Idem, que précédemment :

$$\boxed{Q_{A.int} = -Q_B}$$

D'après la loi de conservation :

$$Q'_A = Q_A = Q_0$$

$$\boxed{Q_{A.ext} = Q_0 + Q_B}$$

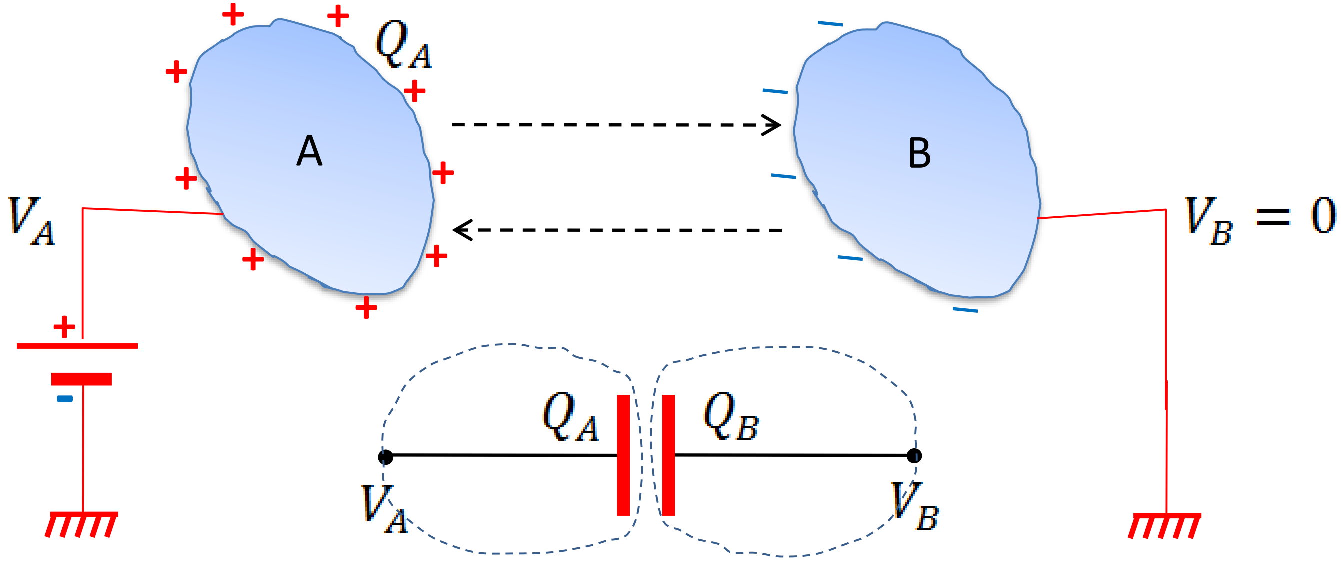
10. Les condensateurs

Un condensateur est un appareil qui sert à emmagasiner de l'énergie électrique. Il est largement utilisé en électronique et en électrotechnique.

La bouteille de Leyde est le premier condensateur de l'histoire, il a été mis au point, en 1745, par le savant hollandais Musschenbrock à Leyde.

Conducteurs en équilibre électrostatique

Soit un conducteur A de capacité C est maintenu à un potentiel $V_A (V_A > 0)$. Il porte donc une charge Q_A :



La charge du condensateur est : $Q = |Q_A| = |Q_B|$

La capacité du condensateur est :

$$\boxed{C = \frac{Q}{|V_A - V_B|}}$$

Conducteurs en équilibre électrostatique

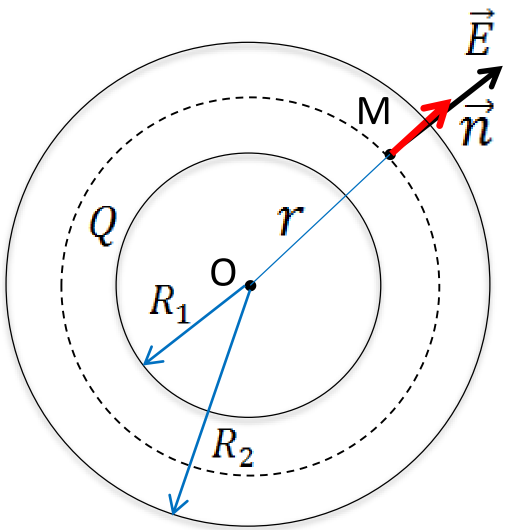
Méthode de calcul des capacités

1°/ On calcule le champ entre les deux armatures,

2°/ On en déduit la DDP entre les deux armatures,

3°/ On Effectue : $C = \dfrac{Q}{|V_A - V_B|}$

Exemple : Condensateur sphérique de rayons R_1 *et* R_2 $(R_1 < R_2)$.



