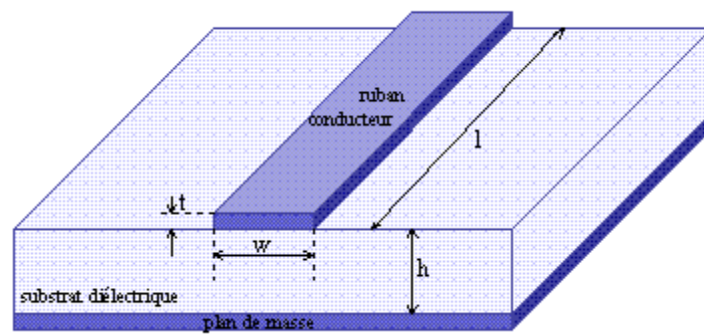


Chapitre 2

Adaptation d'impédance dans les lignes de transmission



2.1 L'abaque de Smith

Avant l'avènement des ordinateurs et calculateurs, les ingénieurs ont développé toute sorte d'aide (tables, abaques, graphes, etc.). Pour faciliter le calcul dans la détermination des caractéristiques des lignes de transmission, des moyens graphiques ont été développés. L'abaque de Smith (développé par Phillip H. Smith en 1939) est la technique graphique la plus communément utilisée. Il est constitué basiquement par une indication graphique de l'impédance d'une ligne de transmission. On doit d'abord voir comment l'abaque de Smith est construit et après l'utiliser dans nos calculs des caractéristiques d'une ligne telles que Γ_L , s et Z_{in} . Dans notre construction, on va considérer le cas d'une ligne de transmission sans pertes ($Z_0 = R_0$).

L'abaque de Smith est construit dans un cercle de rayon unité ($|\Gamma| \leq 1$), comme montré dans la Figure 2.1.

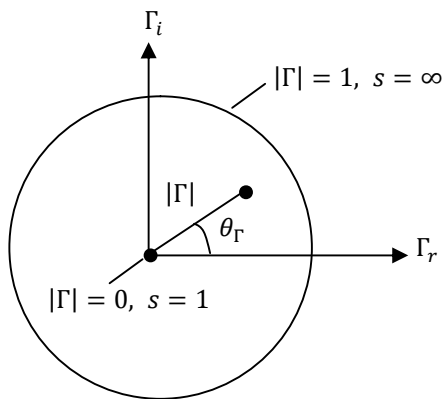


Figure 2.1 Cercle unitaire sur lequel l'abaque de Smith est construit.

L'abaque est construit à partir de la relation (1.36) ; soit,

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2.1)$$

ou

$$\Gamma = |\Gamma| \angle \theta_\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i \quad (2.2)$$

où Γ_r et Γ_i sont les parties réelle et imaginaire du coefficient de réflexion Γ .

Au lieu d'avoir des abaques de Smith séparés pour des lignes de transmission avec différentes impédances caractéristiques $Z_0 = 60, 100, \text{ et } 120 \Omega$, on préfère avoir juste un abaque qui peut être utilisé pour n'importe quelle ligne. On accomplit cela en utilisant un abaque normalisé dans lequel toutes les impédances sont normalisées par rapport à l'impédance caractéristique Z_0 de la ligne particulière sous considération. Pour l'impédance de charge Z_L , par exemple, l'impédance normalisée z_L , est donnée par

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = r + jx \quad (2.3)$$

En substituant l'équation (2.3) dans les équations (2.1) et (2.2) on aura

$$\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i = \frac{z_L - 1}{z_L + 1} \quad (2.4a)$$

ou

$$z_L = r + jx = \frac{(1 + \Gamma_r) + j\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r) - j\Gamma_i} \quad (2.4b)$$

En normalisant et en identifiant les termes, on aura

$$r = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (2.5a)$$

$$x = \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (2.5b)$$

En réarrangeant les termes dans (2.5) on aura

$$\left[\Gamma_r - \frac{r}{1+r}\right]^2 + \Gamma_i^2 = \left[\frac{1}{1+r}\right]^2 \quad (2.6)$$

et

$$[\Gamma_r - 1]^2 + \left[\Gamma_i - \frac{1}{x}\right]^2 = \left[\frac{1}{x}\right]^2 \quad (2.7)$$

