Exercice N° 1:

1- Mettre sous la forme Algébrique $(x+iy)$les nombres suivants :

$$\frac{1-i}{1+i}\,;\ \frac{2+3i}{4-3i}\,;\ (1+i)^n+(1-i)^n\ \ n\in\mathbb{N}$$

2- Mettre chaque nombre sous sa forme polaire :

$$-9i\ ;\ 4-4i\ ;\ -2-2i\sqrt{3}\ ;\ \sqrt{6}+i\sqrt{2}$$

Exercice N° 2 :

Vérifier si les fonctions suivantes sont holomorphes dans $\mathbb{C}$:

$f(z)=(ax+iby)^2-i(ax-ib)$ / a et b deux réels donnés.

$g(z)=|z|-iIm(z)$, $h(z)=\frac{\bar{z}}{z^2+1}-\bar{z}^2$, $k(z)=ln|\bar{z}|+iArctg\frac{\bar{z}-z}{i(z+\bar{z})}$

Exercice N° 3:

1. Réécrire les conditions de Cauchy-Riemann en coordonnées polaires
2. vérifier l'holomorphie des fonctions $f(z)=|z|$ et $g(z)=z^2+1$

Exercice N° 4: Déterminer une fonction holomorphe $f(z)$ telle que :

$\mathcal{R}ef(z)=e^x(xcosy-ysiny)$, Exprimer f(z) en fonction de la seule variable z.

Exercice N° 5: Déterminer une fonction holomorphe $g(z)$ telle que :

$\mathfrak{I}mg(z)=ln(x^2+y^2)$, Exprimer g(z) en fonction de la seule variable z.

Exercice N° 6 : Démontrer que :

$$sin^2z+cosz^2=1,\quad sin(z_1+z_2)=sinz_1cosz_2+cosz_1sinz_2\ ,$$
$$cos(z_1+z_2)=cosz_1cosz_2-sinz_1sinz_2$$

Exercice N° 7 : Montrer que les zéros $(a)sinz$ et $(b)cosz$ sont tous réels, déterminer leurs valeurs.

Exercice N° 8 : Soit $f(z)=\sin z$ et $g(z)=Logz$

1) Déterminer les Modules de f et g
2) Démontrer que f et g sont holomorphes, en déduire leurs dérivées

Exercice N° 9 : Si nous appelons détermination principale de $arcsin\, z$ celle qui vérifie $arc\ sin0=0$, démontrer que $arc\ sin\ z=\frac{1}{i}Log\left(iz+\sqrt{1-z^2}\right)$