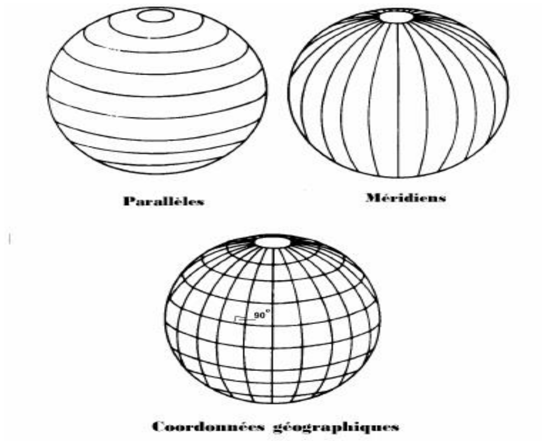
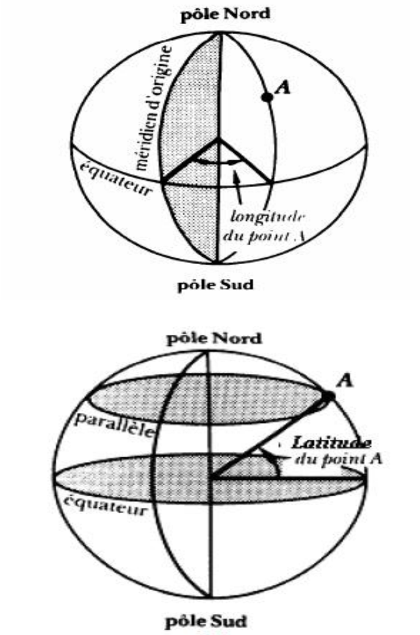
Exercices

Infos sur les coordonnées géographiques



(a)



(b)

Coordonnées géographiques définies sur la sphère (latitude, longitude; pour les coordonnées géographiques définies sur l'ellipsoïde

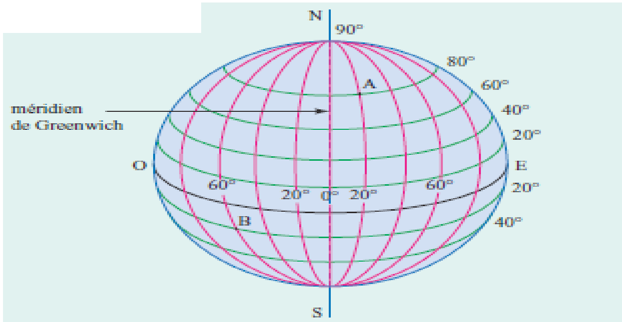
Repérage

Le point A est sur le parallèle 80° de l'hémisphère Nord : on dit que la **latitude** de A est 80° nord.

Le point A est sur le méridien 20° à l'est du méridien de Greenwich : on dit que la **longitude** de A est 20° est.

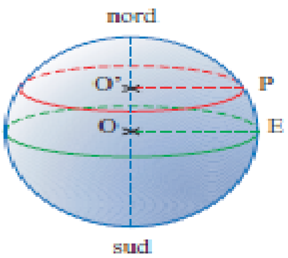
Ainsi, les coordonnées géographiques de A sont (80° nord ; 20° est).

De même, les coordonnées géographiques de B sont (20° sud ; 60° ouest).



Exercices :

1 On veut calculer le rayon du parallèle qui correspond à 30° de latitude sur le schéma ci-contre où P et E désignent deux points situés sur le même méridien avec E sur l'équateur et P de 30° de latitude nord.



1. Que représentent OP et O'P ?

2. a. Quelle est la valeur de $\widehat{EOP}$? En déduire celle de $\widehat{OPO'}$.

b. Quelle est la nature du triangle OPO' ? En déduire l'arrondi au km de la distance cherchée (prendre OE = 6 400 km).

2 1. Sur quel parallèle la ville de M'sila (35°Nord ; 4°Est) est-elle située ?

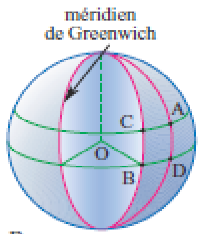
2. Sur quel méridien la ville de Corte (42° nord ; 9° est) est-elle située ?

3 On donne les coordonnées géographiques de A et de B :

A (40° nord ; 120° est) et B (0° ; 70° est).

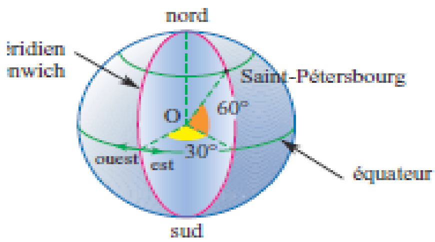
. Donner les coordonnées géographiques de C et de D.