Chacune des équations (2.6) et (2.7) sont similaires a

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2 \quad (2.8)$$

qui représente l'équation générale d'un cercle de rayon a et de centre (h, k) . Alors l'équation (2.6) est un *cercle résistance (cercle r)* avec

$$\text{centre en } (\Gamma_r, \Gamma_i) = \left(\frac{r}{1+r}, 0\right) \quad (2.9a)$$

$$\text{rayon} = \frac{1}{1+r} \quad (2.9b)$$

Pour des valeurs typiques de la résistance normalisée r , les centres et rayons correspondant des cercles en r sont présentés dans le Tableau 2.1. Des exemples typiques des cercles en r basés sur les données du Tableau 2.1 sont montrés dans la Figure 2.2. Similairement, l'équation (1.6) est un *cercle en x (cercle de réactance)* avec

$$\text{centre en } (\Gamma_r, \Gamma_i) = \left(1, \frac{1}{x}\right) \quad (2.10a)$$

$$\text{rayon} = \frac{1}{x} \quad (2.10b)$$

Tableau 2.1 Rayons et centres des cercles r pour des valeurs typiques de r

Résistance normalisée (r)	Rayon $\left(\frac{1}{1+r}\right)$	Centre $\left(\frac{r}{1+r}, 0\right)$
0	1	(0, 0)
1/2	2/3	(1/3, 0)
1	1/2	(1/2, 0)
2	1/3	(2/3, 0)
5	1/6	(5/6, 0)
∞	0	(1, 0)

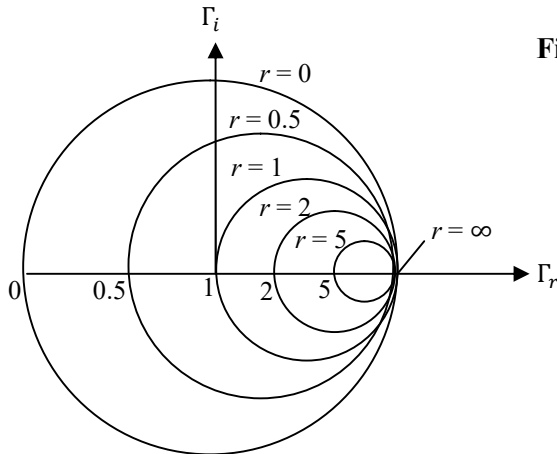


Figure 2.2 Cercles r typiques pour $r = 0, 0.5, 1, 2, 5, \infty$

Le Tableau 2.2 présente les centres et les rayons des cercles en x pour des valeurs typiques de r et la Figure 2.3 montre les courbes correspondantes. On note que tandis que r est toujours positive, x peut être positive (pour une impédance inductive) ou négative (pour une impédance capacitive).

Si on superpose les cercles en r et les cercles en x , on obtient l'abaque de Smith montré dans la Figure 2.4. Sur l'abaque on localise l'impédance normalisée $z = 2+j$, par exemple, comme le point d'intersection du cercle $r = 2$ et le cercle $x = 1$. C'est le point P_1 sur la Figure 2.4. Similairement, $z = 1-j0.5$ est localisée en P_2 , où le cercle $r = 1$ et le cercle $x = -0.5$ s'intersectent.

A part les cercles en r et en x (montrés sur l'abaque de Smith), on peut tracer les cercles en s ou les cercles à taux d'onde stationnaire constant (toujours non montrés sur l'abaque de Smith), qui sont centrés à l'origine avec s qui varie de 1 à ∞ . La valeur du taux d'onde stationnaire s est déterminée en localisant les points d'intersection du cercle s avec l'axe Γ_r . Des exemples typiques pour $s = 1, 2, 3$ et ∞ sont montrés sur la Figure 2.4. Du moment que $|\Gamma|$ et s sont reliés en accord avec l'équation (1.38), les cercles en s sont parfois

nommés cercles en $|\Gamma|$, avec $|\Gamma|$ qui varie linéairement de 0 à 1 en se déplaçant loin du centre O vers la périphérie de l'abaque tandis que s varie non linéairement de 1 à ∞ .

Tableau 2.1 Rayons et centres des cercles x pour des valeurs typiques de x

Réactance normalisée (x)	Rayon ($\frac{1}{x}$)	Centre ($1, \frac{1}{x}$)
0	∞	(1, ∞)
$\pm 1/2$	2	(1, ± 2)
± 1	1	(1, ± 1)
± 2	1/2	(1, $\pm 1/2$)
± 5	1/5	(1, $\pm 1/5$)
$\pm \infty$	0	(1, 0)

Les points suivants doivent être notés à propos de l'abaque de Smith :

