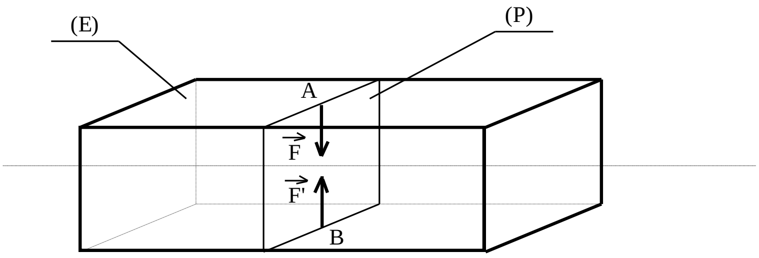
Chapitre 3
CISAILLEMENT

3.1. Cisaillement

Définition

Une poutre subit une sollicitation de cisaillement simple lorsqu'elle est soumise à deux systèmes d'action de liaison qui se réduisent dans un plan (P) perpendiculaire à la ligne moyenne à deux forces directement opposées.



Sous l'action de ces deux forces la poutre tend à se séparer en deux tronçons E1 et E2 glissant l'un par rapport à l'autre dans le plan de section droite (P).

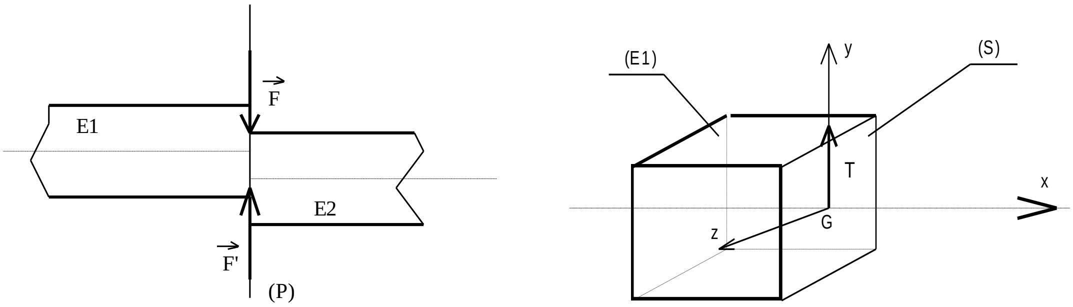


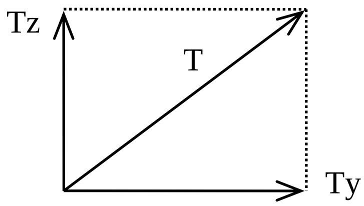
Figure 3.1 pièce sollicité en cisaillement et élément isolé

Les éléments de réduction en G du torseur des efforts de cohésion s'expriment par :

$$\left\{Cohésion\right\}_G = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Ty & 0 \\ Tz & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Remarque :

On peut toujours remplacer les composantes d'effort tranchant (Ty et Tz) par une unique composante T en réalisant un changement de repère.



Le cisaillement pur n'existe pas, il subsiste toujours de la flexion...

3.2. Essai de cisaillement

Il est physiquement impossible de réaliser du cisaillement pur au sens de la définition précédente. Les essais et résultats qui suivent permettent toutefois de rendre compte des actions tangentielles dans une section droite et serviront ainsi dans le calcul de pièces soumises au cisaillement.

On se gardera cependant le droit d'adopter des coefficients de sécurités majorés pour tenir compte de l'imperfection de la modélisation.

Considérons une poutre (E) parfaitement encastrée et appliquons-lui un effort de cisaillement $\vec{F}$ uniformément réparti dans le plan (P) de la section droite (S) distante de Δx du plan (S_0) d'encastrement (voir fig.).

On se rapproche des conditions du cisaillement réel, à condition de vérifier que Δx <<.