1°/ Calcul du champ

$$\oiint_{S_G} \vec{E}.\vec{n}\, dS_G = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum Q_{int}$$

$$E.S_G = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

2°/ Déduction de la DDP

$$\int_{V_A}^{V_B} dV = -\int_{R_1}^{R_2} \vec{E}.\vec{n}.\overrightarrow{dr}$$

$$V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2}$$

$$V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2}$$

$$V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

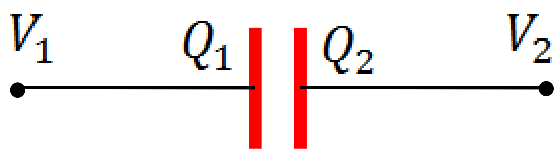
3°/ Calcul de C

$$\boxed{C = \frac{Q}{V_A - V_B} = 4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right)}$$

11. Energie emmagasinée dans un condensateur

Pour calculer cette énergie, on utilise :

$$E_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i V_i$$



$$E_p = \frac{1}{2}(Q_1 V_1 + Q_2 V_2)$$

$$Q_1 = Q = -Q_2$$

$$E_p = \frac{1}{2}(V_1 - V_2)Q$$

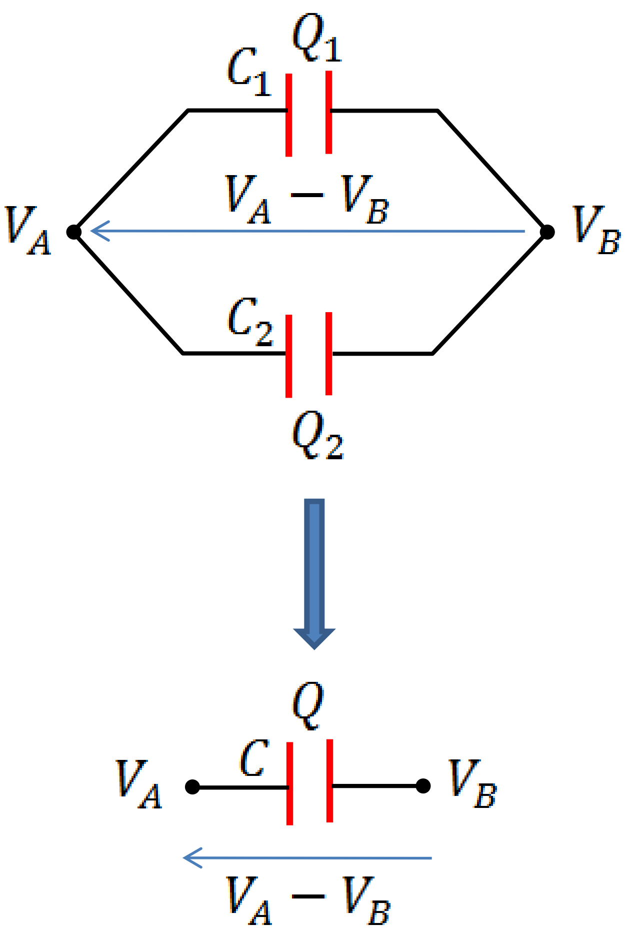
$$Q = C(V_1 - V_2)$$

$$\boxed{E_p = \frac{1}{2}C(V_1 - V_2)^2}$$

12. Association de condensateurs

On distingue deux types de groupements de condensateurs :