1. Sur le point P_{sc} sur l'abaque $r = 0$; soit, $Z_L = 0 + j0$ montrant que le point P_{sc} représente un court circuit sur la ligne de transmission. Sur le point P_{oc} , $r = \infty$ et $x = \infty$, ou $Z_L = \infty + j\infty$, ce qui implique que P_{oc} correspond à un circuit ouvert sur la ligne. Aussi sur P_{oc} , $r = 0$ et $x = 0$, montrant que P_{oc} est un autre endroit du court circuit sur la ligne.
2. Une rotation complète (360°) autour de l'abaque de Smith représente une distance de $\lambda/2$ sur la ligne. Un mouvement dans le sens des aiguilles d'une montre est considéré comme un mouvement vers le générateur (flèche G dans la Figure 2.5). Similairement, un mouvement dans le sens inverse des aiguilles d'une montre correspond à un mouvement dans la direction de la charge (flèche L dans la Figure 2.5).
3. Il y a trois échelles autour de la périphérie de l'abaque (comme illustré dans la Figure 2.5). Les trois échelles sont incluses par souci de commodité, en réalité les trois échelles ont le même sens et l'un des trois peut suffire. Les trois échelles sont utilisées dans la détermination des distances à partir de la charge ou du générateur en degrés ou en longueur d'onde. L'échelle la plus externe est utilisée pour calculer les distances sur la ligne à partir du générateur en unité de longueur d'onde et l'échelle suivante détermine la distance à partir de la charge en longueur d'onde. L'échelle la plus interne est un rapporteur (en degrés) et elle est essentiellement utilisée pour déterminer θ_Γ ; elle peut être aussi utilisée pour déterminer la distance à partir du générateur ou de la charge. Du moment qu'une distance sur l'abaque, de $\lambda/2$ sur la ligne correspond à un mouvement de 360° , une distance de λ sur la ligne correspond à un mouvement de 720° sur l'abaque.

$$\lambda \longrightarrow 720^\circ \quad (2.11)$$

Alors on doit ignorer les autres échelles et utiliser le rapporteur (l'échelle la plus interne) pour tous nos calculs de θ_Γ et les calculs des distances.

Figure 2.3 Cercles x typiques pour $x = 0, \pm 1/2, \pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm\infty$.

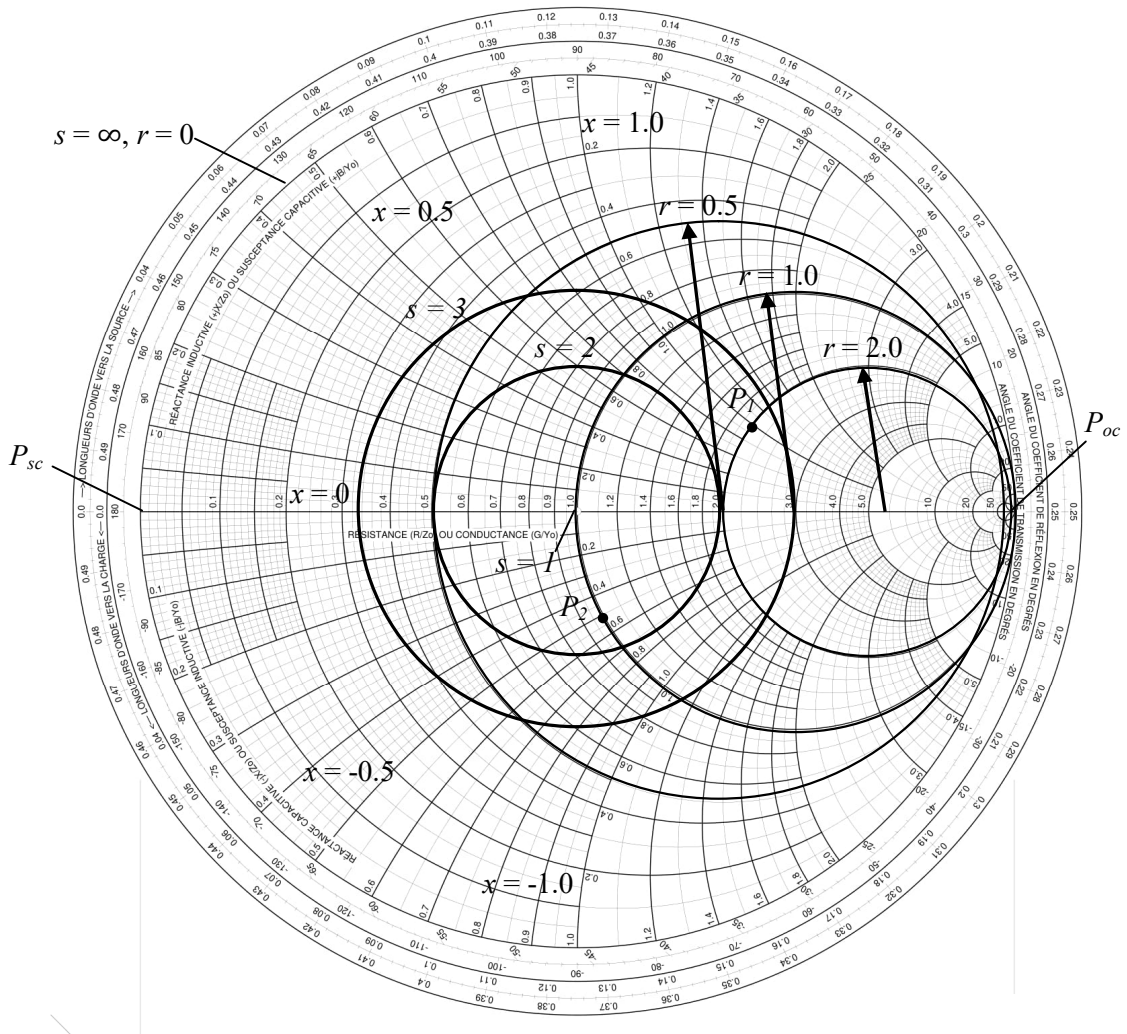
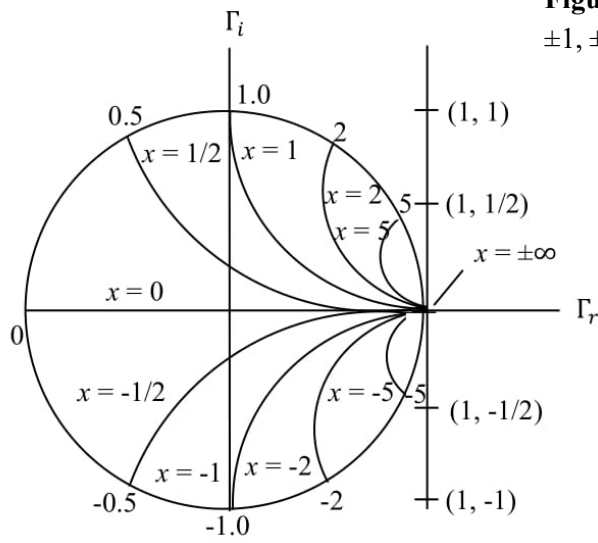


