UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

Faculté de Technologie
Département de Génie Electrique
Master Académique: Commande Electrique
Matière: Techniques de la commande électrique

Série d'exercices n° : 1

Exercice 1

Soit un système de tensions triphasées équilibrées de la forme $v_i(t) = v_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}(i-1)),\ i = 1,2,3$ **alimentant une charge linéaire triphasée équilibrée connectée en étoile avec un neutre isolé.**

1°) Calculer les deux composantes du vecteur tension v_α **et** v_β **en utilisant la matrice de transformation définie par:** $x_{\alpha\beta} = T_{23}\, x_{123}$ **avec**

$$T_{23} = k\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

En déduire la valeur de la constante *k* pour que cette transformation soit capable d'assurer la conservation des amplitudes.

2°) Calculer la puissance instantanée consommée par la charge dans le repère triphasé. Recalculer cette puissance dans le repère $\alpha\beta$ **en tenant en compte de la valeur de *k* calculée dans la première question. Commenter le résultat obtenu.**

Exercice 2

Afin de transformer une grandeur x_{abc} **du système triphasé naturel en une autre grandeur** x_{uvo} **dans un système triphasé équivalent tournant à une vitesse arbitraire, la transformation de coordonnée suivante est utilisée:**

$$x_{uvo} = \left[P(\psi)\right] x_{abc}$$

avec $\left[P(\psi)\right]$ **est la matrice de Park donnée en fonction de l'angle de transformation** ψ **comme suit:**

$$\left[P(\psi)\right] = k\begin{bmatrix} \cos(\psi) & \cos(\psi - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\psi + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\psi) & -\sin(\psi - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\psi + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

1°) Monter que pour assurer l'invariance de la puissance instantanée dans les deux systèmes de représentation, la matrice de Park doit être orthogonale vérifiant la relation suivante:

$$\left[P(\psi)\right]^t = \left[P(\psi)\right]^{-1}$$

2°) Admettons que la condition précédente est remplisse, calculer la valeur de *k*.

Exercice 3

Sachant que les équations électriques et magnétiques de la machine asynchrone (MAS) à cage d'écureuil dans le repère naturel *abc* sont données par les équations sous forme matricielle suivantes:

Equations électriques

$$[v_{abcs}] = R_s\,[i_{abcs}] + \frac{d\,[\varphi_{abcs}]}{dt}$$
$$0 = R_r\,[i_{abcr}] + \frac{d\,[\varphi_{abcr}]}{dt}$$

Equations magnétiques

$$[\varphi_{abcs}] = [M_{ss}][i_{abcs}] + [M_{sr}(\theta)][i_{abcr}]$$
$$[\varphi_{abcr}] = [M_{rs}(\theta)][i_{abcs}] + [M_{rr}][i_{abcr}]$$

Avec

$$[M_{ss}] = \begin{bmatrix} l_s & m_s & m_s \\ m_s & l_s & m_s \\ m_s & m_s & l_s \end{bmatrix},\ [M_{rr}] = \begin{bmatrix} l_r & m_r & m_r \\ m_r & l_r & m_r \\ m_r & m_r & l_r \end{bmatrix},\ [M_{sr}(\theta)] = [M_{rs}(\theta)]^t = m_{sr}\begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

1°) Etablir le modèle de la MAS dans le repère lié au champ tournant (*dq*) en adoptant la transformation de Park définie par la matrice de passage suivante:

$$[P(\theta_s)] = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & \cos(\theta_s-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_s+\frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_s) & -\sin(\theta_s-\frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_s+\frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

2°) Mettre le modèle de la MAS dans le repère (*dq*) sous la forme suivante:

$$\dot{x} = f(x) + g\,u$$

avec $x = \begin{bmatrix} i_{ds} & i_{qs} & \varphi_{dr} & \varphi_{qr} & \Omega \end{bmatrix}^t$ **et** $u = \begin{bmatrix} v_{ds} & v_{qs} \end{bmatrix}^t$