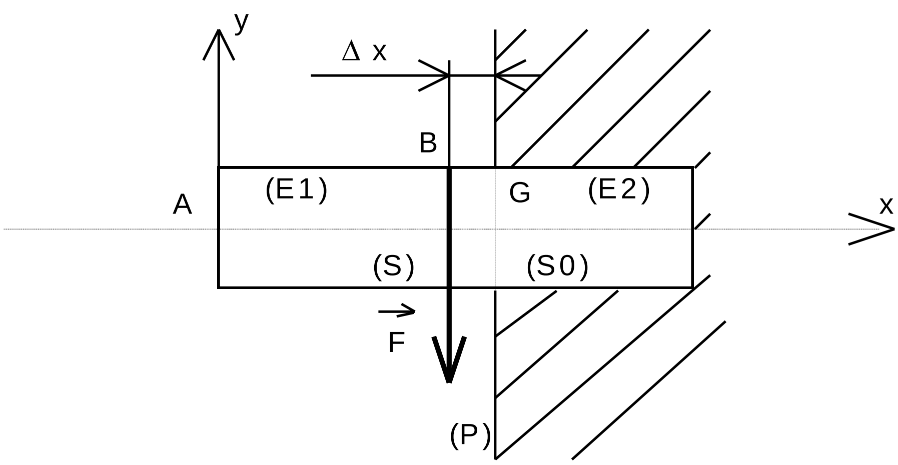


Figure 3.2 : essai de cisaillement

Si l'on isole (E1), on trouve alors le torseur de cohésion suivant :

$$\{Cohésion\}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & F.\Delta x \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Lorsque Δx tend vers 0, on retrouve alors le torseur de cohésion du cisaillement pur.

Analyse de la courbe obtenue

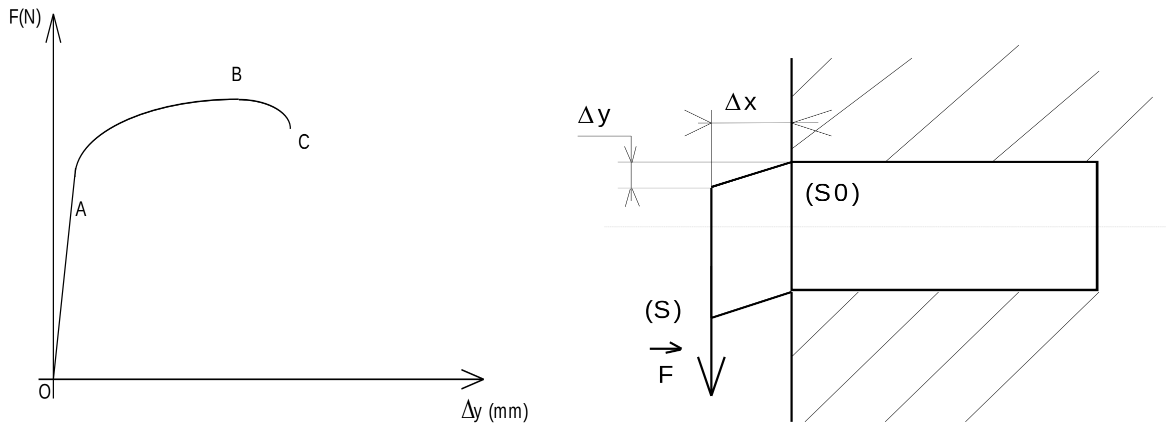


Figure 3.3 diagramme de l'essai de cisaillement

- ◊ **Zone OA :** c'est la zone des déformations élastiques. Si l'on réduit la valeur de F jusqu'à une valeur nulle, l'éprouvette retrouve sa forme initiale.
- ◊ **Zone ABC :** c'est la zone des déformations permanentes. Si l'on réduit la valeur de F jusqu'à une valeur nulle, l'éprouvette ne retrouve pas sa forme initiale. (déformations plastiques)

3.3. Déformations élastiques

L'essai précédent a permis pour différents matériaux d'établir la relation :

$$\boxed{\frac{F}{S} = G\,\frac{\Delta y}{\Delta x}} \qquad (3.1)$$

Unités : F en Newton

S en mm^2

G en MPa

Δy et Δx en mm.