Figure 2.4 Illustration des cercles r , x et s sur l'abaque de Smith.

4. V_{max} se produit où $Z_{in,max}$ est localisée sur l'abaque de Smith [voir équation (1.39a)] et elle est sur la partie positive de l'axe Γ_r ou sur OP_{oc} dans la Figure 2.5(a). V_{min} est localisée sur le même point où nous avons $Z_{in,min}$ sur l'abaque ; soit, sur la partie négative de Γ_r ou sur OP_{sc} dans la Figure 2.5(a). Notons que V_{max} et V_{min} (ou $Z_{in,max}$ et $Z_{in,min}$) sont distants de $\lambda/4$ (ou 180°).
5. L'abaque de Smith est utilisé à la fois comme abaque d'impédance et abaque d'admittance ($Y = 1/Z$). Comme abaque d'admittance (admittance normalisée $y = Y/Y_0 = g+jb$), les cercles en g et b correspondent aux cercles en r et en x , respectivement.

En se basant sur ces propriétés importantes, l'abaque de Smith est utilisé pour déterminer entre autres, (a) $\Gamma = |\Gamma|\angle\theta_\Gamma$ et s ; (b) Z_{in} ou Y_{in} ; et (c) les emplacements de V_{max} et V_{min} pourvu que Z_0 , Z_L et la longueur de la ligne soient données.

