



Matière : Antennes
 Spécialité : Systèmes des Télécommunications
 Année : Master 1
 Année Universitaire : 2020/2021

Solutions TD N°1

Exercice 1 :

La densité de puissance rayonnée d'une antenne est donnée par :

$$W_{rad} = \mathbf{a}_r W_r = \mathbf{a}_r A_0 \cdot \frac{\sin \theta}{r^2}$$

- 1- Calculer la puissance rayonnée totale P_{rad} de cette antenne.
- 2- Trouver la directivité maximale de cette antenne, en numérique et en dB, puis donner une expression générale de la directivité pour une direction donnée de l'espace.

Solution

1- $W_{rmax} = A_0$

$$P_{rad} = \oiint \mathbf{W}_{rad} d\mathbf{s} = \iint \mathbf{a}_r A_0 \cdot \frac{\sin \theta}{r^2} r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \mathbf{a}_r \cdot \mathbf{a}_r$$

$$P_{rad} = A_0 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin^2 \theta \cdot d\theta = 2\pi A_0 \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta$$

$$P_{rad} = A_0 \pi^2 \text{ watts}$$

$$2- D_0 = \frac{U_{max}}{U_0} = \frac{U_{max}}{\frac{P_{rad}}{4\pi}} = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}}$$

$$U = r^2 W_{rad} = A_0 \sin \theta \Rightarrow U_{max} = A_0$$

$$\text{Alors } D_0 = 4\pi \frac{A_0}{A_0 \pi^2} \Rightarrow D_0 = \frac{4}{\pi} = 1,27$$

En dB, $D_0 = 1,04 \text{ dB}$

$$D(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{U_0} = 4\pi \frac{U(\theta, \varphi)}{P_{rad}} = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}} \sin \theta = D_0 \sin \theta = 1,27 \sin \theta$$

Exercice 2 :

Soit une antenne qui rayonne dans une direction donnée de l'espace libre, à une distance $r = 100$ m, un champ $E_\theta = 5$ V/m.

- 1- Calculer la densité de puissance rayonnée de cette antenne dans cette direction.
- 2- Calculer la puissance rayonnée totale.

Solution

$$1- W_{rad} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = \frac{|E|^2}{2\eta} \mathbf{a}_r = \frac{E_\theta^2}{2\eta} \mathbf{a}_r$$

$$W_{rad} = \frac{5^2}{2 \times 120\pi} = 3,3 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2$$

2-

$$P_{rad} = \oiint \mathbf{W}_{rad} d\mathbf{s} = \iint 3,3 \times 10^{-2} r^2 \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$P_{rad} = 4144,8 \text{ Watts}$$

Exercice 3 :

L'intensité de rayonnement d'une antenne sans pertes est donnée par :

$$U = B_0 \cos^3 \theta$$

- 1- Calculer la densité de puissance maximale W_{max} de cette antenne.
- 2- Trouver la directivité maximale de cette antenne, en numérique et en dB.
- 3- Calculer le gain de cette antenne.

Solution

$$U = B_0 \cos^3 \theta$$

$$(a) P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} U \sin \theta d\theta d\varphi = B_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^3 \theta \sin \theta d\theta d\varphi$$
$$= 2\pi B_0 \int_0^{\pi/2} \cos^3 \theta \sin \theta d\theta$$

$$P_{rad} = 2\pi B_0 \left(-\frac{\cos^4 \theta}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} B_0 = 10 \Rightarrow B_0 = \frac{20}{\pi} = 6.3662$$

$$U = 6.3662 \cos^3 \theta$$

$$W = \frac{U}{r^2} = \frac{6.3662}{r^2} \cos^3 \theta = \frac{6.3662}{(10^3)^2} \cos^3 \theta = 6.3662 \times 10^{-6} \cos^3 \theta$$

$$W|_{max} = 6.3662 \times 10^{-6} \cos^3 \theta \Big|_{max} = 6.3662 \times 10^{-6} \text{ Watts/m}^2$$

$$(b) D_0 = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi (6.3662)}{10} = 8 = 9 \text{ dB}$$

$$(c) G_0 = e_t D_0 = 8 = 9 \text{ dB}$$

Exercice 4 :

Calculer la directivité d'une antenne dont l'intensité de rayonnement est donnée par

$$U(\theta, \varphi) = \begin{cases} 1 & 0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ \\ 0.5 & 30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ \\ 0.1 & 60^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \\ 0 & 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \end{cases} \quad 0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$$

Solution

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = 2\pi \left[\int_0^{30^\circ} \sin \theta d\theta + \int_{30^\circ}^{60^\circ} 0,5 \sin \theta d\theta + \int_{60^\circ}^{90^\circ} 0,1 \sin \theta d\theta \right]$$

$$P_{rad} = 2,30 \text{ Watts}$$

$$D_0 = \frac{U_{max}}{U_0} = 4\pi \frac{U_{max}}{P_{rad}} = \frac{4\pi(1)}{2,30}$$

$$D_0 = 5,46 = 7,37 \text{ dB}$$