

Université de M'sila
Tronc-commun sciences de la matière
Faculté des sciences
Année 2020/2021
Module Math2 semestre 2

Série N 1 Intégrales simples.

EX01 Calculer les intégrales suivantes: (1) $= \int (e^x)^{n+1} dx$, (2) $= \int \cos x \sin x dx$,
 (3) $= \int \frac{x}{1+x^2} dx$, (4) $= \int \frac{dx}{x\sqrt{1-(\ln(x))^2}}$, (5) $= \int e^x \sinh(e^x) dx$.

EX02 Calculer les intégrales suivantes: (1) $= \int \arcsin(x) dx$, (2) $= \int \sqrt{1+x^2} dx$, (3) $= \int x^n \ln(x) dx$, (4) $= \int \frac{x}{\sqrt{x^2+x+2}} dx$,
 (5) $= \int \frac{\sin x}{2+(\cos x)^2} dx$, (6) $= \int \operatorname{tg}(x) dx$.

EX03

I) On considère $\mathbf{I}_1 = \int_0^\pi (x \cos(x))^2 dx$ et $\mathbf{I}_2 = \int_0^\pi (x \sin(x))^2 dx$

- 1- Calculer $\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$ et $\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2$.
- 2- En déduire \mathbf{I}_1 et \mathbf{I}_2 .

II) On considère $\mathbf{J} = \int_{-\pi}^\pi \cos(px) \cos(qx) dx$ et $\mathbf{K} = \int_{-\pi}^\pi \sin(px) \sin(qx) dx$

- 1- Calculer $\mathbf{J} + \mathbf{K}$ et $\mathbf{J} - \mathbf{K}$.
- 2- En déduire \mathbf{J} et \mathbf{K} .

Indication: $\cos(px) \cos(qx) \pm \sin(px) \sin(qx) = \cos\left(\left(\begin{smallmatrix} p \\ \mp \\ q \end{smallmatrix}\right) x\right)$

EX04

1) Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

a) Déterminer l'ensemble des points de définition de f (D_f).

- b) Calculer la surface $S(\alpha) = \int_{-\alpha}^{+\alpha} f(x) dx$ / $\alpha > 0$. Puis calculer $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} S(\alpha)$.
- 2) Calculer l'intégrale suivante: $L = \int \frac{\sinh(x)}{(1 + (\cosh(x))^2)(1 + \cosh(x))} dx$
(posons $t = \cosh(x)$).

EX05

- 1) En utilisant la décomposition des fractions rationnelles, calculer les intégrales suivantes: $M = \int \frac{1}{1-x^2} dx$, $H = \int \frac{x^2+1}{(x-1)^3(1+x^2)} dx$,
 $W = \int \frac{x+1}{(x+1)(x-1)(x-\frac{1}{2})} dx$.
- 2) Calculer les intégrales suivantes: $R = \int \frac{1}{4 + (5 \sin(x))^2} dx$, $T = \int \frac{(\sin(x))^3}{(\cos(x))^4} dx$

EX06 (*Devoir*) Calculer les intégrales suivantes:

$$K = \int \frac{\sin(x)}{(1 + \cos(x)^2)} dx \text{ et } L = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{(1 + e^{2x})} dx.$$

EX07 (*Devoir*) Soient les intégrales suivantes:

$$I = \int \frac{t^2}{(1+t^2)} dt \text{ et } J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sqrt{1-t^2} dt.$$

- 1) Calculer I et J .
- 2) Calculer l'intégrale suivante

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(1 + \cos x)(1 + \cos^2 x)} dx \quad (\text{ indication : poser } t = \cos x)$$

- 3) Calculer les intégrales suivantes:

$$I(x) = \int \frac{e^{2x}}{(1 + e^x)^2} dx \text{ et } J(x) = \int \ln(1 + x^2) dx.$$