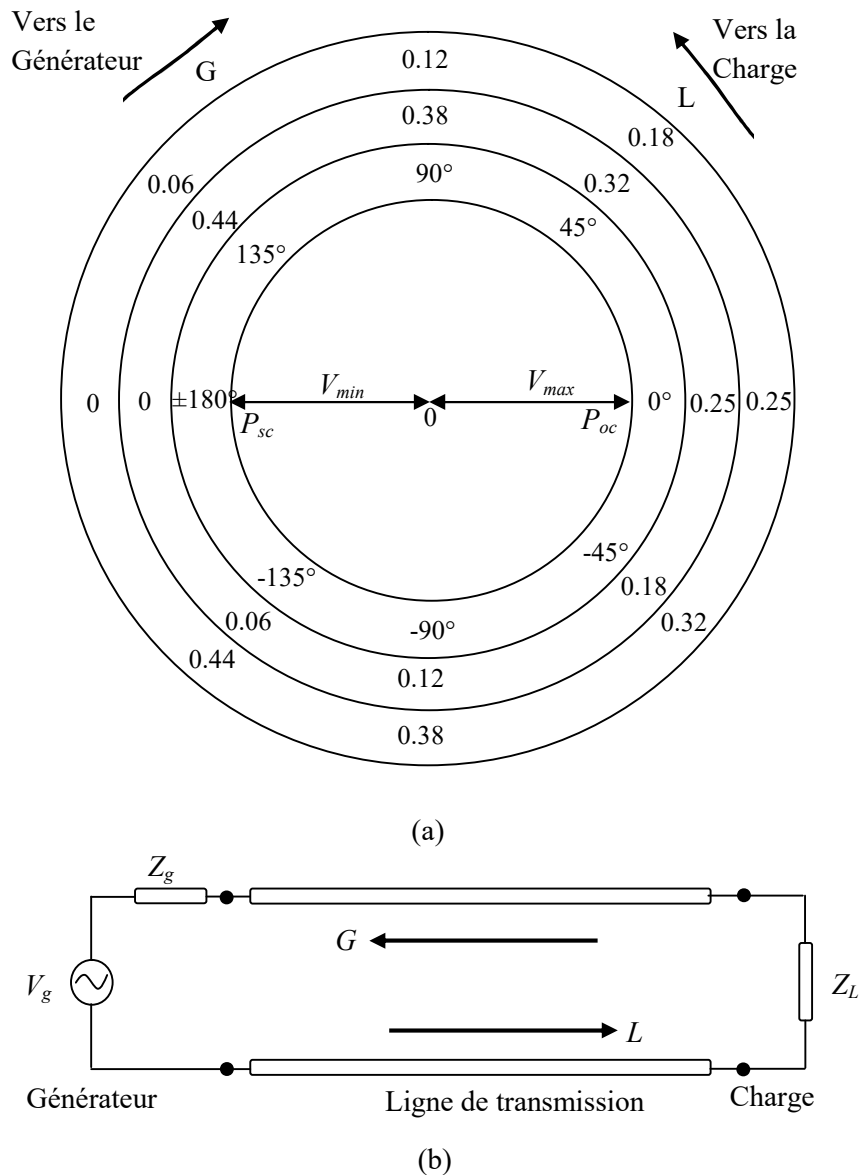


Figure 2.5 (a) Abaque de Smith illustrant les échelles autour de la périphérie et les mouvements autour de l'abaque **(b)** Les mouvements correspondant le long de la ligne.

2.2 Adaptation par des lignes de transmission

On a vu dans le chapitre précédent que la puissance transmise à la charge est maximale lorsque le coefficient de réflexion est nul. L'onde incidente est alors totalement transmise à la charge. C'est un résultat important surtout si l'on réfléchit aux applications dans le domaine des hautes fréquences. Les fréquences élevées sont en effet quasiment réservées à la transmission d'informations à longue distance ou à très faible puissance. Ces applications ont en commun de devoir récupérer une information d'une onde souvent de très faible puissance où il n'est donc pas question d'en perdre "une miette". Il est donc important dans ce cas d'éviter que l'onde reçue ne soit en partie réfléchi.

De plus, lorsqu'une onde est réfléchi, on a vu qu'un régime d'ondes stationnaire prend naissance dans la ligne. Des maximums et des minimums de tension sont alors distribués le long de la ligne. Si des récepteurs sont répartis sur la ligne, on ne peut alors garantir que la tension ne soit pas nulle sur certains d'entre eux (nœud) ou qu'au contraire elle ne soit pas plus élevée que ce qui normalement prévu (ventre). La conséquence peut être dans le meilleur des cas un réseau ne fonctionnant pas et, dans le pire, la destruction de certains appareils connecté au réseau. De plus, l'onde réfléchi se propageant en sens inverse vient se superposer à l'onde incidente, ce qui peut entraîner le brouillage des communications et le blocage du réseau.

Pour toutes ces raisons, on s'arrange pour qu'aucune onde ne soit réfléchi. La charge doit alors être égale à l'impédance caractéristique de la ligne pour que le coefficient de réflexion soit nul. Dans le cas contraire, il faut alors ajouter sur la ligne un dispositif permettant de modifier la valeur apparente de cette charge. On appelle cela **adapter** la charge.