. Donner les coordonnées des antipodes A' de A et B' de B.



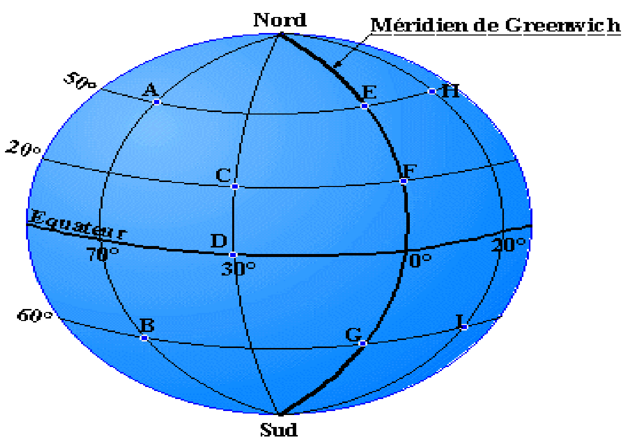
4 **Un oiseau vole en ligne directe de Saint-Pétersbourg (60° nord ; 30° est) au pôle Nord. Quelle distance parcourt-il ? (rayon de la Terre 6 400 km)**

On pourra s'aider du dessin ci-dessous et on ne tiendra pas compte de la hauteur à laquelle l'oiseau vole.



5 - Complétez le tableau suivant:

Lieu	Longitude	Latitude
A	70° Ouest	50° Nord
B		
C		20° Nord
D	30° Ouest	
E		
F		
G		
H		
I		

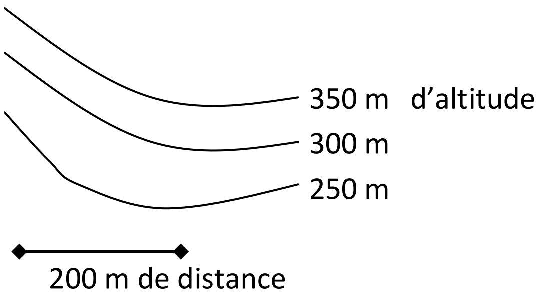


- En considérant que la Terre est une boule de 6400km de rayon, calculer:

1. La longueur d'un méridien.
2. La longueur du parallèle 50° Nord.
3. La distance la plus petite sur la surface de la Terre de A à B.
4. La distance la plus petite sur la surface de la Terre de A à H.

6 *TOPOGRAPHIE*

a) La pente dans la figure suivante est de _____ %



b) Dessinez une flêche dans la direction de la descente de la pente.

c) Donnez des exemples de latitude – longitude typique de M'sila en format

- degré – décimal:
- degré-minute-seconde:

Solutions :

4 - La distance qui parcourt l'oiseau est = ?

- Le chemin pour aller de Saint- Pétersbourg au pôle Nord. , l'oiseau se déplaçant sur la surface du globe, est l'arc de cercle Saint-Pétersbourg / pôle Nord. Nous devons donc calculer la longueur $\mathbf{L_{SN}}$ $\mathbf{(L_{Saint\text{-}Pétersbourg/pôle\ Nord})}$ de cet arc => $\mathbf{L_{SN}}$ = ?
- Un méridien est un demi-cercle de centre, le centre de la Terre, et de rayon 6400 km (pour cet exercice). La longueur d'un cercle est donnée par la formule **L** = 2 πR où π vaut environ 3.14 et R=6400km. La longueur d'un méridien est donc $\mathbf{L_M}$ / 2=(2×3,14×6400)/2, soit environ **20096km**. => $\mathbf{L_M}$ **= 20096km**.
- La latitude de Saint- Pétersbourg est 60° car l'angle $\widehat{Eq\ o\ Saint}$ = 60°, donc l'angle $\widehat{Saint\ o\ Nord}$ = 90° - 60° = 30° .
- La longueur du méridien (20096km) correspond à un angle au centre égal à 180° (un méridien est un demi-cercle) :
- Nous avons donc: L_{SN}×180=30×20096 (il s'agit du <u>produit en croix</u> utilisé dans les relations de proportionnalité).

