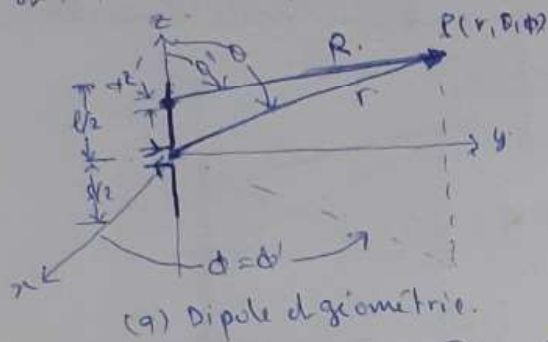


IV. Filis rayonnants

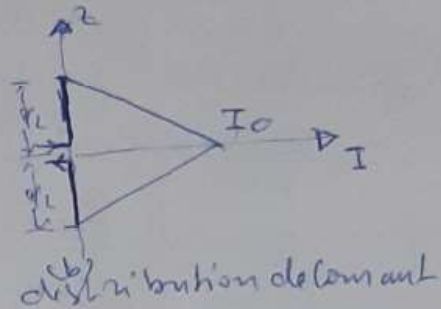
Chapitre II

1. Dipole à petite longueur.

Pour les antennes filaires ayant une longueur $\lambda/50 < l \leq \lambda/10$, une meilleure approximation de la distribution de courant est la distribution triangulaire (voir Fig. 6).



(a) Dipole de géométrie.



(b) distribution de courant

Fig. 6. Géométrie du dipôle électrique et distribution de courant.

Considérons un dipôle électrique de longueur l le long de l'axe oz , et ayant son centre à l'origine. Pour un dipôle alimenté en Centre, la distribution de courant est donnée par:

$$\vec{I}_z = \begin{cases} \hat{z} \cdot I_0 \left(1 - \frac{z}{l}\right), & 0 \leq z \leq l/2 \\ \hat{z} \cdot I_0 \left(1 + \frac{z}{l}\right), & -l/2 \leq z \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

on a vu précédemment que le potentiel vecteur \vec{A} pour un courant selon l'axe oz est donné par:

$$\vec{A} = \int \hat{z} \cdot I(z') \cdot \frac{e^{-j\beta R}}{4\pi R} dz' \quad (2)$$

D'où:

$$\vec{A} = \frac{\hat{z}}{4\pi} \left[\int_{-l/2}^0 I_0 \left(1 + \frac{z'}{l}\right) \cdot \frac{e^{-j\beta R}}{R} dz' + \int_0^{l/2} I_0 \left(1 - \frac{z'}{l}\right) \cdot \frac{e^{-j\beta R}}{R} dz' \right] \quad (3)$$

on a: $l \ll r$ petit ($l \leq \lambda/10$) alors on peut écrire:

$R \approx r$. L'intégrale (3) est, donc, donnée par:

$$\vec{A} = \frac{\hat{z}}{4\pi} I_0 \frac{e^{-j\beta r}}{r} \left[\int_{-l/2}^0 \left(1 + \frac{z'}{l}\right) \cdot dz' + \int_0^{l/2} \left(1 - \frac{z'}{l}\right) \cdot dz' \right]$$

Soit :

$$\vec{A} = \hat{z} \cdot \frac{1}{2} \left[\frac{I_0 \cdot l \cdot e^{-jkr}}{4\pi r} \right] \quad (4)$$

qui est exactement la moitié du potentiel obtenu pour le dipôle infinitésimal ($l \ll \lambda$). (typiquement $l < \lambda/50$).

Donc, le champ électrique rayonné lointain est aussi la moitié de celui du doublet infinitésimal :

$$\vec{E}_0 = \frac{I_0 l}{8\pi r} \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r} \sin\theta \hat{\theta}$$

Soit en prenant $\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$ et $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$:

$$E_0 \approx j\eta \frac{\beta I_0 l e^{-j\beta r}}{8\pi r} \cdot \sin\theta \quad (5)$$

Pour $\beta r \gg 1$.

$$H_\phi \approx \frac{j\beta I_0 l e^{-j\beta r}}{8\pi r} \cdot \sin\theta \quad (6)$$

- Directivité

La directivité dépend de la forme relative du champ ou de la puissance rayonnée ($D = \frac{U}{U_0}$). Donc la directivité du dipôle est la même que le doublet infinitésimal.

$$\boxed{D = \frac{3}{2}} \quad (7)$$

- Résistance de rayonnement

$$P_{\text{ray}} = \frac{1}{2} I_0^2 \cdot R_r \Rightarrow R_r = \frac{2 P_{\text{ray}}}{|I_0|^2}$$

$$\boxed{R_r = 30\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2} \quad (8)$$

R_r du dipôle est $1/4$ celle du doublet infinitésimal.

