تمهيد

كثيرا ما نستعمل في حياتنا اليومية كلمات توحي بإمكانية أو توقع حدوث واقعة معينة كسقوط المطر في منطقة محددة أو حصول نتيجة ما كنجاح تلميذ معين في امتحان ما على سبيل المثال . غير أن هذه التوقعات تبقى مجرد تخمينات انطباعية تخضع للميول الشخصية التي تتسم بالذاتية ، بعيدا عن المقاييس العلمية الدقيقة و الموضوعية .

أما الاحتمالات بصورتها الحديثة و بطابعها العلمي الاحصائي كما نعرفها اليوم ، فقد برزت إلى الواجهة مع مطلع القرن السادس عشر ، و استمرت في تطورها خلال القرن السابع عشر ، حيث تزايد الاهتمام بهذا النوع من الدراسات و البحوث تزامنا مع فترة النهضة العلمية في أوروبا و خاصة في مجال الرياضيات ، حيث برز عدة علماء على غرار باسكال ، بيرنولي و غيرهما .

مفهوم الاحتمال :

أ ـ **المفهوم اللغوي** : الشيء المحتمل هو الشيء الأقرب مظهريا إلى الحقيقة ، أي له فرصة في الوقوع ، غير أن ذلك يخضع للانطباع الشخصي و الانحياز الذاتي ، و غير قابل للقياس .

ب ـ **المفهوم الرياضي** : يعبر مصطلح الاحتمال بلغة الرياضيات عن النسبة المئوية التي تمثلها مجموعة جزئية داخل المجموعة الكلية التي تنتمي إليها .

جـ ـ **المفهوم الاحصائي :** يعبر الاحتمال إحصائيا عن التكرار النسبي لقيمة معينة أو لفئة من القيم بالقياس إلى مجموعة مشاهدات العينة الاحصائية أو المجتمع الاحصائي .

فالإحتمال إذن هو مقياس لإمكانية وقوع حدث معين .

مفاهيم :

هناك بعض المصطلحات التي يتوجب الإطلاع عليها والإلمام بها عند التطرق لدراسة علم الاحتمالات ، سنوجز أبرزها فيما يلي :

أ ـ **الحدث و التجربة و فراغ العينة** :

عند رمي زهرة نرد فإن النتائج الممكنة تتمثل في الأرقام من ١ إلى ٦ ، المجموعة التي تشكلها هذه النتائج تدعى **فراغ العينة** ، و تسمى أيضا **الحالات الممكنة** أو **فضاء العينة** فإذا

ترقبنا مثلا ظهور رقم فردي (١ ، ٣ ، ٥) فهذا هو **الحدث** ، و تدعى هذه النتائج المرجوة أيضا : الحالات الملائمة ، و رمي زهرة النرد في حد ذاته هو **التجربة** .

ب ـ الأحداث المتنافية و الأحداث المستقلة :

نقول عن الحدثين أنهما **متنافيان** عندما يستحيل وقوعهما معا ، مثل ظهور وجهين مختلفين عند رمي زهرة نرد . و يكون الحدثان **مستقلين** إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر في وقوع الآخر ، و مثال ذلك عند رمي قطعة نقدية متزنة مرتين متتاليتين فإن النتيجة الثانية لا تتأثر بالنتيجة الأولى .

حساب الإحتمالات :

الإحتمال هو نسبة عددية محصورة بين الصفر (٠) و الواحد (١) ، فيدل الصفر على الاستحالة و يدل الواحد على التأكيد .

و يحسب الاحتمال بالصيغة التالية :

الاحتمال = عدد الحالات الملائمة / عدد الحالات الممكنة

$$P = r / n$$

أ ـ قاعدة الجمع :

ـ حالة الأحداث المتنافية : احتمال وقوع أحد الأحداث المتنافية هو مجموع احتمالات وقوع هذه الأحداث .

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

<u>مثال :</u> عند رمي زهرة نرد فإن احتمال ظهور عدد فردي ، بمعنى : ١ أو ٢ أو ٣ هو :

$$P(1 \cup 2 \cup 3) = P(1) + P(2) + P(3)$$

$$= 1/6 + 1/6 + 1/6$$

$$= 3/6$$

$$= ½$$

ـ حالة الأحداث غير المتنافية : احتمال وقوع حدثين غير متنافيين هو الفارق بين مجموع الاحتمالين و احتمال وقوعهما معا .