On donne pour le côté stator:

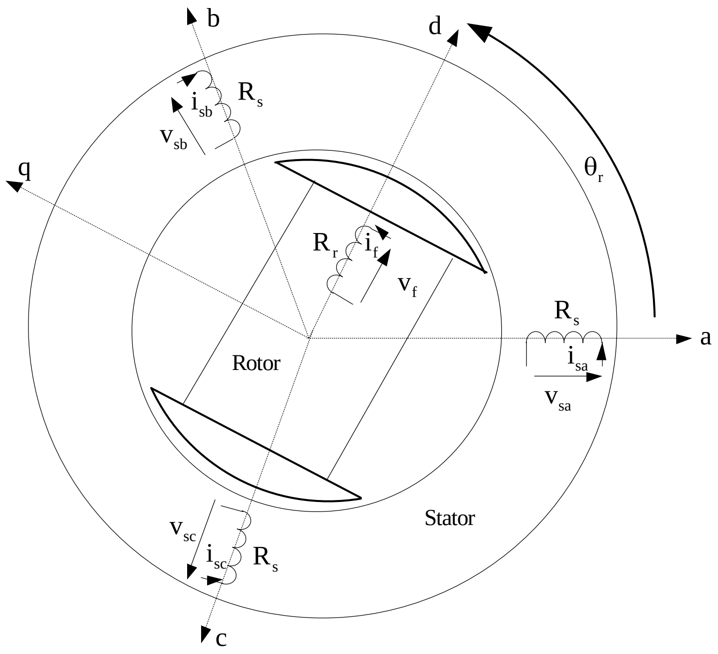
$$P(\theta_s)(\frac{d}{dt}P^{-1}(\theta_s)) = \dot{\theta}_s\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ P(\theta_s)[M_{ss}]P^{-1}(\theta_s) = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & l_s+2m_s \end{bmatrix},\ P(\theta_s)[M_{sr}(\theta)]P^{-1}(\theta_r) = M\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tel que : $L_s = l_s - m_s$ et $M = \frac{3}{2}m_{sr}$

Des équations similaires peuvent être utilisées côté rotor.

Exercice 4

Soit la machine synchrone bipolaire à rotor bobine à pôles saillants dont les bobines sont représentées dans la figure ci-dessous. On désire établir le modèle de la machine dans le repère lié au rotor. Sur ce dernier, l'enroulement d'excitation ou inducteur est placé sur l'axe direct.



1°) Donner les équations des tensions et des flux dans le repère triphasé *abc* sachant qu'en plus de l'inductance de l'inducteur L_f les inductances propres et mutuelles sont données en fonction de la position du rotor par les formules suivantes:

- Inductances propres statoriques:

$$L_{aa}(\theta_r) = L_{s1} + L_{s2}\cos(2\theta_r)$$
$$L_{bb}(\theta_r) = L_{s1} + L_{s2}\cos(2\theta_r + \frac{2\pi}{3})$$
$$L_{cc}(\theta_r) = L_{s1} + L_{s2}\cos(2\theta_r - \frac{2\pi}{3})$$

- Inductances mutuelles entre phases statoriques:

$$M_{ab}(\theta_r) = M_{ba}(\theta_r) = -\frac{L_{s1}}{2} + L_{s2}\cos(2\theta_r - \frac{2\pi}{3})$$
$$M_{ac}(\theta_r) = M_{ca}(\theta_r) = -\frac{L_{s1}}{2} + L_{s2}\cos(2\theta_r + \frac{2\pi}{3})$$
$$M_{bc}(\theta_r) = M_{cb}(\theta_r) = -\frac{L_{s1}}{2} + L_{s2}\cos(2\theta_r)$$