Nous en déduisons: $\mathbf{L_{SN}}$ = (30×20096)/180 = 3349.333 **km**

=> La distance qui parcourt l'oiseau est $\mathbf{L_{SN}}$ = 3349.5 **km**

longueurs en km	**angles au centre en degrés**
20096	180
$\boldsymbol{L_{SN}}$	30

5 Coordonnées géographiques

Lieu	Longitude	Latitude
A	70° Ouest	50° Nord
B	70° Ouest	60° Sud
C	30° Ouest	20° Nord
D	30° Ouest	0°
E	0°	50° Nord
F	0°	20° Nord
G	0°	60° Sud
H	20° Est	50° Nord
I	20° Est	60° Sud

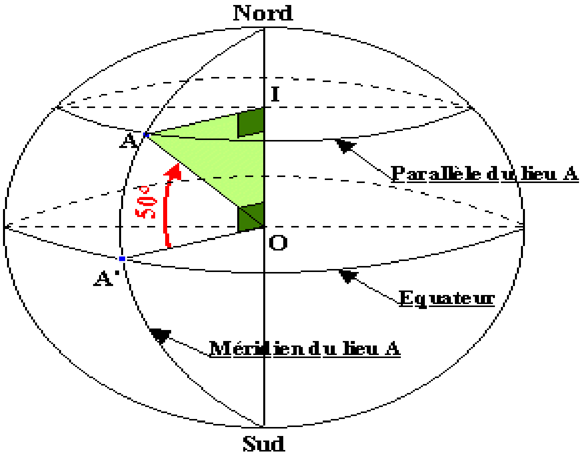
1. La longueur d'un méridien.

*Un méridien est un demi cercle de centre, le centre de la Terre, et de rayon 6400 km (pour cet exercice). La longueur d'un cercle est donnée par la formule **L** = 2πR où π vaut environ 3.14 et R=6400km. La longueur d'un méridien est donc P/2=(2×3,14×6400)/2, soit environ **20096km**.*

2. La longueur du parallèle 50° Nord.

Un parallèle est un petit cercle dont le centre est sur l'axe Nord-Sud. Plus ce centre s'éloigne du centre de la Terre (en se rapprochant des pôles), plus le rayon de ce cercle est petit. Ce rayon dépend donc de la position du centre du parallèle, c'est à dire, de la distance entre le centre de la Terre et le centre du parallèle.

Soit le parallèle 50° Nord de centre I et un lieu A sur ce parallèle. Le méridien du lieu A coupe l'équateur en A'. Si O désigne le centre de la Terre, alors l'angle A0A' est la latitude du lieu A. Comme A est sur le parallèle de latitude 50° Nord alors AOA'=50°.



Les plans du parallèle et de l'équateur sont parallèles et perpendiculaires à (NS), l'axe Nord-Sud. Comme A est dans le plan du parallèle alors <u>[AI] est perpendiculaire à (NS)</u>
Comme A' est dans le plan de l'équateur alors <u>[A'O] est perpendiculaire à (NS).</u>
Les points A, I, O et A' sont dans le plan du méridien de A. Dans ce plan, les droites (AI) et (A'O) sont parallèles. Comme elles sont coupées par la sécante(AO) alors les angles A'OA et OAI sont égaux comme angles alternes internes. Donc OAI=50°.
Comme le triangle OAI est rectangle en I alors

cos(OAI)=AI/AO
cos(OAI)×AO=AI
cos(50°)×6400=AI

car AO est le rayon de la Terre et <u>AI est le rayon du parallèle du lieu A</u> (et de tous les lieux qui se trouvent sur ce parallèle). D'une façon générale, nous pouvons retenir que, si R est le rayon du parallèle du lieu A alors:

R=cos(latitude de A)×rayon de la Terre

En appliquant la formule de la longueur d'un cercle, la longueur $L_{parallèle\ 50°}$ du parallèle 50° Nord est:

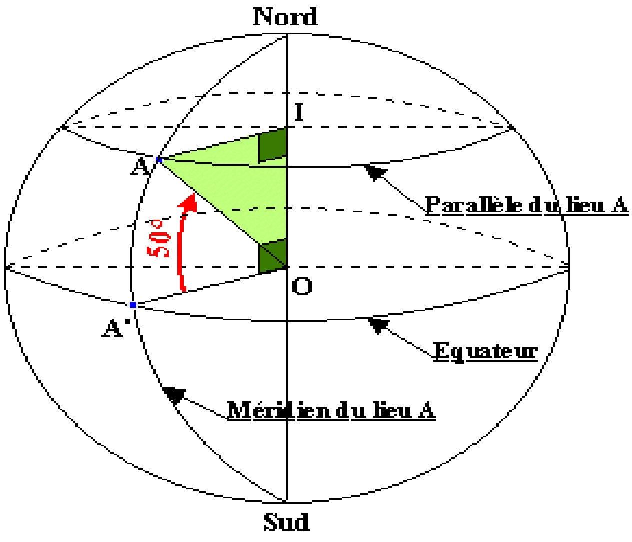
$$L_{parallèle\ 50°} = 2 \times pi \times \cos(50°) \times 6400$$

soit ***environ 25248km****.*

Remarque: il en est de même pour le parallèle 50° Sud, bien entendu.

3. La distance la plus petite sur la surface de la Terre de A à B.

Les lieux A et B sont sur le même méridien 70° Ouest. Le plus court chemin pour aller de A à B, en se déplaçant sur la surface du globe, est l'arc de cercle AB. Nous devons donc calculer la longueur $\boldsymbol{L_{AB}}$ de cet arc.