a) Association en parallèle



$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$C(V_A - V_B)$$

$$C_1(V_A - V_B) + C_2(V_A - V_B)$$

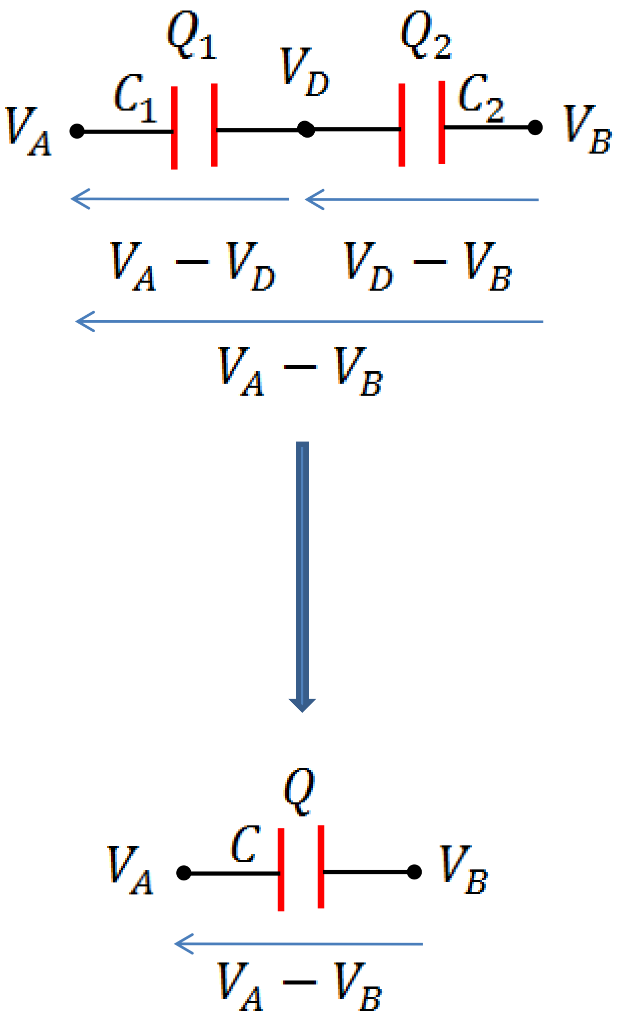
$$V_A \neq V_B$$

$$C = C_1 + C_2$$

Pour n condensateurs :

$$\boxed{C = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$

b) Association en série



$$V_A - V_B = (V_A - V_D) + (V_D - V_B)$$

$$\frac{Q}{C} \qquad \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

$$Q = Q_1 = Q_2 \neq 0$$

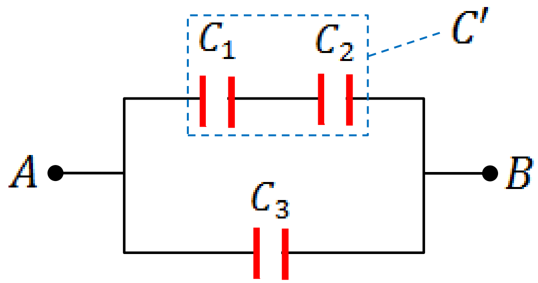
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \rightarrow C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Pour n condensateurs :

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}$$

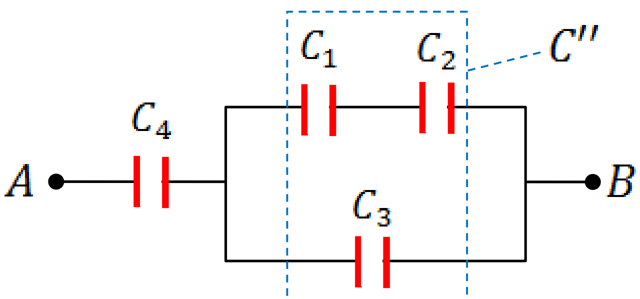
Exemple 1 : Calculer, dans chacun des cas, la capacité équivalente entre A et B.

(a)



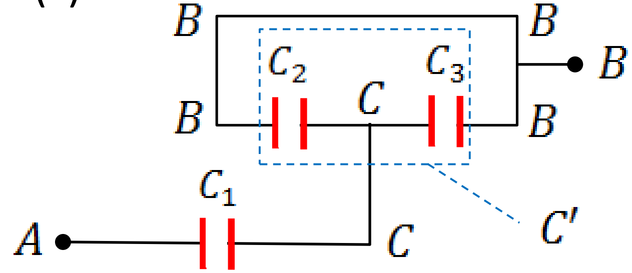
$$C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \qquad C_{AB} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_3$$

(b)



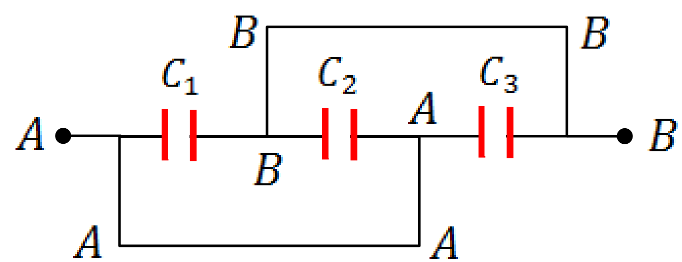
$$C'' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_3 \qquad C_{AB} = \frac{C_4 C''}{C_4 + C''}$$