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

حيث أن احتمال وقوع الحدثين معا هو :

$$P (A \cap B)$$

ب ـ قاعدة الضرب :

إن احتمال وقوع حدثين مستقلين أو أكثر معا هو جداء الاحتمالات المنفردة .

$$\boxed{P (A \cap B) = P (A) \times P (B)}$$

مثال : عند رمي زهرة نرد لمرتين متتاليتين ، ما هو احتمال الحصول على النتيجة (٣ ، ٣) ؟

$$P (3 , 3) = P (3) \times P (3)$$

$$= (1/ 6) \times (1/6)$$

$$= 1/36$$

جـ ـ الاحتمال الشرطي :

إذا كان لدينا الحدثان ( ) و ( ) ، و كان ( ) يختلف عن الصفر فإن الاحتمال الشرطي للحدث ( ) بشرط وقوع الحدث ( ) يعطى وفق الصيغة التالية :

$$P (A / B) = \frac{P (A \cap B)}{P (B)}$$

أي أن الاحتمال الشرطي لوقوع الحدث ( ) بشرط وقوع الحدث ( ) هو حاصل قسمة الاحتمال المركب ( ) على احتمال الحدث ( )

د ـ التوافيق ، التراتيب و التباديل :

ـ إذا كان لدينا مجموعة كلية ، و قمنا بسحب جزء من عناصر هذه المجموعة بدون مراعاة الترتيب ، فإن عدد الطرق التي يتم بها السحب يسمى **توفيقة** .

يتم حساب التوفيقة وفق الصيغة التالية :

$$\boxed{n C r = (n !) / [(n - r) ! r !]}$$

ـ إذا راعينا الترتيب أثناء السحب فإن عدد الطرق التي يتم بها السحب هنا تسمى **ترتيبة .**

يتم حساب الترتيبة وفق الصيغة التالية :

$\boxed{n P r = n ! / (n - r) !}$

ــ إذا تم سحب جميع عناصر المجموعة وفق ترتيب معين فإن عدد طرق السحب هنا تدعى **تبديلة .** يتم حساب التبديلة وفق الصيغة التالية :

$\boxed{n P n = n !}$

حيث :

$$n ! = n (n - 1) (n - 2) \ldots (n - k) \ldots 2 . 1$$

<u>خواص :</u>

$\boxed{n C r = n C _{(n - r)}}$

$\boxed{n C n = 1}$

$\boxed{n C _1 = n}$

$\boxed{nC_0 = 1}$

<u>تمارين تطبيقية :</u>

<u>التمرين الأول :</u>

لديك المعطيات التالية :

$$P (A B) = 1 / 5 , \quad P (B /A) = 1/2 \quad , \quad P (A / B) = 1/3$$

و المطلوب حساب كلا من :

$$P (B) , P (A) .$$

<u>**الحل :**</u>

$$P (AB) = P (A) P (B / A)$$

$$= P (B) P (A / B)$$

$$P (A) = P (AB) \div P (B / A)$$

$$= (1 / 5) \div (1 /2) = 2 /5$$

$$P (B) = P (AB) \div P (A / B)$$

$$= (1/5) \div (1/3) = 3/5$$

التمرين الثانى

كيس به ١٢ كرية متماثلة ، ٥ منها بيضاء ، ٣ حمراء و ٤ سوداء . سحبت ٣ كرات من الكيس .

المطلوب حساب الاحتمالات التالية :

١ ـ عدم ظهور كرات حمراء .

٢ ـ ظهور كرة واحدة حمراء .

٣ ـ ظهور كرة واحدة حمراء .

٤ ـ أن تكون الكرات كلها من لون واحد .

٥ ـ عدم وجود كرتين أو أكبر من نفس اللون .

الحل :

عدد الحالات الممكنة :

$12 C 3 = 220$

1) P (عدم ظهور كرات حمراء) = $(9 C 3 * 3 C 0) / 12 C 3$
$= 84 / 220 = 21 / 55$

2) P (كرة واحدة حمراء) = $(3 C 1 * 9 C 2) / 12 C 3$

$= 27 / 55$

3) P (كرة واحدة على الأقل حمراء) = $[(3 C 1 * 9 C 2) / 12 C 3] +$

$[(3 C 2 * 9 C 1) / 12 C 3] +$

$[(3 C 3 * 9 C 0) / 12 C 3]$

$= 34 / 55$

طريقة ثانية :

P (كرة واحدة على الأقل حمراء) = 1 - P (عدم ظهور كرات حمراء)

$= 1 – (21 / 55) = 34 / 55$

4) P (الكرات كلها من نفس اللون) = $(5 C 3 + 4 C 3 + 3 C 3) / 12 C 3$

$= 3/44$

5) P (عدم وجود كرتين من نفس اللون) = $(5C1 * 4C1 * 3C1) / 12C3$

$= 3/11$

التمرين الثالث :

تقدمت شركة بناء إلى مناقصتين A و B فإذا كان احتمال الحصول على المناقصة A هو ٠.٦ و احتمال الحصول على المناقصة B هو ٠.٣ ، و احتمال الحصول على المناقصتين معا هو ٠.١ ، فما هو احتمال الحصول على احدى المناقصتين فقط ؟

الحل :

الحدثان غير متنافيين ، إذن :

$$P (A \cup B) = P (A) + P (B) - P (A \cap B)$$

$$= 0.6 + 0.3 - 0.1 = 0.8$$