MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF DE M'SILA

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

Matière : Antennes

Spécialité : Systèmes des Télécommunications

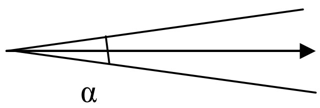
Année : Master 1

Année Universitaire : 2019/2020

TD N°2

Exercice 1 :

Calculer la directivité dans le cas d'une antenne ayant un diagramme de rayonnement en pinceau très étroit.



Solution :

$$D = \frac{4\pi U}{P_{rad}}$$

$$D = \frac{4\pi U}{\int_0^{\alpha/2} \int_0^{2\pi} U \sin\theta \, d\varphi \, d\theta}$$

α est très petit, alors $U \approx cte = U_0$ et $\sin\theta \approx \theta$. On obtient donc

$$D = \frac{4\pi U_0}{U_0 \int_0^{\alpha/2} \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi}$$

soit

$$D = \frac{4\pi U_0}{2\pi U_0 \left[\frac{\theta^2}{2}\right]_0^{\alpha/2}}$$

$$D = \frac{16}{\alpha^2}$$

Exercice 2 :

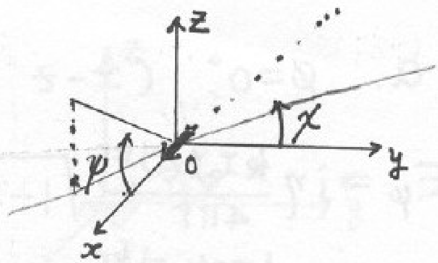
Calculer le champ électromagnétique rayonné en zone lointaine pour un doublet (dipôle) infinitésimal disposé symétriquement selon l'axe Ox. Calculer la directivité d'une telle antenne. Tracer le diagramme de rayonnement dans les plans suivants :

a- xOz
b- yOz
c- xOy

Solution :

a.

$$\sin\psi = \sqrt{1-\cos^2\psi} = \sqrt{1-|\hat{a}_x\cdot\hat{a}_r|^2}$$
$$= \sqrt{1-(\sin\theta\cdot\cos\phi)^2}$$



Pour la zone du champ lointain

$$E_\psi \simeq j\eta\frac{kI_0\cdot l\, e^{-jkr}}{4\pi r}\cdot\sin\psi = j\eta\frac{kI_0 l\, e^{-jkr}}{4\pi r}\cdot\sqrt{1-(\sin\theta\cdot\cos\phi)^2}$$

$$H_\chi \simeq j\frac{kI_0 l\, e^{-jkr}}{4\pi r}\cdot\sin\psi = \frac{E_\psi}{\eta}$$

b. $$U = U_0(1-\sin^2\theta\cos^2\phi)$$

$$\therefore P_{rad} = U_0\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}(1-\sin^2\theta\cdot\cos^2\phi)\cdot\sin\theta\, d\theta\, d\phi = U_0\cdot\frac{8\pi}{3}$$

$$D_0 = \frac{4\pi\cdot U_0}{U_0\cdot\frac{8\pi}{3}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

Diagrammes de rayonnement

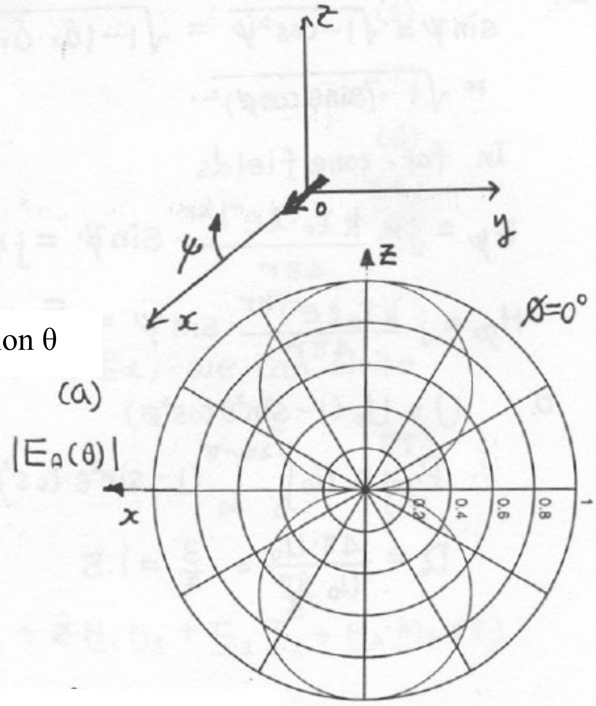
a. $\phi = 0°$, (Plan xOz)