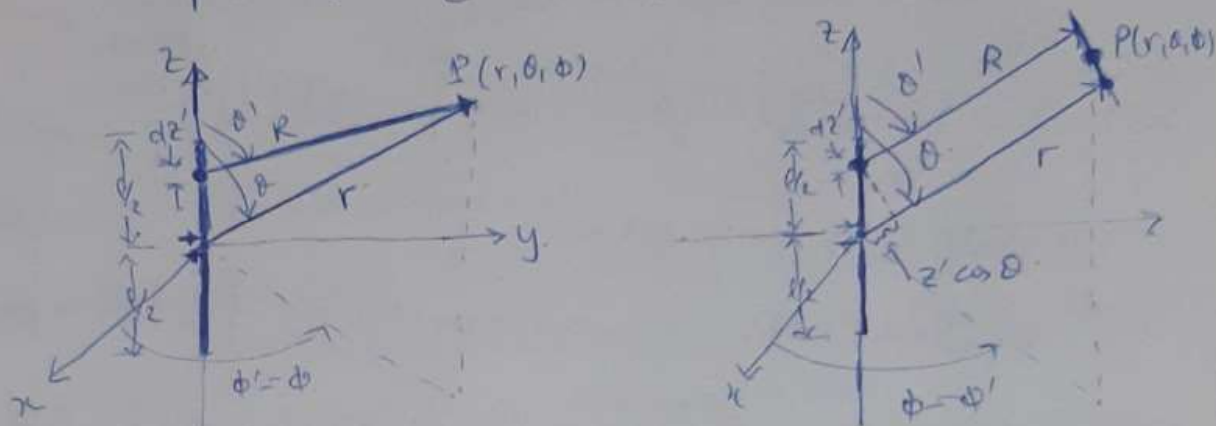
2. Dipôle électrique oblongue l quelconque

L'analyse menée précédemment peut être utilisée pour déterminer les caractéristiques de rayonnement d'un dipôle électrique de longueur l quelconque ($l > \frac{\lambda}{10}$).

Dans ce cas la distribution triangulaire de courant n'est plus valide. Une meilleure approximation est donnée par la distribution sinusoidale.

Il a été montré expérimentalement que la distribution du courant d'une antenne alimentée en son centre se sinusoidal avec des valeurs nulles aux deux extrémités.

$$\vec{I}(z') = \begin{cases} \hat{z} \cdot I_0 \sin\left[\beta\left(\frac{l}{2} - z'\right)\right] & 0 \leq z' \leq l/2 \\ \hat{z} \cdot I_0 \sin\left[\beta\left(\frac{l}{2} + z'\right)\right] & -l/2 \leq z' \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$



(a) dipôle de longueur l .

(b) arrangement géométrique pour le champ lointain.

Fig. 7. Dipôle de longueur l et la géométrie pour le champ lointain.

L'antenne dipôle de la Fig. 7 est divisée en un nombre de dipôles infinitésimaux de longueur dz' .

Pour un dipôle infinitésimal de longueur dz' disposé à long de l'axe oz le champ lointain se donne par

$$dE_{\theta} \approx \frac{j\eta (3I(z') e^{-j\beta R})}{4\pi R} \sin\theta \cdot dz' \quad (10)$$

$$dH_{\phi} \approx \frac{(3I(z') e^{-j\beta R})}{4\pi R} \sin\theta \cdot dz' \quad (11)$$

Si l'approximation $R \approx r$ dans le terme d'amplitude reste valable ici aussi, en revanche elle n'est plus valable dans le terme de phase. L'approximation utilisée dans le cas s'est suivante:

$$R \approx r - z' \cos\theta \quad \text{pour le terme de phase} \quad (12)$$

$$\text{et } R \approx r \quad \text{pour le terme d'amplitude} \quad (13)$$

En utilisant ces approximations, on aura:

$$dE_{\theta} \approx j\eta \frac{\beta I(z') \cdot e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin\theta \cdot e^{j\beta z' \cos\theta} dz' \quad (14)$$

le champ lointain du an dipôle entier se donne:

$$E_{\theta} = \int_{-l/2}^{l/2} dE_{\theta} = j\eta \frac{\beta I_0}{4\pi r} \sin\theta \left[\int_{-l/2}^{+l/2} I(z') \cdot e^{j\beta z' \cos\theta} dz' \right]$$

$$\text{Soit } I = \int_{-l/2}^0 \sin[\beta(\frac{l}{2} + z')] e^{j\beta z' \cos\theta} dz' + \int_0^{+l/2} \sin[\beta(\frac{l}{2} - z')] e^{j\beta z' \cos\theta} dz'$$

L'intégrale I se de la forme:

$\int e^{\alpha x} \cdot \sin(\delta x + \Gamma) dx$, on peut montrer qu'il se donne par

$$\int e^{\alpha x} \sin(\delta x + \Gamma) dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^2 + \delta^2} [\alpha \sin(\delta x + \Gamma) - \delta \cos(\delta x + \Gamma)] \quad (15)$$

Pour notre cas:

$$\alpha = j\beta \cos\theta ; \delta = \pm\beta \text{ et } \Gamma = \beta l/2$$

Après quelques manipulations mathématiques on aura:

$$E_{\theta} \approx j\eta \cdot \frac{I_0 e^{-j\beta r}}{2\pi r} \left[\frac{\cos(\frac{\beta l}{2} \cos\theta) - \cos(\frac{\beta l}{2})}{\sin\theta} \right] \quad (16)$$

De manière similaire, on en utilisant la formule:

$$H_{\phi} = \frac{E_{\theta}}{\eta} \text{ on aura:}$$

$$H_{\phi} = j \frac{I_0}{2\pi r} e^{-j\beta r} \left[\frac{\cos(\frac{\beta l}{2} \cos\theta) - \cos(\frac{\beta l}{2})}{\sin\theta} \right] \quad (17)$$