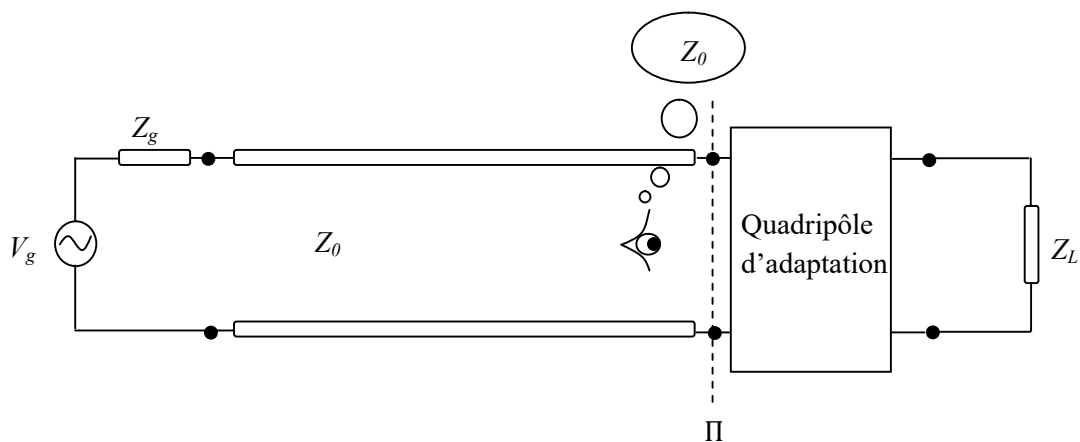


Figure 2.6 Adaptation d'une charge à travers un dispositif d'adaptation.

Si l'on place une charge désadaptée au bout de la ligne, un observateur situé à gauche du dispositif d'adaptation doit voir Z_0 en regardant dans la direction de la charge, c'est-à-dire ne doit pas voir d'onde réfléchi. On dit alors que l'on a réalisé l'adaptation de la charge.

Pour réaliser cette adaptation, on utilisera des dispositifs d'adaptation constitués d'éléments en série ou en parallèle, ces éléments étant soit des éléments localisés (capacité, inductances) soit des tronçons de lignes.

2.2.1 Adaptation à un stub

On place entre le générateur et la charge désadaptée un tronçon de ligne, de même impédance caractéristique Z_0 que la ligne principale, de longueur l terminé par une charge purement réactive, ici un court circuit. Il faut déterminer la distance et la longueur de la ligne pour que l'adaptation soit réalisée, c'est-à-dire pour que l'impédance vue dans le plan du stub ($s=l$) soit égale à Z_0 :

On doit avoir $Z_\pi = Z_0$ c'est-à-dire $z_\pi = 1$. C'est la condition d'adaptation.

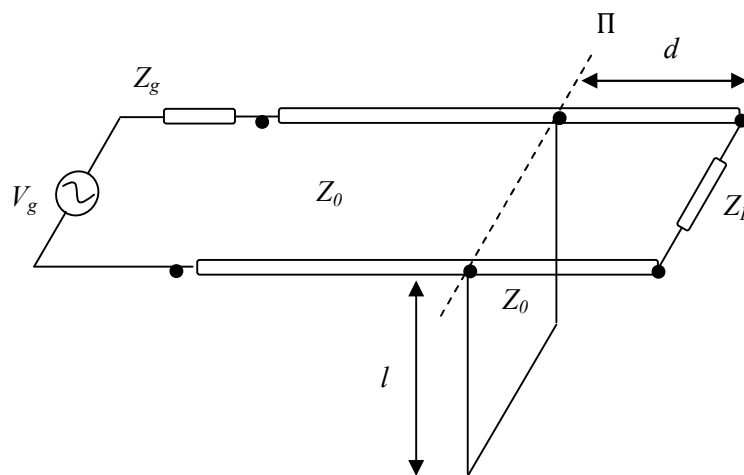
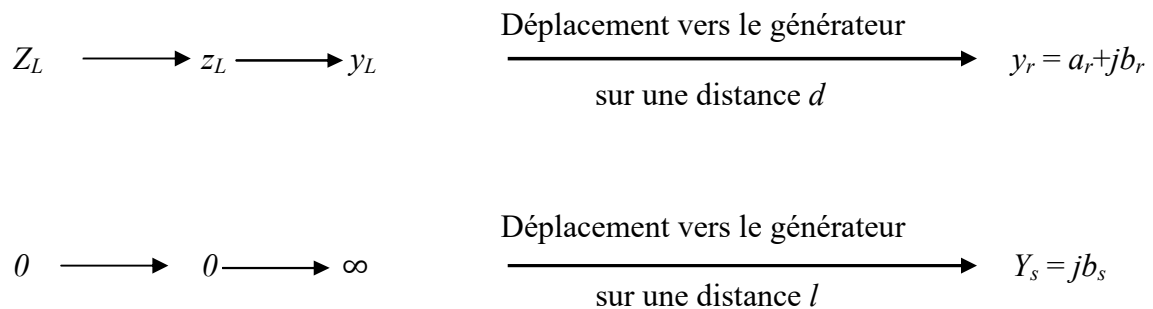


Figure 2.6 Adaptation d'une charge par un stub.

