Chapitre 3

La turbulence et écoulements turbulents

3.1. Introduction

Par définition, un mouvement turbulent est irrégulier. L'irrégularité associée à la turbulence est telle qu'elle peut être décrite par des lois de probabilités. L'écoulement turbulent peut être défini à travers les différentes quantités (par exemple les composantes de la vitesse et la pression) qui montrent une variation aléatoire avec le temps et l'espace de telle sorte que la moyenne statistique de ces quantités peut être exprimée quantitativement. Il est montré que les fluctuations provenant de ce mouvement aléatoire viennent des perturbations (dues à la rugosité de la surface par exemple) et peuvent être soit amorties par dissipation visqueuse soit amplifiées en pompant de l'énergie à partir de l'écoulement au loin. Pour un nombre de Reynolds inférieur à un nombre de Reynolds critique, l'énergie cinétique de l'écoulement n'est pas suffisante pour soutenir les fluctuations aléatoires contre les efforts visqueux et donc pour ces cas l'hypothèse d'un écoulement laminaire reste valable. Dans le cas contraire, la transition vers la turbulence prend place et c'est l'objet de ce chapitre [16].

3.2.Caractéristiques d'un écoulement turbulent

La caractéristique principale d'un mouvement turbulent vient du fait que les vitesses et pression en un point fluctuent avec le temps de façon aléatoire (voir Figure 3.1).

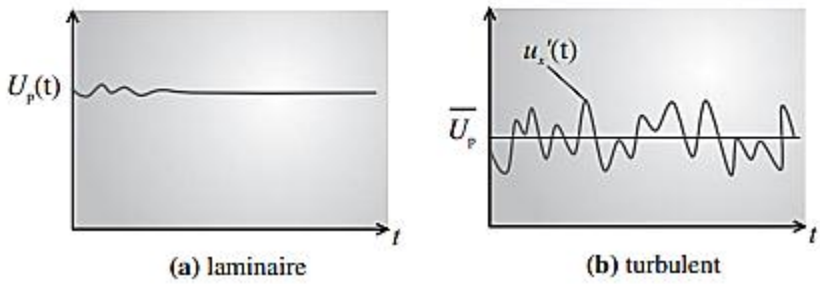

Fig. 3.1 – Variation d'une des composantes de la vitesse pour des écoulements (a) laminaire et (b) turbulent en un point P [16].

Le mélange dans un écoulement turbulent est dû à ces fluctuations qui donnent un profil de vitesses qui est plus uniforme en moyenne que dans le cas d'un écoulement laminaire dans un tube (voir Figure 3.2).

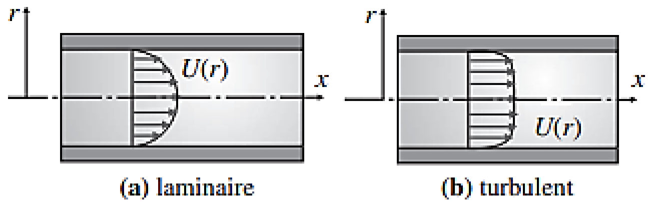

Fig. 3.2 – Comparaison des profils de vitesse dans un tube à écoulement (a) laminaire et (b) turbulent [16].

La turbulence peut être créée par les forces de viscosité sur les parois (turbulence pariétale) ou par les différentes couches de l'écoulement et qui sont à des vitesses différentes les unes par rapport aux autres (turbulence libre).

Le terme turbulence homogène implique que les fluctuations de vitesse dans le système sont aléatoires. Si on considère la moyenne quadratique des fluctuations de vitesse :

$u'_x = \sqrt{\overline{u_x^2}}\, , u'_y = \sqrt{\overline{u_y^2}}, u'_z = \sqrt{\overline{u_z^2}}$ alors en turbulence homogène ces vitesses u'_x , u'_y et u'_z peuvent être différentes, mais chaque valeur est constante sur le champ entier de turbulence. En revanche, les valeurs instantanées de u_x , u_y et u_z peuvent différer d'un point à un autre à chaque instant.

En turbulence isotrope, les fluctuations sont indépendantes de la direction et dans ce cas :

$\sqrt{\overline{u_x^2}} = \sqrt{\overline{u_y^2}} = \sqrt{\overline{u_z^2}}$ ou $u'_x = u'_y = u'_z$.