- Inductances mutuelles entre les enroulements statoriques et l'enroulement rotorique:

$$M_{af}(\theta_r) = M_{sf}\cos(\theta_r)$$
$$M_{bf}(\theta_r) = M_{sf}\cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3})$$
$$M_{cf}(\theta_r) = M_{sf}\cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3})$$

2°) Transformer le modèle triphasé *abc* en un modèle *dqo* lié au rotor en utilisant la transformation de Park suivantes:

$$P(\theta_r)=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\cos(\theta_r) & \cos(\theta_r-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r+\frac{2\pi}{3})\\ -\sin(\theta_r) & -\sin(\theta_r-\frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r+\frac{2\pi}{3})\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$

3°) Calculer la puissance dans le repère *dqo* et en déduire la couple électromagnétique.
4°) Refaire le même travail précédent dans le deux cas suivants:

- Rotor bobiné à pôles lisses,
- Rotor bobiné à pôles saillants avec amortisseurs.

<u>Exercice 5</u>

On propose de modéliser la machine synchrone triphasée à aimants permanents (MSAP) à pôles lisses. La modélisation passe nécessairement par l'établissement des équations électriques, magnétiques et mécaniques qui régissent le fonctionnement de la machine dans un repère lié au rotor.

1°) Exprimer les tensions statoriques v_{sa}, v_{sb}, v_{sc} en fonction des courants statoriques i_{sa}, i_{sb}, i_{sc} et des flux statoriques $\phi_{sa}, \phi_{sb}, \phi_{sc}$ dans le repère *abc* puis mètre ces équations sous une forme matricielle compactée.
2°) Exprimer les flux statoriques $\phi_{sa}, \phi_{sb}, \phi_{sc}$ en fonction des courants statoriques i_{sa}, i_{sb}, i_{sc} et des flux rotoriques $\phi_{ra}, \phi_{rb}, \phi_{rc}$ dans le repère abc puis mètre ces équations sous une forme matricielle compactée.
3°) On veut transformer le modèle triphasé *abc* obtenu en un modèle *dqo* lié au rotor en utilisant la transformation de Park suivante: $x_{dqo}=P(\theta_r)\,x_{abc}$, tel que $P(\theta_r)$ est la matrice de Park donnée en fonction de l'angle électrique du rotor θ_r comme suit:

$$P(\theta_r)=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\cos(\theta_r) & \cos(\theta_r-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r+\frac{2\pi}{3})\\ -\sin(\theta_r) & -\sin(\theta_r-\frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r+\frac{2\pi}{3})\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$

Exprimer les équations électriques et magnétiques de la MSAP dans le repère *dqo* sachant que:

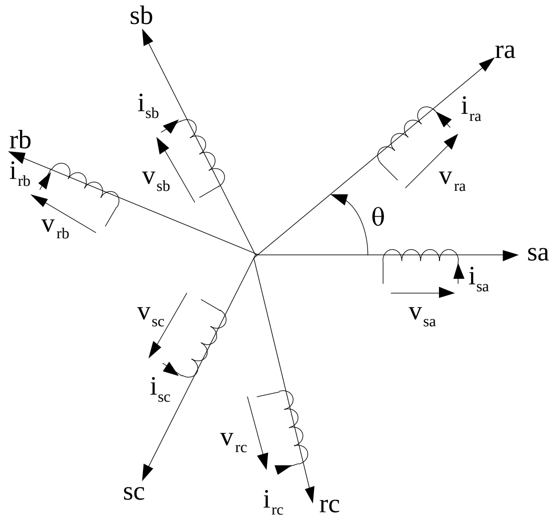
$$P(\theta_r)(\frac{d}{dt}P^{-1}(\theta_r))=\dot{\theta}_r\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},\quad P(\theta_r)\begin{bmatrix}\cos(\theta_r)\\ \cos(\theta_r-\frac{2\pi}{3})\\ \cos(\theta_r+\frac{2\pi}{3})\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{3}{2}}\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix},\quad P(\theta_r)\left[L\right]P^{-1}(\theta_r)=\begin{bmatrix}L_s & 0 & 0\\ 0 & L_s & 0\\ 0 & 0 & l_s+2m_s\end{bmatrix}$$

Avec L est la matrice des inductances, $L_s=l_s-m_s$ est l'inductance cyclique, l_s est l'inductance propre et m_s est l'inductance mutuelle.