- Intensité de rayonnement

$$\vec{W}_{\text{ray}} = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{E} \wedge \vec{H}^*] = \frac{1}{2} \text{Re}[\hat{\theta} E_{\theta} \wedge \hat{\phi} H_{\phi}^*] = \frac{1}{2} \text{Re}[\hat{\theta} E_{\theta} \hat{\phi} \frac{E_{\theta}^*}{\eta}]$$

$$\vec{W}_{\text{ray}} = \frac{|\vec{E}_{\theta}|^2}{2\eta} (\hat{\theta} \wedge \hat{\phi}) = W_{\text{ray}} \hat{r} = \hat{r} \cdot \frac{1}{2\eta} |\vec{E}_{\theta}|^2$$

$$W_{\text{ray}} = \frac{\eta I_0^2}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos(\frac{\beta l}{2} \cos\theta) - \cos(\frac{\beta l}{2})}{\sin\theta} \right]^2 \quad (18)$$

l'intensité de rayonnement si donc :

$$U = r^2 \cdot w_{\text{ray}} = \frac{\eta \cdot I_0^2}{8\pi^2} \left[\frac{\cos(\frac{\theta}{2} \cos \theta) - \cos(\theta/2)}{\sin \theta} \right]^2 \quad (19)$$

Puissance rayonnée

$$P_{\text{ray}} = \oint \vec{w}_{\text{ray}} \cdot d\vec{s} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \hat{r} \cdot w_{\text{ray}} \cdot \hat{r} \cdot r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$P_{\text{ray}} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi w_{\text{ray}} \cdot r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \frac{\eta I_0^2}{4\pi} \int_0^\pi \left[\frac{\cos(\frac{\theta}{2} \cos \theta) - \cos(\theta/2)}{\sin \theta} \right]^2 d\theta \quad (20)$$

Après des calculs mathématiques intenses, on aura :

$$P_{\text{ray}} = \eta \frac{I_0^2}{4\pi} \left\{ C + \ln(kR) - Ci(kR) + \frac{1}{2} \sin(kR) [Si(2kR) - 2Si(kR)] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cos(kR) [C + \ln(kR/2) + Ci(2kR) - 2Ci(kR)] \right\} \quad (21)$$

où $C = 0,5772$ est la constante d'Euler.

et $Ci(x)$ et $Si(x)$ sont respectivement les cosinus intégrale et sinus intégrale définies par :

$$Ci(x) = - \int_x^\infty \frac{\cos y}{y} dy = \int_0^x \frac{\cos y}{y} dy \quad (22)$$

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin y}{y} dy \quad (23)$$

$Ci(x)$ est relié à $Cin(x)$ par :

$$Cin(x) = 0,5772 + \ln(x) - Ci(x) \quad (24)$$

avec : $Cin(x) = \int_0^x \frac{1 - \cos y}{y} dy$ — (25). Cosinus intégrale modifiée

Résistance de rayonnement :

$$R_r = \frac{2 P_{\text{ray}}}{I_0^2} = \frac{\eta}{2\pi} \left\{ C + \ln(kR) - Ci(kR) + \frac{1}{2} \sin(kR) [Si(2kR) - 2Si(kR)] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cos(kR) [C + \ln(kR/2) + Ci(2kR) - 2Ci(kR)] \right\} \quad (26)$$

Directivité :

$$D = \frac{U}{U_0} ; D_{\text{max}} = D_0 = \frac{U_{\text{max}}}{U_0} = 4\pi \cdot \frac{U_{\text{max}}}{P_{\text{ray}}}$$

$$P_{\text{ray}} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

généralement on pose:

$U = B_0 F(\theta, \phi)$, où B_0 ne dépend pas de la direction et $F(\theta, \phi)$ le terme qui dépend de la direction. \rightarrow

$U = B_0 F(\theta, \phi)$ avec:

$$B_0 = \frac{\eta I_0^2}{8\pi^2} \quad \text{et} \quad F(\theta, \phi) = \left[\frac{\cos\left(\frac{kz}{2} \cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kz}{2}\right)}{\sin\theta} \right]^2$$

$$D_0 = 4\pi \frac{B_0 F(\theta, \phi) |_{\max}}{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi B_0 F(\theta, \phi) \sin\theta \cdot d\theta}$$

$$D_0 = \frac{2 F(\theta) |_{\max}}{\int_0^\pi F(\theta) \cdot \sin\theta \cdot d\theta} \quad (27)$$

d'où:

$$D_0 = \frac{2 F(\theta) |_{\max}}{Q} \quad (28)$$

avec:

$$Q = \left\{ C + \text{Ln}(k\ell) - \text{Ci}(k\ell) + \frac{1}{2} \text{Si}(k\ell) [S(2k\ell) - 2S_1(k\ell)] + \frac{1}{2} \text{coSi}(k\ell) [C + \text{Ln}(k\ell/2) + \text{Ci}(2k\ell) - 2\text{Ci}(k\ell)] \right\} \quad (29)$$

3. Le dipôle demi-onde ($\lambda/2$):

L'une des antennes les plus utilisées est le dipôle demi-onde ($\ell = \lambda/2$). Grâce à sa résistance de rayonnement de environ 73 ohms, qui est très près de l'impédance caractéristique de la plus part des lignes de transmission (75 ohms), son adaptation avec la ligne de transmission est simplifiée.