En général, la turbulence engendre un mélange plus efficace et produit donc un effet de diffusion supplémentaire. Le terme de diffusion turbulente est souvent employé pour distinguer de la diffusion moléculaire. À des nombres de Reynolds élevés, il y a un transport continu d'énergie de l'écoulement libre aux gros tourbillons. Puis, à partir des gros tourbillons de petits tourbillons sont continûment formés. Enfin près de la paroi ces petits tourbillons dissipent l'énergie et s'autodétruisent.
La turbulence est caractérisée par différents aspects :

a- l'aspect irrégulier et aléatoire en temps ou en espace :

Les grandeurs telles que la vitesse, la pression et la température varient de façon rapide et aléatoire. Les écoulements turbulents sont donc fortement instationnaires.

b- L'aspect tridimensionnel et rotationnel :

Les écoulements turbulents sont strictement rotationnels et tridimensionnel caractérisés par la présence d'innombrables tourbillons se quelques millimètres de grandeurs dans un domaine d'écoulement de plusieurs mètres.

c- La capacité de mélange élevée :

En un écoulement laminaire, le transport de quantité de mouvement et de chaleur se fait par convection et par diffusion. En turbulent, les fluctuations de vitesses d'écoulement et de la température dans les trois directions assurent un mélange bien plus efficace

d- L'aspect dissipatif :

L'énergie des écoulements moyens est dissipée par les contraintes visqueuses. Pour se maintenir, les écoulements turbulents ont besoin d'être fournis en énergie, sinon ils finissent par se relaminariser. Cette source d'énergie peut avoir des origines diverses, la plus fréquente est le cisaillement ou la déformation de l'écoulement moyen : l'origine peut aussi être des forces extérieurs

Autre caractéristique à signaler est que les nombres adimensionnels caractérisant le régime de l'écoulement (nombre de Reynolds et nombre de Rayleigh) sont plus élevés en régime turbulent qu'un régime laminaire. A titre d'exemple, le régime turbulent est observé pour un écoulent :

- Dans une conduite à : $Re > 4\ 10^3$
- Sur une plaque plane à : $Re > 10^6$

Pour le cas particulier de l'écoulement d'un jet libre le régime turbulent est observé pour des nombres de Reynolds faibles, approximativement à Re > 10.

3.3. Aspect macroscopique (expérience de Reynolds)

Les expériences réalisées par Reynolds (1883) lors de l'écoulement d'un fluide dans une conduite cylindrique rectiligne, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : laminaire et turbulent. En utilisant des fluides divers (viscosité différente), en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds Re donné par la relation [16] :

$$Re = \frac{\mathrm{v}.D}{\nu} \tag{3.1}$$

Ou

$$Re = \frac{\rho.\mathrm{v}.D}{\eta} \tag{3.2}$$

Avec :

ρ = masse volumique du fluide,

v = vitesse moyenne,

D = diamètre de la conduite

η= viscosité dynamique du fluide

ν = viscosité cinématique

$$\upsilon = \frac{\eta}{\rho} \tag{3.3}$$

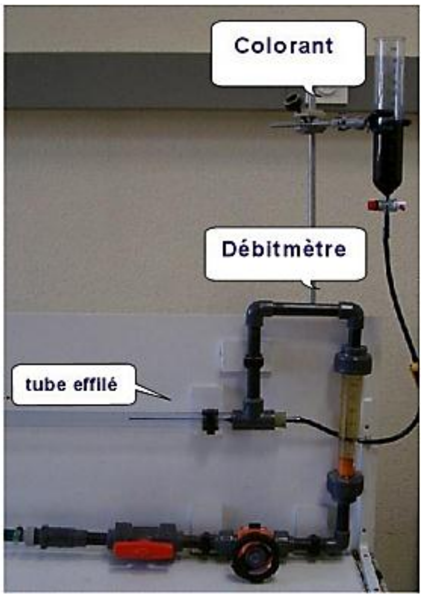

Fig. 3.2- Expérience de Reynolds

L'expérience montre que :