4°) Calculer la puissance absorbée par la machine dans le repère *dqo* et en déduire l'expression du couple électromagnétique en fonction des deux composantes directe et en quadrature du flux et des courants statoriques.

<u>Exercice 6</u>

On se propose de trouver le modèle de la machine asynchrone dans le repère abc en utilisant la notion du vecteur d'espace complexe. Pour ce faire, les questions suivantes sont à répondre en se basant sur la disposition des bobines de la machine illustrée sur la figure ci-dessous:



1°) Donner les expressions des tensions statoriques v_{sa}, v_{sb}, v_{sc} en fonction des courants statoriques i_{sa}, i_{sb}, i_{sc} et des flux statoriques $\phi_{sa}, \phi_{sb}, \phi_{sc}$.

2°) Donner les expressions des tensions rotoriques v_{ra}, v_{rb}, v_{rc} en fonction des courants rotoriques i_{ra}, i_{rb}, i_{rc} et des flux rotoriques $\phi_{ra}, \phi_{rb}, \phi_{rc}$.

3°) Donner les expressions des flux statoriques $\phi_{sa}, \phi_{sb}, \phi_{sc}$ en fonction des courants statoriques i_{sa}, i_{sb}, i_{sc} et des courants rotoriques i_{ra}, i_{rb}, i_{rc}.

4°) Donner les expressions des flux rotoriques $\phi_{ra}, \phi_{rb}, \phi_{rc}$ en fonction des courants statoriques i_{sa}, i_{sb}, i_{sc} et des courants rotoriques i_{ra}, i_{rb}, i_{rc}.

5°) La notion du vecteur d'espace complexe permet de transformer trois grandeurs triphasées x_a, x_b, x_c en un vecteur complexe dont l'expression est donnée par :

$$\bar{x}_{abc} = \frac{2}{3}(x_a + \bar{a}x_b + \bar{a}^2 x_c), \quad \text{avec} \quad \bar{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

A l'aide de cette transformation calculer :

a°) Le vecteur d'espace des tensions statoriques $\bar{v}_{sabc}$ en fonction du vecteur d'espace des courant statoriques $\bar{i}_{sabc}$ et celui des flux statoriques $\bar{\phi}_{sabc}$.

b°) Le vecteur d'espace des tensions rotoriques $\bar{v}_{rabc}$ en fonction du vecteur d'espace des courant rotoriques $\bar{i}_{rabc}$ et celui des flux rotoriques $\bar{\phi}_{rabc}$.

c°) Le vecteur d'espace des flux statoriques $\bar{\phi}_{sabc}$ en fonction de ceux des courants statoriques $\bar{i}_{sabc}$ et rotoriques $\bar{i}_{rabc}$.

d°) Le vecteur d'espace des flux rotoriques $\bar{\phi}_{rabc}$ en fonction de ceux des courants statoriques $\bar{i}_{sabc}$ et rotoriques $\bar{i}_{rabc}$.

6°) La transformation reliant le vecteur d'espace dans un repère abc et le vecteur d'espace dans un repère quelconque uv est donnée par : $\bar{x}_{abc} = \bar{x}_{uv}e^{j\psi}$ avec ψ est l'angle entre les deux axes a et u.

A l'aide de cette transformation, déterminer les vecteurs d'espace des tensions et des flux statoriques et rotoriques dans le repère uv.

7°) En se basant sur le modèle trouvé dans la question précédente, en déduire le modèle à base des vecteurs d'espace de la machine asynchrone dans les repères fixés au stator, au rotor et au champ tournant.