Les champs rayonnés lointains des dipôles $\lambda/2$ sont obtenus à partir de (16) et (17) en posant $\ell = \lambda/2$:

$$E_\theta \approx j\eta \frac{I_0 e^{-j\beta r}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{1}{2}kz \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right] \quad (30)$$

$$H_\phi \approx j \frac{I_0 e^{-j\beta r}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{1}{2}kz \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right] \quad (31)$$

$$W_{\text{ray}} = \eta \frac{I_0^2}{8\pi^2 r^2} \left[\frac{\cos(\pi/2 \cos \theta)}{\sin \theta} \right]^2 \quad (32)$$

et

$$U = r^2 W_{\text{ray}} = \frac{\eta I_0^2}{8\pi^2} \left[\frac{\cos(\pi/2 \cos \theta)}{\sin \theta} \right]^2 \quad (33)$$

$$P_{\text{ray}} = \eta \cdot \frac{I_0^2}{4\pi} \int_0^\pi \frac{\cos^2(\pi/2 \cos \theta)}{\sin \theta} d\theta$$

$$P_{\text{ray}} = \eta \cdot \frac{I_0^2}{8\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos y}{y} dy$$

$$P_{\text{ray}} = \eta \cdot \frac{I_0^2}{8\pi} C_{\text{in}}(2\pi) \quad (34)$$

avec:

$$C_{\text{in}}(2\pi) = 0,5772 + \text{Ln}(2\pi) - C_i(2\pi) = 0,5772 + 1,838 - (-0,02)$$

$$C_{\text{in}}(2\pi) \approx 2,435 \quad (35)$$

$$D_0 = 4\pi \cdot \frac{U_{\text{max}}}{P_{\text{ray}}} = 4\pi \cdot \frac{U|_{\theta=0}}{P_{\text{ray}}} = \frac{4}{C_{\text{in}}(2\pi)} = \frac{4}{2,435} \approx 1,643 \quad (36)$$

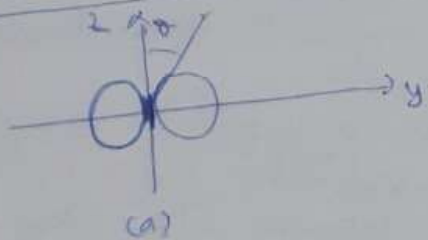
$$R_r = \frac{2P_{\text{ray}}}{I_0^2} = \frac{\eta}{4\pi} C_{\text{in}}(2\pi) = 30(2,435) = 73 \text{ ohms} \quad (37)$$

Diagramme de rayonnement

La fonction caractéristique d'un dipôle $1/2 \lambda^2$:

$$f(\theta) = \frac{\cos(\pi/2 \cdot \cos \theta)}{\sin \theta}$$

Plan E - (Exp' Plan $\theta \neq 0$)



Plan H - (Plan $\theta = 0$)

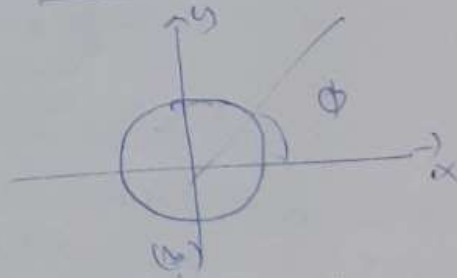


Fig. 8. Diagramme de rayonnement
du dipôle $1/2 \lambda^2$. (a) Plan E
(b) Plan H.

Antenne au-dessus d'un sol parfaitement conducteur

Jusqu'à présent, on a considéré les caractéristiques de rayonnement d'une antenne dans un milieu non limité. Mais on a pas pris en compte l'effet de la présence du sol sur le rayonnement. Pour se faire, on va considérer le sol comme un plan parfaitement conducteur ($\sigma = \infty$) de dimensions infinies pour faciliter l'analyse on va utiliser la théorie d'image pour résoudre le problème.

Théorie d'image

Dans cette théorie, on va introduire une source virtuelle (image) pour prendre en compte les réflexions causées par le sol. Comme son nom l'indique, cette source est imaginaire, mais combinée avec la source réelle, forme un système équivalent à la réalité physique.

Considérons un dipôle vertical placé à une distance h au-dessus du sol. (Voir Fig 9)

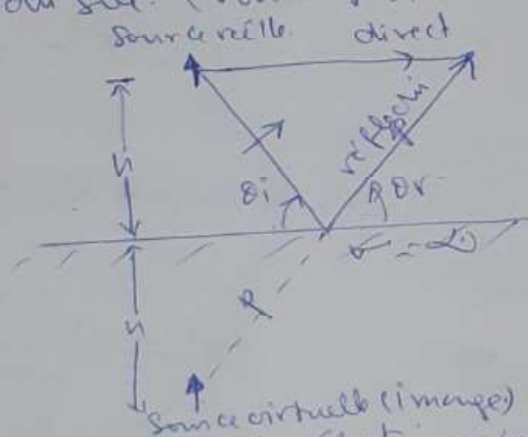
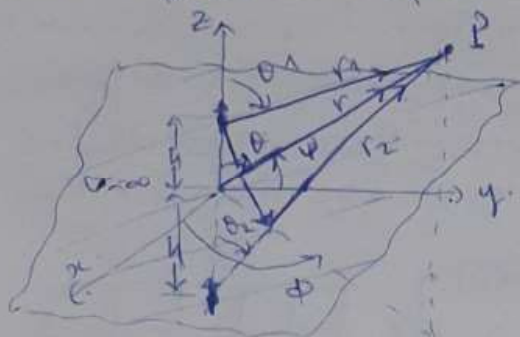


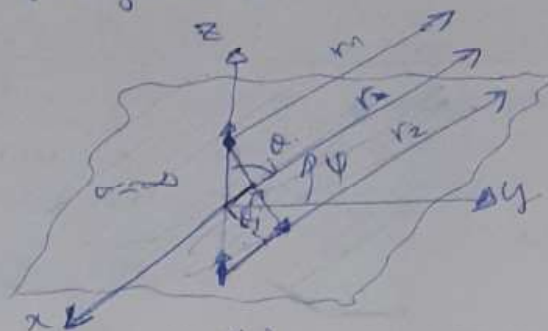
Fig 9. Dipôle électrique infinitésimal au-dessus du sol.