Etant donné que le stub et que la ligne de longueur d terminée par Z_L sont en parallèle, on va raisonner en admittance.



L'admittance réduite totale dans le plan Π vaut :

$$y_{\pi} = y_r + y_s = a_r + j(b_r + b_s) \quad (2.12)$$

La condition d'adaptation $z_{\pi}=1$ devient en admittance $y_{\pi} = 1$.

Cette condition en terme de partie réelle et partie imaginaire est équivalente à :

$$\begin{cases} a_r = 1 \\ b_r + b_s = 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

La 1^{ère} ligne signifie que la partie réelle de y_{π} (y_L ramenée dans le plan Π) doit être égale à 1. La seconde que le rôle du stub ($y_s = jb_s$) est d'annuler la partie imaginaire de y_{π} . L'adaptation se fait donc en deux temps, il faut ramener la charge à une distance d telle que sa partie réelle vaille 1, puis placer un stub en parallèle à cet endroit, d'une longueur telle qu'il annule la partie imaginaire de la charge ramenée. On peut toutefois discuter des propriétés d'un tel type d'adaptation

Remarques :

- Cette adaptation n'utilise que des lignes de transmission. Les longueurs de ces lignes sont déterminées "modulo" $\lambda/2$. On doit donc une infinité de solution ce qui laisse à l'opérateur la possibilité d'éloigner plus ou le moins le stub selon la place dont il dispose.
- On peut choisir d'utiliser un stub d'impédance caractéristique différente de la ligne principale pour "moduler" la longueur du stub
- Cette adaptation permet d'adapter n'importe quelle charge à condition de pouvoir placer le stub librement, ce qui est parfois impossible. Par exemple, sur une chaîne de fabrication, si les caractéristiques de la charges à adapter varie sur chaque carte à cause de la dispersion des caractéristiques des composant, il est difficile voir impossible de modifier le circuit imprimé. On préfère, dans ce cas, utiliser une adaptation à 2 stubs, dans laquelle les stubs sont fixes et seuls les longueurs sont à modifier au cas pas cas.

2.2.2 Adaptation à deux stubs

Comme on vient de le dire, l'adaptation utilise deux stubs fixes. Seules les longueurs sont à déterminer pour réaliser l'adaptation.

Remarques :

- Une adaptation à 2 stubs ne peut adapter n'importe quelle charge. S'il est nécessaire de modifier l'adaptation après fabrication, il est donc indispensable de prévoir un troisième stub non connecté à la ligne mais qu'il sera alors possible de connecter en cas de besoin.

- Les stubs sont fixes, ce qui permet de retoucher l'adaptation plus facilement en modifiant simplement la longueur des stubs à l'aide d'une peinture conductrice (laque d'argent par exemple) ou en les rognant.

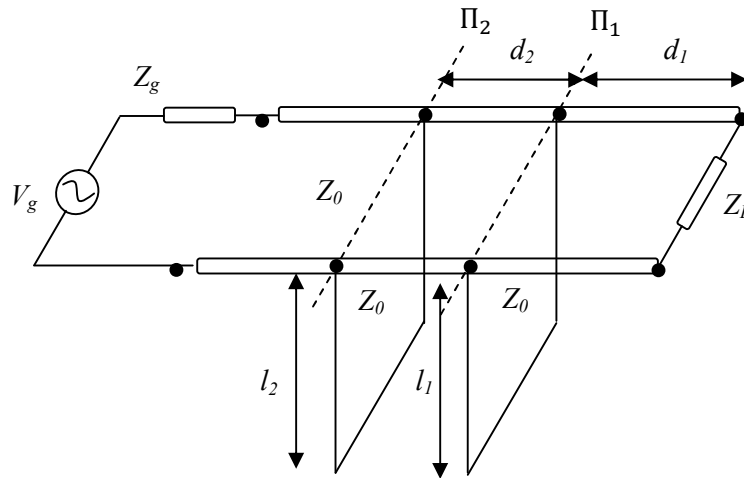


Figure 2.7 Adaptation d'une charge par deux stubs.