(c)



$$C' = C_2 + C_3 \qquad C_{AB} = \frac{C_1 C'}{C_1 + C'}$$

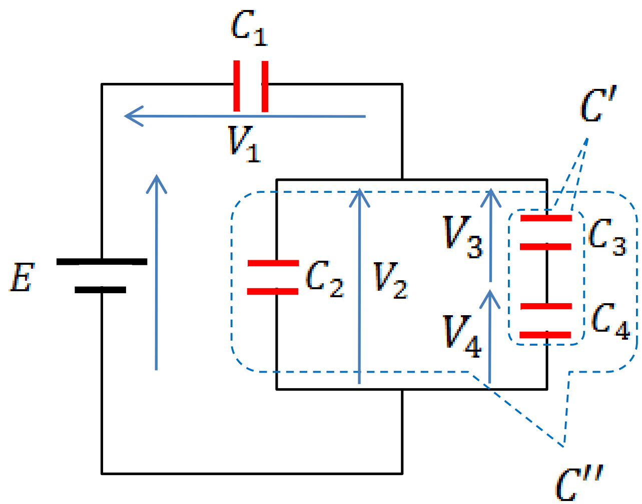
(d)



$$C_{AB} = C_1 + C_2 + C_3$$

Conducteurs en équilibre électrostatique

Exemple 2 : Calculer la charge et la DDP aux bornes de chaque condensateur.



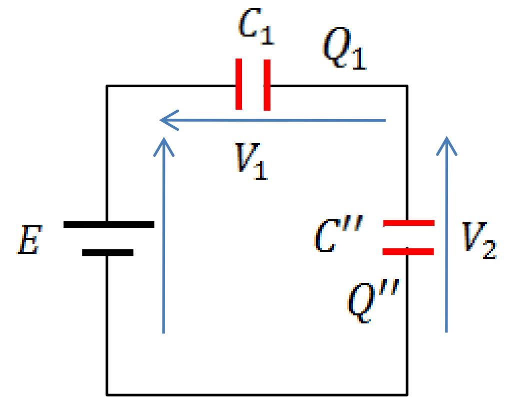
$$V_i = \frac{Q_i}{C_i} \qquad V_2 = V_3 + V_4$$

$$E = V_1 + V_2 \qquad Q_3 = Q_4$$

$$C' = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4}$$

$$C'' = C_2 + C' = C_2 + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4}$$

$$E = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q''}{C''} = Q_1 \left(\frac{C_1 + C''}{C_1 C''} \right)$$



$$Q'' = Q_1$$

$$Q_1 = \frac{C_1 C''}{C_1 + C''} E \rightarrow V_1 = \frac{C''}{C_1 + C''} E$$

$$V_2 = E - V_1$$

$$V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C''} E \rightarrow Q_2 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C''} E$$

$$V_2 = \frac{Q_3}{C_3} + \frac{Q_4}{C_4} = Q_3 \left(\frac{C_3 + C_4}{C_3 C_4} \right)$$

$$Q_3 = Q_4 = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} V_2 = C' \, V_2$$

$$V_3 = \frac{C_4}{C_3 + C_4} V_2 \qquad V_4 = \frac{C_3}{C_3 + C_4} V_2$$

Conducteurs en équilibre électrostatique

A. N : $E = 33\,V\ ,\ C_i = i\ \mu F$

$$C' = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = \frac{12}{7}\,\mu F$$

$$C'' = C_2 + C' = \frac{26}{7}\,\mu F$$

$$Q_1 = \frac{C_1 C''}{C_1 + C''} E \ \rightarrow\ \boxed{Q_1 = 26\ \mu C}\ \rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{C_1}\ \rightarrow\ \boxed{V_1 = 26\ V}$$

$$V_2 = E - V_1\ \rightarrow\ \boxed{V_2 = 7\,V}$$

$$Q_2 = C_2 V_2\ \rightarrow\ \boxed{Q_2 = 14\ \mu C}$$

$$Q_3 = Q_4 = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} V_2 = C'\,V_2\ \rightarrow\ \boxed{Q_3 = Q_4 = 12\ \mu C}$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3}\ \rightarrow\ \boxed{V_3 = 4\ V}$$

$$V_4 = \frac{Q_4}{C_4}\ \rightarrow\ \boxed{V_4 = 3\ V}$$

Merci de votre attention…