Pour un point d'observation P, le champ est la somme de deux champs, un direct et un réfléchi. La direction de réflexion est donnée par la loi de Snellius ($\theta_r = \theta_i$). On peut assimiler le champ réfléchi comme celui d'une source virtuelle placée à une distance h au-dessus du sol.

Du moment que le champ est nul au dessous du sol (conducteur parfait) donc la réflexion est totale (pas d'onde transmise) et le coefficient de réflexion est égal à 1.



Dipôle électrique vertical au dessus du sol



observations champs. Leintants

Fig. 10. dipôle vertical au dessus d'un plan. Conducteur parfait infini

$$E_{\theta}^d = \frac{j\omega z}{4\pi} j\omega\mu \cdot \frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} \sin\theta_1 \quad (38)$$

$$E_{\theta}^r = jR_0 \frac{j\omega z}{4\pi} \omega\mu \cdot \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} \sin\theta_2 \quad (39)$$

on a: $R_0 = 1 \Rightarrow$

$$E_{\theta}^r = \frac{j\omega z}{4\pi} j\omega\mu \cdot \frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} \sin\theta_2$$

Le champ électrique au dessus du sol est la somme des deux champs.

On utilise pour calculer le champ total les approximations suivantes:

$$r_1 \approx r - h \cos\theta \quad (40)$$

$$r_2 \approx r + h \cos\theta \quad (41)$$

pour la phase.

$$\text{et } r_1 \approx r_2 \approx r \quad (42) \text{ pour l'amplitude.}$$

$$E_{\theta}^d = \frac{j\omega z}{4\pi} j\omega\mu \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r} \cdot e^{j\beta h \cos\theta} \sin\theta$$

$$E_{\theta}^r = j \frac{j\omega z}{4\pi} \omega\mu \cdot e^{-j\beta r} \cdot e^{-j\beta h \cos\theta} \sin\theta \quad (43)$$

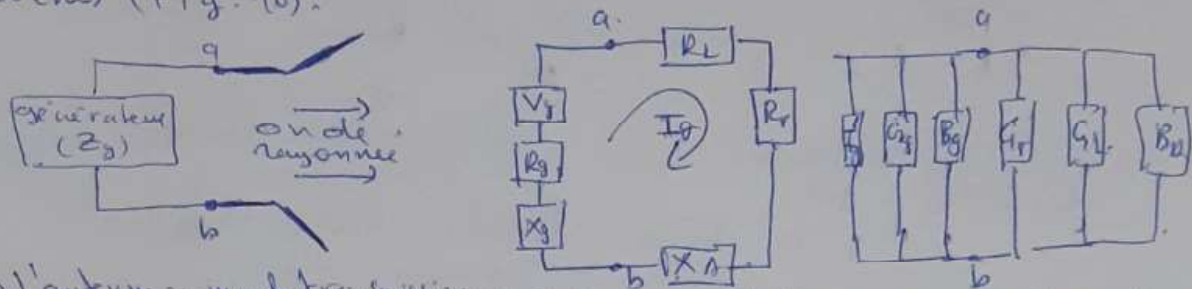
$$E_{\theta} = E_{\theta}^r + E_{\theta}^d = \frac{j\omega z}{4\pi} \omega\mu \cdot \left[e^{-j\beta r} \cdot \frac{e^{j\beta h \cos\theta} + e^{-j\beta h \cos\theta}}{2} \right]$$

Finalement:

$$E_{\theta} = j\eta \frac{\beta I_0 l}{4\pi r} \sin\theta [2 \cos(\beta h \cos\theta)]$$

Impédance d'entrée d'une antenne

L'impédance d'entrée est définie comme l'impédance présentée par l'antenne au niveau de ces bornes d'entrée, ou c'est le rapport tension-courant au niveau de ces bornes (Fig. 10).



(a) l'antenne en mode transmission. (b) circuit équivalent Thévenin (c) circuit Norton.

Fig. 10. Antenne en mode transmission et ces circuits équivalents.

L'impédance d'entrée de l'antenne se donne par:

$$Z_A = R_A + jX_A \quad (43)$$

avec:

Z_A = l'impédance de l'antenne aux bornes a-b

R_A = la résistance " " " " " "

X_A = la réactance " " " " " "

en générale, la partie réelle de (43) consiste en deux composantes soit:

$$R_A = R_r + R_L \quad (44)$$

où R_r = la résistance de rayonnement de l'antenne.

R_L = résistance de pertes de l'antenne.

Si on assume que l'antenne se alimente par un générateur de tension avec une impédance interne:

$$Z_g = R_g + jX_g \quad (45)$$

avec:

R_g = résistance interne du générateur

X_g = réactance " " " " " "

En utilisant l'antenne en mode transmission, on peut représenter l'antenne et le générateur par un circuit équivalent (Fig. 10. (b)).