Comme le montre la figure, il s'agit d'un arc dont l'angle au centre est la somme des latitudes de A et B, soit 110°.
La longueur du méridien (20096km calculée au ***1.****) correspond à un angle au centre égal à 180° (un méridien est un demi cercle)*

longueurs en km	angles au centre en degrés
20096	180
$\boldsymbol{L_{AB}}$	110

Nous avons donc: L×180=110×20096 (il s'agit du produit en croix utilisé dans les relations de proportionnalité).

Nous en déduisons:

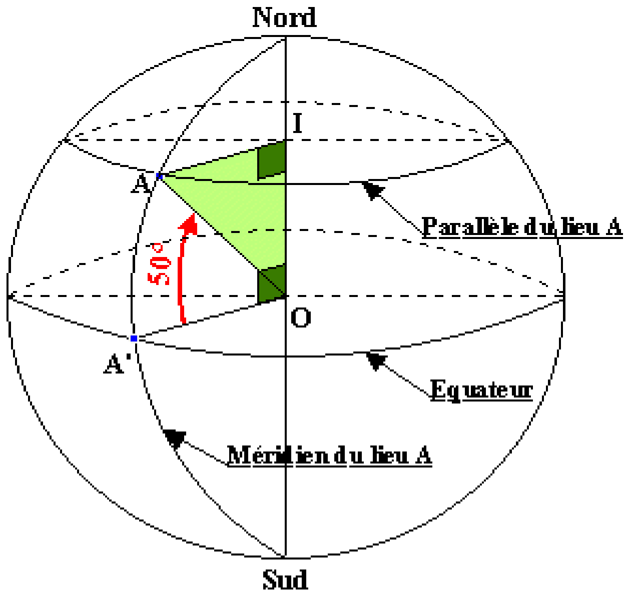
$$\boldsymbol{L_{AB}} = (110 \times 20096)/180$$

d'où $\boldsymbol{L_{AB}}$ *=****12281km*** *environ.*

Remarque: cette façon de faire n'est valable que si les deux lieux sont sur le même méridien, quelque soit le méridien.

4. La distance la plus petite sur la surface de la Terre de A à H.

Les lieux A et H sont sur le même parallèle: le parallèle 50° Nord. La distance la plus petite de A à H, à la surface de la Terre, est l'arc AH du parallèle 50° Nord. Cette distance L_{AH} est calculée de la façon suivante:



Comme le montre la figure, il s'agit d'un arc dont l'__angle au centre__ est la somme des longitudes de A et H, soit 90°.
*La longueur du parallèle 50° Nord (25 248 km calculée au **3.**) correspond à un angle au centre égal à 360° (un parallèle est un petit cercle)*

longueurs en km	**angles au centre en degrés**
25 248	360
L_{AH}	90

Nous avons donc: L×360=90×25 248 (__produit en croix__).

Nous en déduisons:

L_{AH} =(90×25 248)/360
d'où L_{AB} =**6 312 km** environ.

__Remarque:__ cette façon de faire n'est valable que si les deux lieux sont sur le même parallèle. En prenant garde au fait que les parallèles ont des longueurs différentes.

- La distance qui parcourt l'oiseau est = ?
- Le chemin pour aller de Saint- Pétersbourg au pôle Nord. , l'oiseau se déplaçant sur la surface du globe, est l'arc de cercle Saint-Pétersbourg / pôle Nord. Nous devons donc calculer la longueur $\mathbf{L_{SN}}$ (**L**$_{\text{Saint-Pétersbourg/pôle Nord}}$) de cet arc => $\mathbf{L_{SN}}$ = ?
- Un méridien est un demi-cercle de centre, le centre de la Terre, et de rayon 6400 km (pour cet exercice). La longueur d'un cercle est donnée par la formule **L** = 2 πR où π vaut environ 3.14 et R=6400km. La longueur d'un méridien est donc $\mathbf{L_M}$ / 2=(2×3,14×6400)/2, soit environ **20096km.** => $\mathbf{L_M}$ **= 20096km.**
- La latitude de Saint- Pétersbourg est 60° car l'angle Eq o ~~Saint~~ = 60°, donc l'angle Saint o ~~Nord~~ = 90° - 60° = 30° .
- La longueur du méridien (20096km) correspond à un angle au centre égal à 180° (un méridien est un demi-cercle) :
- Nous avons donc: L_{SN}×180=30×20096 (il s'agit du __produit en croix__ utilisé dans les relations de proportionnalité).