$$E_\psi = j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\sqrt{1-\sin^2\theta}$$

$$\simeq j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\cdot\cos\theta$$

En $\phi = 0°$, E_ψ a seulement une composante selon θ

$E_\psi \sim E_\theta$

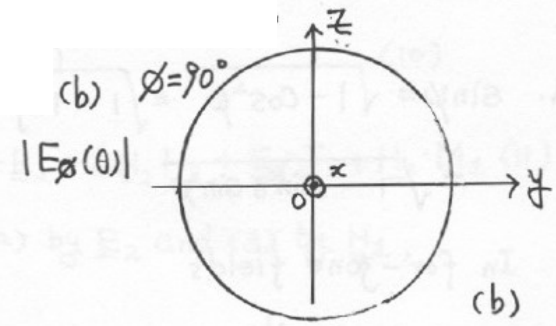


b. $\phi = 90°$ (Plan yOz)

$$E_\psi \simeq j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\cdot 1$$

En $\phi = 90°$,

$E_\psi \sim E_\phi$.

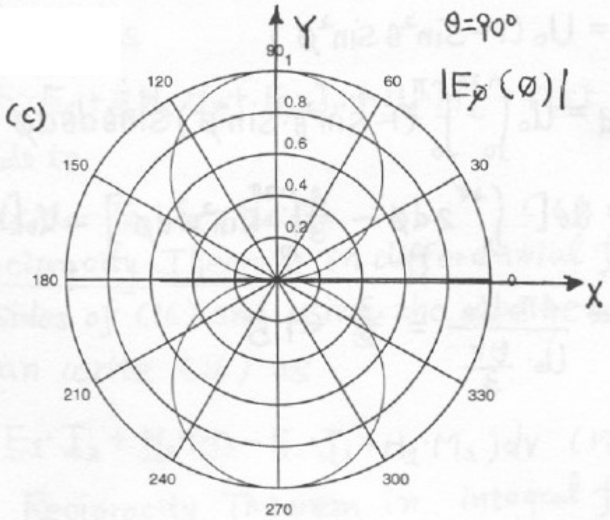


c. $\theta = 90°$ (Plan xOy)

$$E_\psi = j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\sqrt{1-\cos^2\phi} = j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\cdot\sin\phi$$

En $\theta = 90°$. (x, y),

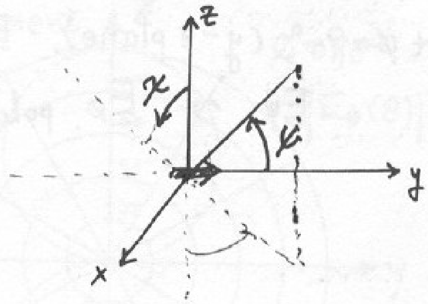
$E_\psi \sim E_\phi$



Exercice 3 :

Refaire l'exercice 2 pour le cas d'un dipôle infinitésimal disposé selon l'axe Oy.