G est une caractéristique appelée **module d'élasticité transversal** ou **module de Coulomb.**

Tableau 3.1 : valeurs de G pour quelques matériaux :

Matériau	Fontes	Aciers	Laiton	Duralumin	Plexiglas
G (MPa)	40000	80000	34000	32000	11000

3.4. Contraintes

On définit la contrainte τ dans une section droite (S) par la relation :

$$\tau = \frac{T}{S} \tag{3.2}$$

avec : τ : contrainte tangentielle de cisaillement en MPa (valeur moyenne).

T : effort tranchant en Newton.

S : aire de la section droite (S) en mm^2.

3.5. Relation entre contrainte et déformation

Nous avons déjà vu que $\tau = \frac{T}{S}$, que $\frac{F}{S} = G\frac{\Delta y}{\Delta x}$ et nous savons que F=T.

On en déduit que :

$$\boxed{\tau = G\frac{\Delta y}{\Delta x} = G.\gamma}. \tag{3.3}$$

$\gamma = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ est appelé glissement relatif.

G peut être calculé d'après la formule suivante : $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ (3.4)

3.6. Caractéristiques mécaniques d'un matériau

◊ **Contrainte tangentielle limite élastique τ_e**

C'est la valeur limite de la contrainte dans le domaine élastique.

Pour l'acier, cette valeur est comprise entre 250 MPa et 600 MPa.

◊ **Contrainte tangentielle de rupture τ_r**

C'est la valeur limite de la contrainte avant rupture de l'éprouvette.

3.7. Condition de résistance

Pour des raisons de sécurité, la contrainte normale τ doit rester inférieure à une valeur limite appelée contrainte pratique de cisaillement τ_p ou τ_{adm} ou Rpg

On a :

$$\tau = \frac{T}{S} \leq \tau_{adm} = \frac{\tau_e}{s} \qquad (3.5)$$

Où s est le coefficient de sécurité pour le cisaillement

Remarque :

Certains auteurs utilisent les notations suivantes pour les contraintes de cisaillement :

Rpg : résistance pratique au glissement ou au cisaillement

Reg : limite élastique au cisaillement ou τ_e (analogue à Re)

Rg : limite à la rupture par cisaillement ou τ_r (analogue à R_r)

Rg et Reg sont des données obtenues par essais sur les matériaux et alliages ont les approximations suivantes :

Rg = τ_r= Rr/2 et Reg = τ_e= Re/2

Avec Re =σ_e et Rr = σ_r.

Application :

La contrainte de cisaillement dans un corps métallique est égale à 1050 kg/cm² .Si le module de cisaillement vaut 8400 kN/cm2 , déterminer la déformation de cisaillement.

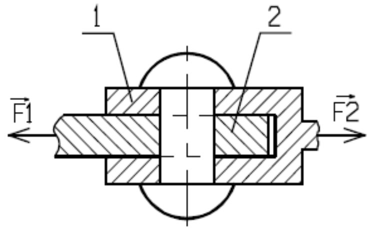
Corrigé : $\gamma = \frac{\tau}{G}$= 0.00125

Application du cisaillement dans certains assemblages

1. Application dans une articulation

Soit l'articulation à chape ci-dessous dont l'axe à pour diamètre 8mm , supportant les efforts d'intensité F_1=F_2 = 180daN, l'axe d'articulation étant en Acier E335 : Re = 335 Mpa, τ_e = Re/2 Calculer :

1) la surface cisaillée de l'axe
2) la contrainte de cisaillement sur cet axe.
3) Le coefficient de sécurité de cette articulation.



2. Assemblage par clavette

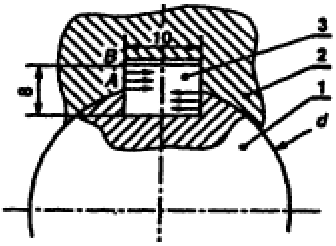
Un arbre (1) transmet un mouvement de rotation à un moyeu (2) par l'intermédiaire d'une clavette (3).