Nous en déduisons: $\mathbf{L_{SN}}$ = (30×20096)/180 = 3349.333 **km**
=> La distance qui parcourt l'oiseau est $\mathbf{L_{SN}}$ = 3349.5 **km**

longueurs en km	**angles au centre en degrés**
20096	180
L_{SN}	30

Coordonnées géographiques
(Résultats)

Lieu	Longitude	Latitude
A	70° Ouest	50° Nord
B	70° Ouest	60° Sud
C	30° Ouest	20° Nord
D	30° Ouest	0°
E	0°	50° Nord
F	0°	20° Nord

G	0°	60° Sud
H	20° Est	50° Nord
I	20° Est	60° Sud

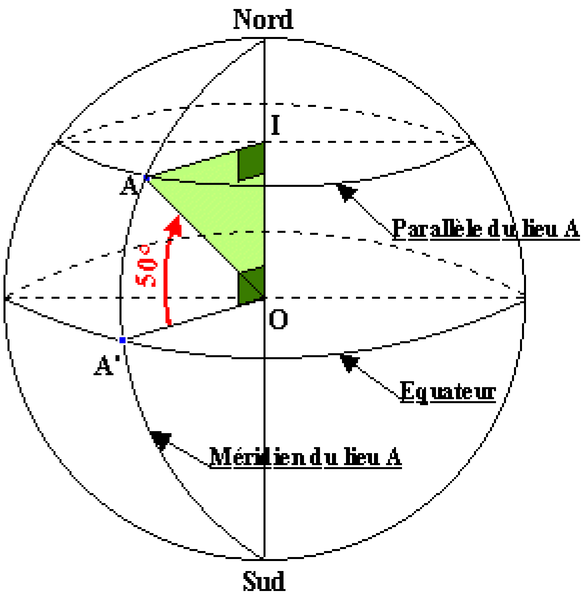
1. La longueur d'un méridien.

Un méridien est un demi cercle de centre, le centre de la Terre, et de rayon 6400 km (pour cet exercice). La longueur d'un cercle est donnée par la formule $L = 2\pi R$ où π vaut environ 3.14 et R=6400km. La longueur d'un méridien est donc P/2=(2×3,14×6400)/2, soit environ ***20096km****.*

2. La longueur du parallèle 50° Nord.

Un parallèle est un petit cercle dont le centre est sur l'axe Nord-Sud. Plus ce centre s'éloigne du centre de la Terre (en se rapprochant des pôles), plus le rayon de ce cercle est petit. Ce rayon dépend donc de la position du centre du parallèle, c'est à dire, de la distance entre le centre de la Terre et le centre du parallèle.

Soit le parallèle 50° Nord de centre I et un lieu A sur ce parallèle. Le méridien du lieu A coupe l'équateur en A'. Si O désigne le centre de la Terre, alors l'angle AOA' est la latitude du lieu A. Comme A est sur le parallèle de latitude 50° Nord alors AOA'=50°.



Les plans du parallèle et de l'équateur sont parallèles et perpendiculaires à (NS), l'axe Nord-Sud. Comme A est dans le plan du parallèle alors [AI] est perpendiculaire à (NS)
Comme A' est dans le plan de l'équateur alors [A'O] est perpendiculaire à (NS).
Les points A, I, O et A' sont dans le plan du méridien de A. Dans ce plan, les droites (AI) et (A'O) sont parallèles. Comme elles sont coupées par la sécante(AO) alors les angles A'OA et OAI sont égaux comme angles alternes internes. Donc OAI=50°.
Comme le triangle OAI est rectangle en I alors

$$\cos(OAI)=AI/AO$$
$$\cos(OAI)\times AO=AI$$
$$\cos(50°)\times 6400=AI$$

car AO est le rayon de la Terre et AI est le rayon du parallèle du lieu A (et de tous les lieux qui se trouvent sur ce parallèle). D'une façon générale, nous pouvons retenir que, si R est le rayon du parallèle du lieu A alors:

R=cos(latitude de A)×rayon de la Terre

En appliquant la formule de la longueur d'un cercle, la longueur $L_{parallèle\ 50°}$ du parallèle 50° Nord est:

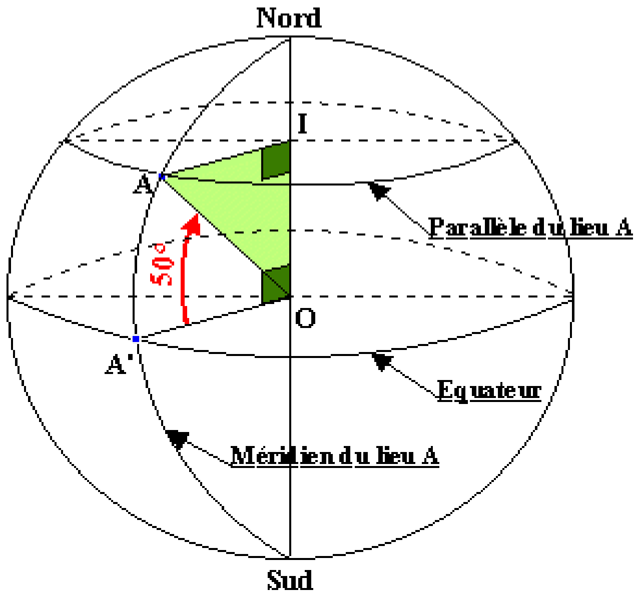
$$L_{parallèle\ 50°}=2\times pi\times\cos(50°)\times 6400$$

soit ***environ 25248km****.*

Remarque: il en est de même pour le parallèle 50° Sud, bien entendu.