Solution :



a. $$\sin\psi = \sqrt{1-\cos^2\psi} = \sqrt{1-|\hat{a}_y\cdot\hat{a}_r|^2}$$

$$= \sqrt{1-\sin^2\theta\cdot\sin^2\phi}$$

$$E_\psi \simeq j\eta\frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\cdot\sin\psi = j\eta\frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r}\cdot\sqrt{1-\sin^2\theta\cdot\sin^2\phi}$$

$$H_\chi \simeq \frac{E_\psi}{\eta} \simeq j\frac{kI_0 e^{-jkr}\cdot l}{4\pi r}\sqrt{1-\sin^2\theta\sin^2\phi}$$

b. $$U = U_0(1-\sin^2\theta\sin^2\phi)$$

$$P_{rad} = U_0\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}(1-\sin^2\theta\cdot\sin^2\phi)\sin\theta\, d\theta\, d\phi = U_0\int_0^{2\pi}\left[\int_0^{\pi}\sin\theta - \sin^3\theta\cdot\sin^2\phi\, d\theta\right]d\phi$$

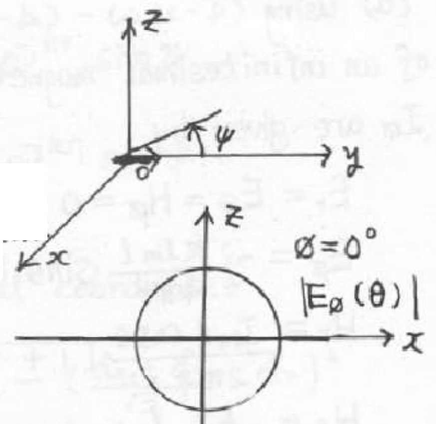
$$= U_0\left[\int_0^{2\pi}2\,d\phi - \frac{4}{3}\int_0^{2\pi}\sin^2\phi\, d\phi\right] = U_0\left[4\pi-\frac{4}{3}\pi\right] = \frac{8}{3}\pi\cdot U_0$$

$$D_0 = \frac{4\pi\cdot U_0}{U_0\cdot\frac{8\pi}{3}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

Diagrammes de rayonnement

a. $\phi = 0°$ (Plan xOz)

$$E_\psi = j\eta \frac{k I_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot 1$$



En $\phi = 0°$, $\underline{E}_\psi$

$$\underline{E}_\psi \rightsquigarrow \underline{E}_\phi$$

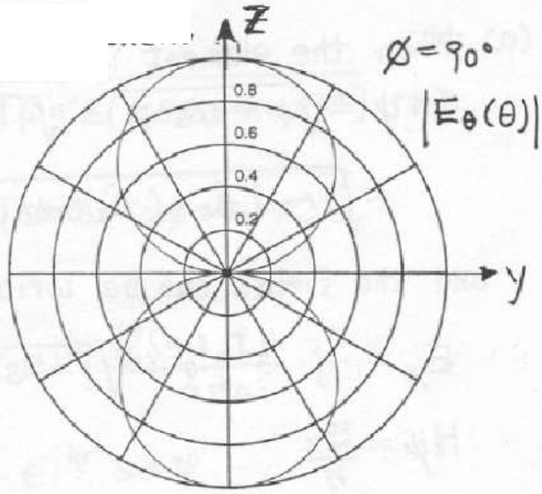
b. $\phi = 90°$ (Plan yOz)

$$E_\psi = j\eta \frac{k_0 I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \sqrt{1-\sin^2\theta}$$

$$= j\eta \frac{k_0 I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \cos\theta .$$

En $\phi = 90°$, $\underline{E}_\psi$

$$\underline{E}_\psi \rightsquigarrow E_\theta$$

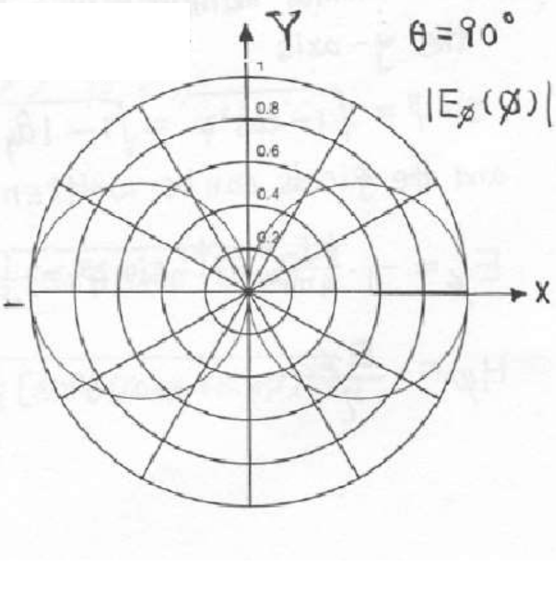


c. $\theta = 90°$ (Plan xOy)

$$E_\psi = j\eta \frac{k_0 I_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \cdot \cos\phi$$