Pour calculer la puissance délivrée à R_r par l'antenne rayonnée celle dissipée dans R_L comme chaleur. ($I \neq R_L(z)$). On calcule d'abord le courant dans la maille donné par:

$$I_g = \frac{V_g}{Z_T} = \frac{V_g}{Z_0 + Z_g} = \frac{V_g}{(R_r + R_L + R_g) + j(X_A + X_g)} \quad (46)$$

Son amplitude est:

$$|I_g| = \frac{|V_g|}{[(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2]^{1/2}} \quad (47)$$

La puissance rayonnée est:

$$P_r = \frac{1}{2} |I_g|^2 \cdot R_r = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \right] \quad (48)$$

et celle dissipée par chaleur est:

$$P_L = \frac{1}{2} |I_g|^2 \cdot R_L = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \right] \quad (49)$$

La quantité de puissance restant est dissipée par chaleur dans la résistance interne du générateur et est donnée par:

$$P_g = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_g}{(R_r + R_L + R_g)^2 + (X_A + X_g)^2} \right] \quad (50)$$

La puissance maximale délivrée à l'antenne est obtenue pour l'adaptation d'impédance suivante:

$$R_r + R_L = R_g \quad (51)$$

$$X_A = -X_g \quad (52)$$

On a alors sous ces conditions:

$$P_r = \frac{|V_g|^2}{2} \left[\frac{R_r}{4(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (53)$$

$$P_L = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (54)$$

$$P_g = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{R_g}{(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_g|^2}{8} \left[\frac{1}{R_r + R_L} \right] = \frac{|V_g|^2}{8R_g} \quad (55)$$

A partir de (53) - (55) il est clair que:

$$P_g = P_r + P_L \quad (56)$$

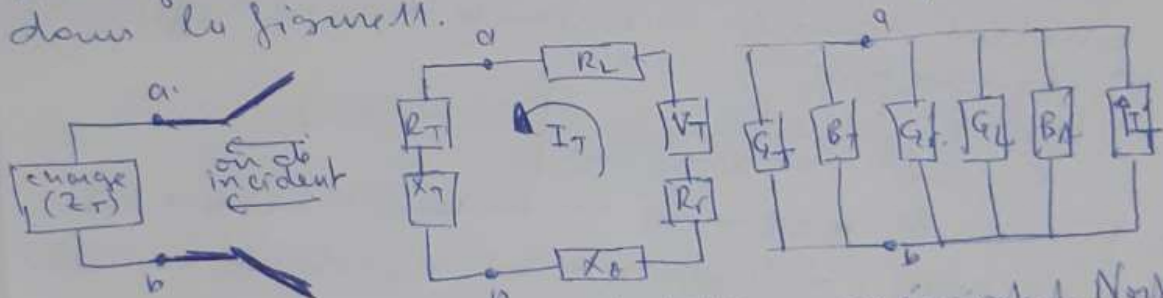
La puissance fournie par le générateur dans le cas d'adaptation est:

$$P_s = \frac{1}{2} V_g \cdot I_g^* = \frac{1}{2} V_g \cdot \left[\frac{V_g^*}{e(R_r + R_L)} \right] = \frac{|V_g|^2}{4} \left[\frac{1}{R_r + R_L} \right] \quad (57)$$

Donc, la moitié de cette puissance est dissipée dans R_g par chaleur et l'autre moitié est fournie à l'antenne. Une partie de celle-ci est rayonnée à travers R_r et l'autre partie est dissipée par chaleur dans R_L . Si l'antenne est sans pertes ($e = 1$), alors la moitié de la puissance délivrée par le générateur est rayonnée. Le raisonnement est analogue pour étudier l'antenne en mode de réception.

L'antenne en mode de réception.

L'usage de l'antenne en mode de réception est montré dans la figure 11.



(a) Antenne en mode réception (b) équivalent Thévenin (c) équivalent Norton

Fig. 11. L'antenne en mode de réception et ses circuits équivalents.

L'onde incidente induit une tension V_T qui est analogue à V_g en mode transmission.

A lors dans le cas d'une adaptation d'impédance la puissance délivrée à R_T , R_r et R_L sont données respectivement par:

$$P_T = \frac{|V_T|^2}{8} \left[\frac{R_T}{(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_T|^2}{8} \left(\frac{1}{R_r + R_L} \right) = \frac{|V_T|^2}{8R_T} \quad (58)$$

$$P_r = \frac{|V_T|^2}{2} \cdot \left[\frac{R_r}{4(R_r + R_L)^2} \right] = \frac{|V_T|^2}{8} \left[\frac{R_r}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (59)$$

$$P_L = \frac{|V_T|^2}{8} \left[\frac{R_L}{(R_r + R_L)^2} \right] \quad (60)$$

avec la puissance induite (ou captée ou collectée)

$$P_C = \frac{1}{2} V_T I_T^* = \frac{1}{2} V_T \left[\frac{V_T^*}{2(R_r + R_L)} \right] = \frac{|V_T|^2}{4} \left(\frac{1}{R_r + R_L} \right) \quad (61)$$

La puissance P_r délivrée à R_r est nommée; puissance rayonnée ou diffusée. Sous la condition d'adaptation d'impédance, on a la moitié de la puissance collectée délivrée à R_r et l'autre moitié est diffusée par R_r et dissipée par R_L . Si l'antenne est sans pertes alors, la moitié de P_C est délivrée à la charge et l'autre moitié est diffusée.

4. Antennes à ondes progressives

Les antennes filaires qu'on a étudié jusqu'à présent sont des structures résonnantes, i.e. : l'onde qui se propage le long du fil, se réfléchit à son extrémité en donnant lieu à une distribution de courant en onde stationnaire. On peut visualiser la en écrivant la distribution de courant comme suit :

$$I = I_m \sin \left[k \left(\frac{L}{2} - z \right) \right] = \frac{I_m}{2} e^{jkz} \left[e^{-jkz} - e^{jkz} \right] \quad (1)$$

Le premier terme entre crochets représente une onde progressive et le second une onde réfléchi.