3. La distance la plus petite sur la surface de la Terre de A à B.

*Les lieux A et B sont sur le même méridien 70° Ouest. Le plus court chemin pour aller de A à B, en se déplaçant sur la surface du globe, est l'arc de cercle AB. Nous devons donc calculer la longueur **L_{AB}** de cet arc.*



Comme le montre la figure, il s'agit d'un arc dont l'angle au centre est la somme des latitudes de A et B, soit 110°.
*La longueur du méridien (20096km calculée au **1**.) correspond à un angle au centre égal à 180° (un méridien est un demi cercle)*

longueurs en km	angles au centre en degrés
20096	180
L_{AB}	110

Nous avons donc: L×180=110×20096 (il s'agit du produit en croix utilisé dans les relations de proportionnalité).

Nous en déduisons:

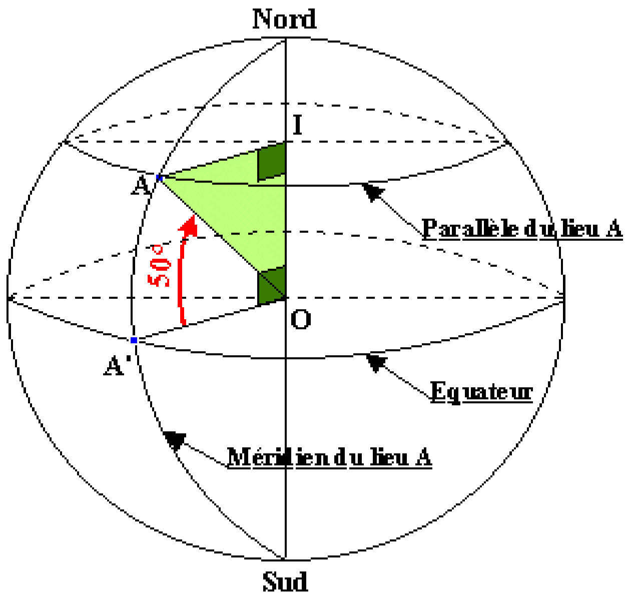
$$L_{AB} = (110 \times 20096)/180$$

*d'où **L_{AB}** =**12281 km** environ.*

Remarque: cette façon de faire n'est valable que si les deux lieux sont sur le même méridien, quelque soit le méridien.

4. La distance la plus petite sur la surface de la Terre de A à H.

Les lieux A et H sont sur le même parallèle: le parallèle 50° Nord. La distance la plus petite de A à H, à la surface de la Terre, est l'arc AH du parallèle 50° Nord. Cette distance L_{AH} est calculée de la façon suivante:



Comme le montre la figure, il s'agit d'un arc dont l'angle au centre est la somme des longitudes de A et H, soit 90°.

*La longueur du parallèle 50° Nord (25 248 km calculée au **3**.) correspond à un angle au centre égal à 360° (un parallèle est un petit cercle)*

longueurs en km	angles au centre en degrés
25 248	360
L_{AH}	90

Nous avons donc: L×360=90×25 248 (produit en croix).

Nous en déduisons:

L_{AH} =(90×25 248)/360
d'où L_{AB} =**6 312 km** environ.

__Remarque:__ cette façon de faire n'est valable que si les deux lieux sont sur le même parallèle. En prenant garde au fait que les parallèles ont des longueurs différentes

La distance qui parcourt l'oiseau est = ?

- Le chemin pour aller de Saint- Pétersbourg au pôle Nord. , l'oiseau se déplaçant sur la surface du globe, est l'arc de cercle Saint-Pétersbourg / pôle Nord. Nous devons donc calculer la longueur $\mathbf{L_{SN}}$ ($\mathbf{L}_{\text{Saint-Pétersbourg/pôle Nord}}$) de cet arc => $\mathbf{L_{SN}}$ = ?
- Un méridien est un demi-cercle de centre, le centre de la Terre, et de rayon 6400 km (pour cet exercice). La longueur d'un cercle est donnée par la formule **L** = 2 πR où π vaut environ 3.14 et R=6400km. La longueur d'un méridien est donc $\mathbf{L_M}$ / 2=(2×3,14×6400)/2, soit environ **20096km**. => $\mathbf{L_M}$ **= 20096km**.
- La latitude de Saint- Pétersbourg est 60° car l'angle Eq o ~~Saint~~ = 60°, donc l'angle Saint o ~~Nord~~ = 90° - 60° = 30° .
- La longueur du méridien (20096km) correspond à un angle au centre égal à 180° (un méridien est un demi-cercle) :
- Nous avons donc: L_{SN}×180=30×20096 (il s'agit du __produit en croix__ utilisé dans les relations de proportionnalité).