En $\theta = 90°$, $\underline{E}_\psi$

$$\underline{E}_\psi \rightsquigarrow E_\phi$$



Exercice 4 :

Le champ rayonné pour un dipole demi-ondes isolé centré sur l'origine O d'un système de coordonnées, placé le long de l'axe Oz, a pour expression :

$$\boldsymbol{E}(r,\theta,\varphi\,) = I_0 \frac{exp(-jkr)}{r} \frac{cos\left({}^{\pi}/_{2}\,cos\theta\right)}{sin\theta}\boldsymbol{a_\theta}$$

On admettra que ce champ est nul pour θ = 0 et θ = π.

1- Donner l'expression de :

(a) La fonction caractéristique de rayonnement de cette antenne

(b) Sa densité de puissance rayonnée par unité de surface

(c) Sa densité de puissance rayonnée par unité d'angle solide (Intensité de rayonnement).

2- Tracer le diagramme de rayonnement de cette antenne dans les plans xOz et xOy.

Solution

1. a-

$$f(\theta\,) = \frac{cos\left({}^{\pi}/_{2}\,cos\theta\right)}{sin\theta}$$

b-

$$W = \frac{1}{2}\frac{|\boldsymbol{E}|^2}{\eta} = \frac{I_0}{2\eta r^2}\frac{cos^2\left({}^{\pi}/_{2}\,cos\theta\right)}{sin^2\theta}$$

La densité de puissance rayonnée est donnée finalement par :

$$W = U_0 \frac{cos^2\left({}^{\pi}/_{2}\,cos\theta\right)}{r^2 sin^2\theta}$$

avec

$$U_0 = \frac{I_0}{2\eta}$$

c-

$$U = r^2 W = U_0 \frac{cos^2\left({}^{\pi}/_{2}\,cos\theta\right)}{sin^2\theta}$$

Soit la valeur normalisée de U :

$$U = \frac{cos^2\left({}^{\pi}/_{2}\,cos\theta\right)}{sin^2\theta}$$

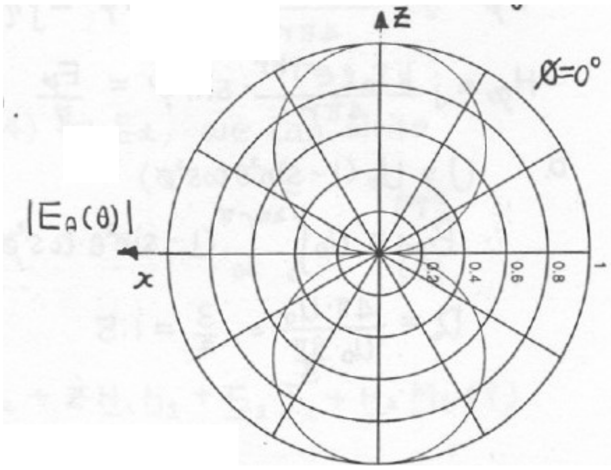
2- Diagramme de rayonnement

Plan xOz (φ = 0°)

$$f(\theta\,) = \frac{cos\left(\pi/_{2}\,cos\theta\right)}{sin\theta}$$

$$f(\theta\,) = 0 \Longrightarrow \theta = 0\;et\;\theta = \;\pi$$

$$f(\theta\,) \to Max \Longrightarrow \theta = \pm\,\pi/_{2}\;\;et\,f(\theta\,) = \;1$$



Plan xOy (θ = 90°)

$$f(90°\,) = \;1$$