Si l'onde réfléchi n'existait pas l'antenne s'dit Antenne à ondes progressives.

On peut créer des ondes progressives sur une antenne en utilisant une charge adaptative à l'extrémité distale pour éliminer les réflexions. Aussi les antennes filaires de longueur importante ($L > \lambda/2$) rayonne la plus part de la puissance et ne représentant qu'une petite quantité de puissance réfléchi.

Considérons l'antenne filaire à ondes progressive de la (Figure 1.)

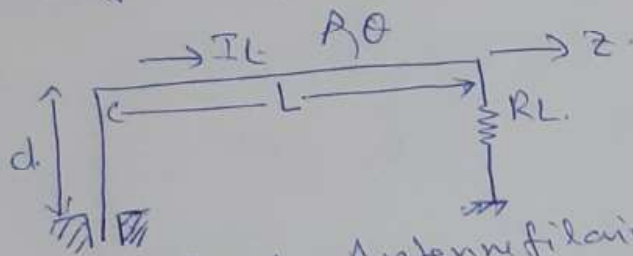


Fig 1. Antenne filaire à onde progressive.

La section verticale de longueur d de l'antenne s'dit considérée non rayonnante, ce qui s'd'approximativement vraie pour $d \ll L$. Si on néglige les atténuations, l'amplitude du courant s'd'constant et la distribution de courant s'd' donné par :

$$I_L(z) = I_m e^{-jkz} \quad (2)$$

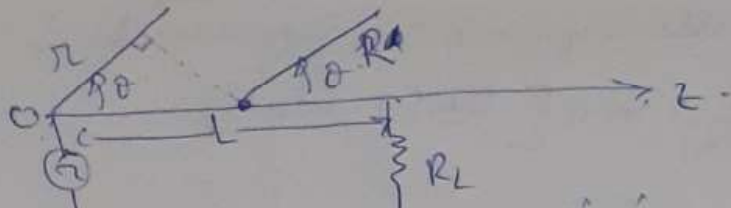


Fig. 2. Géométrie considérée.

on a :

$$R_0 = R - z \cos \theta$$

L'élément de courant porté par dz produit un champ lointain de donnée par :

$$dE = j\eta k I_m(z) \cdot \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \sin \theta \cdot dz \quad (2)$$

Soit L :

$$dE = j\eta \cdot I_m \cdot \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \cdot e^{-jkz \cos \theta} \cdot e^{jkz \cos \theta} \cdot dz$$

Le champ rayonné lointain total dû à la longueur entière L du fil est :

$$E = j\eta \cdot k I_m \cdot \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot \sin \theta \int_0^L e^{-jk(1-\cos \theta)z} dz \quad (3)$$

Calculons :

$$J = \int_0^L e^{-jk(1-\cos \theta)z} dz \quad (4)$$

$$\text{Posons } k(1-\cos \theta)z = \alpha \Rightarrow J = \int_0^L e^{-j\alpha z} dz = \frac{e^{-j\alpha z}}{-j\alpha} \Big|_0^L$$

$$J = \frac{1}{j\alpha} [e^{-j\alpha L} - 1] = \frac{1}{j\alpha} e^{-\frac{j\alpha L}{2}} [e^{\frac{j\alpha L}{2}} - e^{-\frac{j\alpha L}{2}}]$$

$$J = \frac{2}{\alpha} e^{-\frac{j\alpha L}{2}} \cdot \frac{e^{\frac{j\alpha L}{2}} - e^{-\frac{j\alpha L}{2}}}{2j}$$

$$J = \frac{2}{\alpha} e^{-\frac{j\alpha L}{2}} \sin\left(\frac{\alpha L}{2}\right) \quad (5)$$

donc :

$$E = j\eta k I_m \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot \sin \theta \left[\frac{2}{\alpha} e^{-\frac{j\alpha L}{2}} \sin\left(\frac{\alpha L}{2}\right) \right]$$

ou en module :

$$E = \frac{\eta k I_m}{4\pi r} \cdot \sin \theta \left[\frac{2}{\alpha} \cdot \sin\left(\frac{\alpha L}{2}\right) \right]$$

on peut récrire cette équation comme suit!

$$E = \frac{I_m}{2\pi r} \cdot \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \cdot \sin \left[\frac{KL}{2} (1 - \cos \theta) \right]$$

ou en écrit:

$$E = \Gamma \cdot \sin \theta \cdot \frac{\sin \left[\frac{KL}{2} (1 - \cos \theta) \right]}{\frac{KL}{2} (1 - \cos \theta)} \quad (6)$$

avec: $\Gamma = \frac{KL \eta I_m}{4\pi r}$ est une constante de normalisation

qui dépend de L.

Un exemple de diagramme de rayonnement pour une antenne de longueur $L = 6\lambda$ est montré dans le Fig. 3.

L'angle θ_m qui donne le lobe principal (rayonnement maximal) est donné approximativement par la formule suivante!