2.2.2 Adaptation par une ligne quart d'onde ($\lambda/4$)

Dans ce cas l'adaptation de la charge au générateur se fait grâce à un tronçon de ligne de longueur $\lambda/4$. Pour $l = \lambda/4$, $\beta l = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{\lambda}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$,

$$Z_{in} = Z_0 \left[\frac{Z_L + jZ_0 \tan \pi/2}{Z_0 + jZ_L \tan \pi/2} \right] = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad (2.14)$$

soit

$$\frac{Z_{in}}{Z_0} = \frac{Z_0}{Z_L}$$

ou

$$z_{in} = \frac{1}{z_L} \rightarrow y_{in} = z_L \quad (2.15)$$

Ainsi en ajoutant une ligne $\lambda/4$, on obtient l'admittance d'entrée correspondant à une impédance de charge donnée.

Aussi, une impédance de charge inadaptée Z_L , peut être adaptée proprement à une ligne (avec une impédance caractéristique Z_0) en insérant avant la charge une ligne de transmission de longueur $\lambda/4$ (avec une impédance caractéristique \check{Z}_0) (voir Figure 2.8). La section de ligne $\lambda/4$ de la ligne de transmission est appelée le transformateur quart d'onde. A partir de l'équation (2.14), \check{Z}_0 est choisie de sorte que ($Z_{in} = Z_0$)

$$\dot{Z}_0 = \sqrt{Z_0 Z_L} \quad (2.15)$$

où \dot{Z}_0 , Z_0 et Z_L sont toutes réelles.

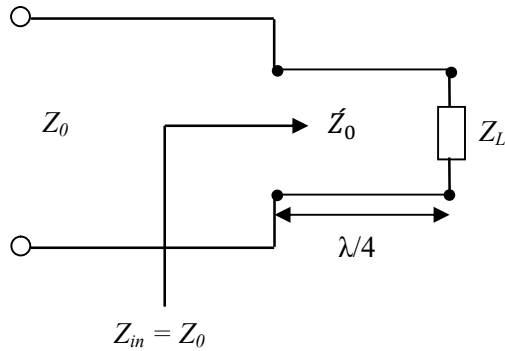


Figure 2.8 Adaptation d'impédance utilisant un transformateur $\lambda/4$

Par exemple, une impédance de charge de 120Ω est à adapter à une ligne de 75Ω d'impédance caractéristique, le transformateur $\lambda/4$ doit avoir une impédance caractéristique de $\sqrt{(75)(120)} \approx 95 \Omega$. Le diagramme d'onde stationnaire en tension avec et sans le transformateur $\lambda/4$ est montré sur la Figure 2.9. A partir de la figure, on observe que malgré qu'une onde stationnaire existe encore entre le transformateur et la charge, il n'y a pas d'onde stationnaire à la gauche du transformateur grâce à l'adaptation. Cependant, l'onde réfléchie (ou onde stationnaire) est éliminée seulement à la fréquence désirée (ou λ désirée), il devait y avoir une réflexion à une longueur d'onde différente. Alors l'inconvénient principal du transformateur $\lambda/4$ est qu'il est un composant à bande étroite ou à sensibilité de fréquence.

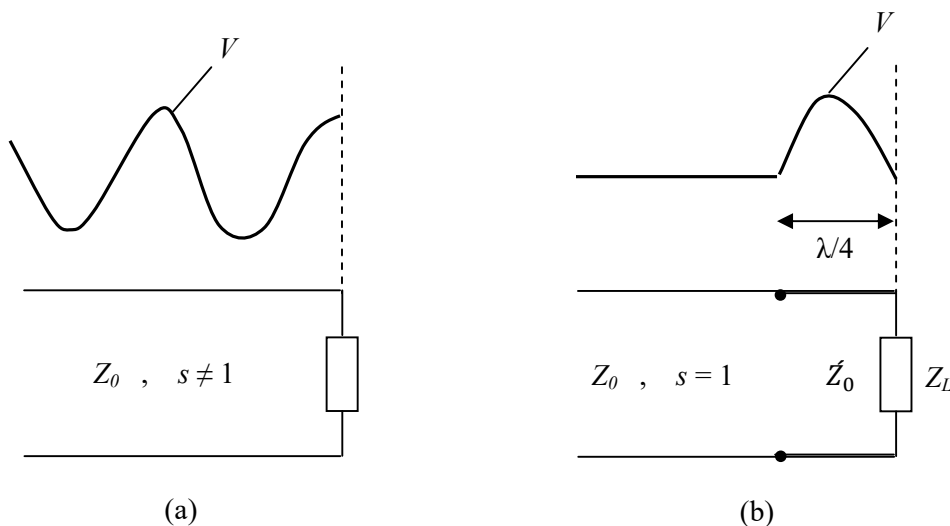


Figure 2.9 Diagramme du TOS d'une charge inadaptée (a) sans le transformateur $\lambda/4$ (b) avec un transformateur $\lambda/4$.