Nous en déduisons: $\mathbf{L_{SN}}$ = (30×20096)/180 = 3349.333 **km**
=> La distance qui parcourt l'oiseau est $\mathbf{L_{SN}}$ = 3349.5 **km**

longueurs en km	**angles au centre en degrés**
20096	180
L_{SN}	30

Coordonnées géographiques
(Résultats)

Lieu	Longitude	Latitude
A	70° Ouest	50° Nord
B	70° Ouest	60° Sud
C	30° Ouest	20° Nord
D	30° Ouest	0°
E	0°	50° Nord
F	0°	20° Nord
G	0°	60° Sud
H	20° Est	50° Nord
I	20° Est	60° Sud

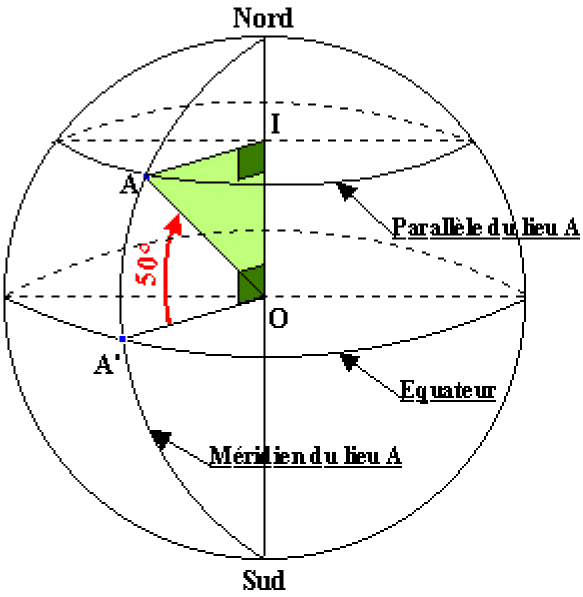
1. La longueur d'un méridien.

*Un méridien est un demi cercle de centre, le centre de la Terre, et de rayon 6400 km (pour cet exercice). La longueur d'un cercle est donnée par la formule **L** = 2πR où π vaut environ 3.14 et R=6400km. La longueur d'un méridien est donc P/2=(2×3,14×6400)/2, soit environ **20096km**.*

2. La longueur du parallèle 50° Nord.

Un parallèle est un petit cercle dont le centre est sur l'axe Nord-Sud. Plus ce centre s'éloigne du centre de la Terre (en se rapprochant des pôles), plus le rayon de ce cercle est petit. Ce rayon dépend donc de la position du centre du parallèle, c'est à dire, de la distance entre le centre de la Terre et le centre du parallèle.

Soit le parallèle 50° Nord de centre I et un lieu A sur ce parallèle. Le méridien du lieu A coupe l'équateur en A'. Si O désigne le centre de la Terre, alors l'angle AOA' est la latitude du lieu A. Comme A est sur le parallèle de latitude 50° Nord alors AOA'=50°.



Les plans du parallèle et de l'équateur sont parallèles et perpendiculaires à (NS), l'axe Nord-Sud. Comme A est dans le plan du parallèle alors [AI] est perpendiculaire à (NS)
Comme A' est dans le plan de l'équateur alors [A'O] est perpendiculaire à (NS).
Les points A, I, O et A' sont dans le plan du méridien de A. Dans ce plan, les droites (AI) et (A'O) sont parallèles. Comme elles sont coupées par la sécante(AO) alors les angles A'OA et OAI sont égaux comme angles alternes internes. Donc OAI=50°.
Comme le triangle OAI est rectangle en I alors

cos(OAI)=AI/AO
cos(OAI)×AO=AI
cos(50°)×6400=AI

car AO est le rayon de la Terre et AI est le rayon du parallèle du lieu A (et de tous les lieux qui se trouvent sur ce parallèle). D'une façon générale, nous pouvons retenir que, si R est le rayon du parallèle du lieu A alors:

R=cos(latitude de A)×rayon de la Terre

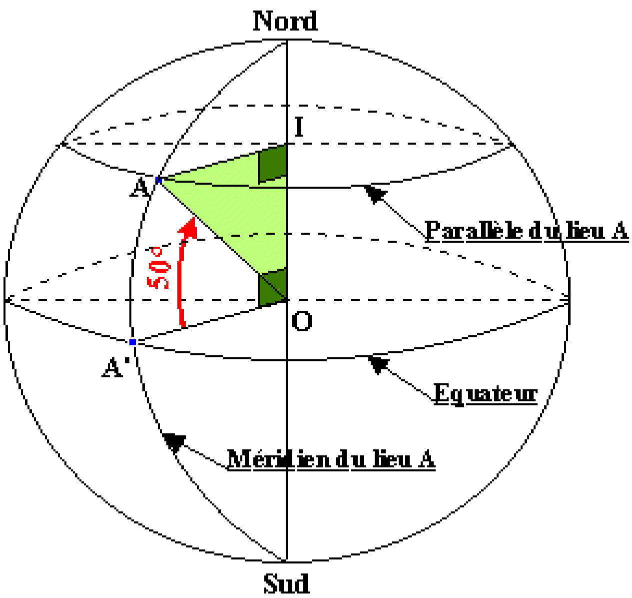
En appliquant la formule de la longueur d'un cercle, la longueur $L_{\text{parallèle } 50°}$ du parallèle 50° Nord est:

$$L_{\text{parallèle } 50°} = 2 \times pi \times \cos(50°) \times 6400$$
soit ***environ 25248km****.*

Remarque: il en est de même pour le parallèle 50° Sud, bien entendu.

3. La distance la plus petite sur la surface de la Terre de A à B.

Les lieux A et B sont sur le même méridien 70° Ouest. Le plus court chemin pour aller de A à B, en se déplaçant sur la surface du globe, est l'arc de cercle AB. Nous devons donc calculer la longueur $\mathbf{L_{AB}}$ *de cet arc.*



Comme le montre la figure, il s'agit d'un arc dont l'angle au centre est la somme des latitudes de A et B, soit 110°.
*La longueur du méridien (20096km calculée au **1 .**) correspond à un angle au centre égal à 180° (un méridien est un demi cercle)*

longueurs en km	angles au centre en degrés
20096	180
L_{AB}	110

Nous avons donc: L×180=110×20096 (il s'agit du produit en croix utilisé dans les relations de proportionnalité).

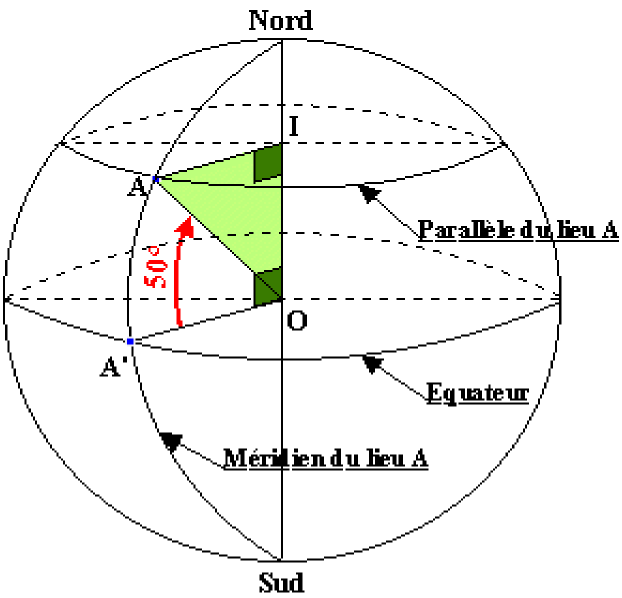
Nous en déduisons:

$$L_{AB} = (110 \times 20096)/180$$
d'où L_{AB} = **12281 km** environ.

Remarque: cette façon de faire n'est valable que si les deux lieux sont sur le même méridien, quelque soit le méridien.

4. La distance la plus petite sur la surface de la Terre de A à H.

Les lieux A et H sont sur le même parallèle: le parallèle 50° Nord. La distance la plus petite de A à H, à la surface de la Terre, est l'arc AH du parallèle 50° Nord. Cette distance L_{AH} est calculée de la façon suivante:



Comme le montre la figure, il s'agit d'un arc dont l'angle au centre est la somme des longitudes de A et H, soit 90°.

*La longueur du parallèle 50° Nord (25 248 km calculée au **3.**) correspond à un angle au centre égal à 360° (un parallèle est un petit cercle)*

longueurs en km	angles au centre en degrés
25 248	360
L_{AH}	90

Nous avons donc: $L \times 360 = 90 \times 25\,248$ (produit en croix).

Nous en déduisons:

$$L_{AH} = (90 \times 25\,248)/360$$
d'où L_{AB} = **6 312 km** environ.

Remarque: cette façon de faire n'est valable que si les deux lieux sont sur le même parallèle. En prenant garde au fait que les parallèles ont des longueurs différentes