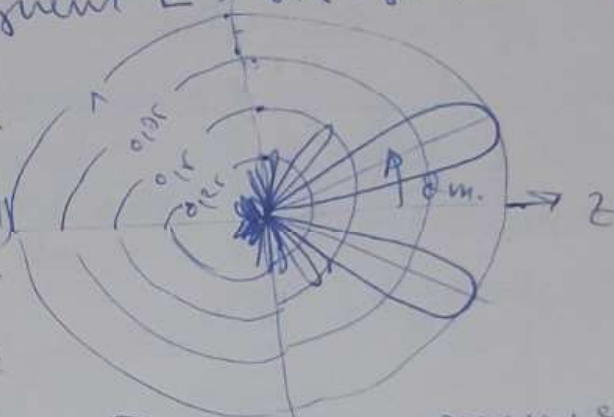


Fig. 3. Diagramme pour une antenne à onde progressive avec $L = 6\lambda$ et $\theta_m = 20^\circ$.

$$\theta_m = \cos^{-1} \left(1 - \frac{0,371}{L/\lambda} \right) \quad (7)$$

En se basant sur la formule (6), on peut donner la courbe de la Fig. 4, qui donne les maximums de rayonnement en fonction de L pour une antenne filaire à onde progressive.

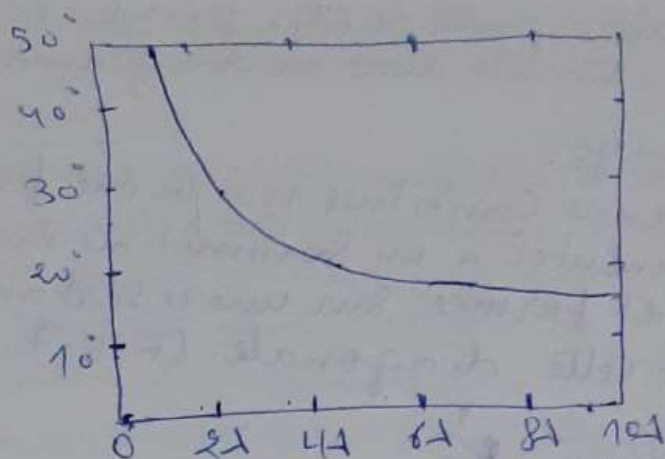


Fig. 4). Diagramme de l'angle de rayonnement maximal, pour une antenne à ondes progressives de longueur L .

Antenne en V en régime d'ondes progressives

L'antenne en V est montrée sur Figure 5. Le diagramme dû à chaque bras séparément est donné par l'éq. (6). A partir de la figure, on voit bien que pour $\alpha \approx 0$, le lobe principal des deux bras s'ajoutent donnant lieu à un rayonnement très important dans la direction donnée. Une analyse plus rigoureuse de l'antenne V (qui tient compte de l'influence de l'écartement des deux bras) révèle qu'un meilleur diagramme est obtenu pour :

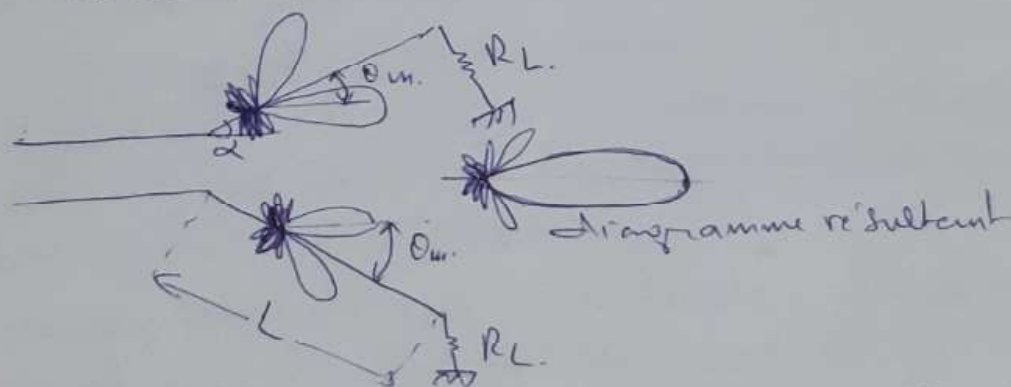
$$\alpha \approx 0,8 \theta_m \quad (8)$$


Fig. 5. Antenne en V à ondes progressives, $L = 6\lambda$ et $\alpha = 0,8 \theta_m = 16^\circ$

ou θ_m se calcule à partir de (7). pour $L=6 \lambda$ on a $\theta_m=20^\circ$ et $\alpha \approx 16^\circ$. On obtient alors un diagramme très directif.

Antenne losange.

c'est une antenne constituée par un fil formant un losange alimentée à un sommet de la diagonale principale et fermée sur une résistance à l'autre extrémité de cette diagonale. (Fig. 7.).

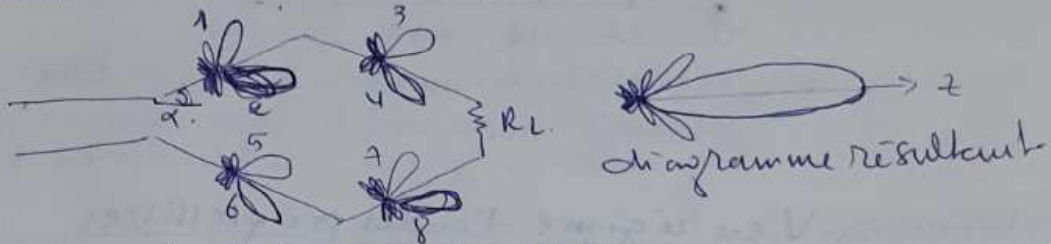


Fig. 6. Antenne Losange.

Chaque brin se de longueur L . Les composantes 2 et 3, et 5 et 6, s'ajoutent pour former le lobe principal ~~et~~ important dans la direction θ_2 .