L'arbre de diamètre d=32 mm est en acier XC 18 pour lequel Re=265 MPa. Le couple transmis a pour valeur M=65 Nm.

La clavette a pour dimensions transversales 10 x 8. L'acier de la clavette est E24 pour lequel τ_e=108MPa.

Le coefficient de sécurité choisi est s=3.

La pression maximale admissible sur le flanc AB du contact clavette-moyeu est p_m=30 MPa.



1. Calculer la norme de F.

2. A partir de la condition de résistance de non matage, déterminer la longueur minimale de la clavette.

3. Vérifier la longueur de la clavette à partir de la condition de résistance au cisaillement de celle-ci. Conclure

Solution :

1. Si M est le couple transmis :

M = $F\frac{d}{2}$

d'où F = 4062.5 N

2. Soit p la pression au contact clavette-moyeu ; la condition de non matage est :

P ≤ Pm avec $P = \frac{F}{Sm}$

Sm set la surface de matage : Sm = AB x l =4 l

Donc :$\frac{F}{4l} \leq Pm$ et $l \geq \frac{F}{4Pm}$

AN : l ≥ 33,85 mm

3. Condition de résistance au cisaillement :

$\tau moy \leq \tau_P$

$\tau_P = \frac{\tau e}{s} = \frac{108}{3} = 36$ MPa

$\tau moy = \frac{T}{Sc}$ où T=F et Sc = 10xl

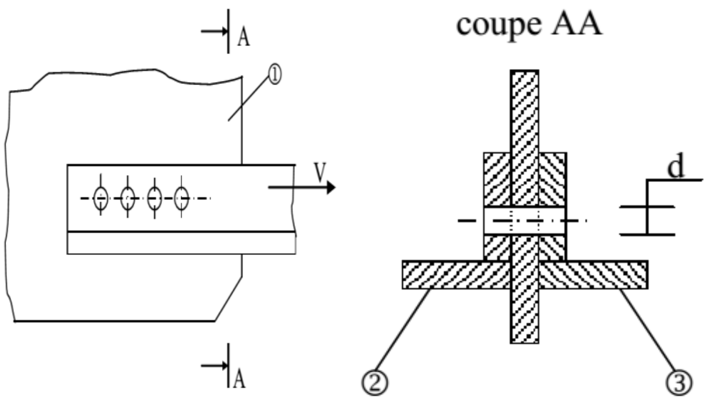
T = F et SC = 10 xl ==> $l \geq \frac{F}{10\tau p.}$

AN :l ≥11,28 mm

Conclusion : Comme on le voit sur ce calcul, la condition de non matage conduit à choisirune clavette plus longue. Bien que travaillant au cisaillement, on doit toujours calculer uneclavette d'après la condition de non matage.

3. Assemblage par rivet

On veut réaliser l'assemblage des pièces 1 et des cornières 2et 3 à l'aidede rivets comme indiqué sur la figure ci-dessous :



,

V est l'effort qui s'exerce sur l'ensemble des cornières ; les rivets en acier doux ont pour diamètre d et pour résistance pratique τp . Déterminer le nombre de rivets (n = ?).

Solution :

Chaque rivet a tendance à se cisailler suivant deux sections.

$$\frac{V}{S} \leq \tau_p$$

Condition de résistance au cisaillement :

Avec : $S = 2.n.S_0$ et $S_0 = \pi \frac{d^2}{4}$

Soit

$$n \geq \frac{V}{2.S_{0}.\tau_p}$$

A.N :Pour V = 100 kN, d=16mm et τ_P= 70 N/mm²

On a : $$n \geq \frac{1.10^{5}}{2.\left(\frac{\pi.16^2}{4}\right)70}$$

$n \geq 3.5$ on prendra donc 4 rivets. $\Rightarrow$ n = 4