Si Re < 2000 le régime est LAMINAIRE

Si 2000 < Re < 3000 le régime est intermédiaire

Si Re > 3000 le régime est TURBULENT

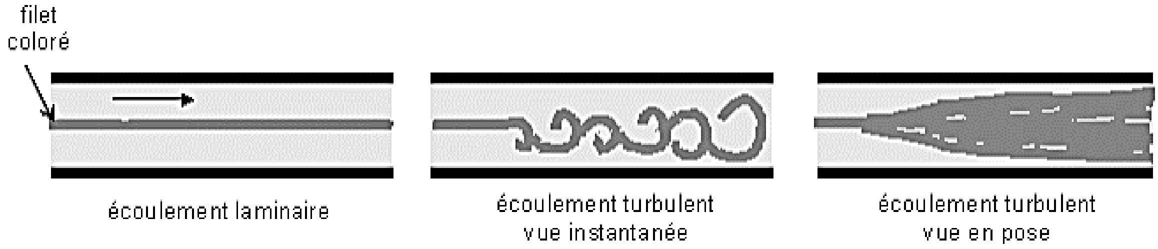

Fig. 3.3- Différentes types d'écoulement [16]

3.3.1. Viscosité cinématique et dynamique

3.3.1.1. Introduction

Sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules de fluide et des forces d'interaction entre les molécules de fluide et celles de la paroi, chaque molécule de fluide ne s'écoule pas à la même vitesse. *On dit qu'il existe un profil de vitesse.*

Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement d'ensemble, la courbe lieu des extrémités de ces vecteurs représente le profil de vitesse.

Le mouvement du fluide peut être considéré comme résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres.

La vitesse de chaque couche est une fonction de la distance z de cette courbe au plan fixe : v = v(z). Considérons 2 couches contiguës distantes de dz.

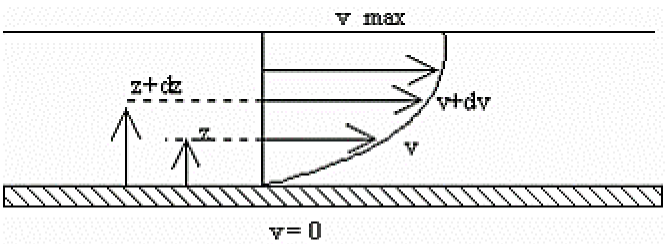

Fig. 3.4- Courbe de vitesse au plan fixe

La force de frottement F qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit dv, à leur surface S et inversement proportionnelle à dz : Le facteur de proportionnalité η est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

$$F = -\eta . S . \frac{dv}{dz} \tag{3.4}$$

Unité : Dans le système international (SI), l'unité de la viscosité est le (**Pa.s**) ou **Poiseuille** (**PI**) : 1 PI = 1 Kg/m.s

Autres unités : La viscosité de produits industriels (huiles en particulier) est exprimée au moyen d'unités empiriques : degré **ENGLER** en Europe, degré **Redwood** en Angleterre, degré **Saybolt** aux USA.

Par rapport aux faits expérimentaux, on est conduit à considérer deux types de fluides :

- D'une part les fluides **newtoniens** qui satisfont à la loi de Newton. Ces fluides ont un coefficient de viscosité indépendant du gradient de vitesse. C'est le cas des gaz, des vapeurs, des liquides purs de faible masse molaire,...
- D'autre part les fluides **non-newtoniens**. Ce sont les solutions de polymères, les purées, les gels, les boues, le sang, la plupart des peintures, etc….L'étude de ces fluides relève de la rhéologie : fluides pseudo plastiques, rhéoplastiques, thixotropiques, rhéopectiques.

3.3.1.2.Viscosité cinématique

Dans de nombreuses formules apparaît le rapport de la viscosité dynamique η et de la masse volumique ρ.

Ce rapport est appelé viscosité cinématique équation (3.3)

unité SI : m^2 /s système cgs :le Stoke (St) $1m^2$ /s = 10^6 cSt

Viscosité de l'eau :

Temp °C	Viscosité cinématique (x 10^{-6})
°C	m^2/s
5	1,520
10	1,308
11	1,275
12	1,241
13	1,208
14	1,174
15	1,141
16	1,115
17	1,088
18	1,061
19	1,034
20	1,005
21	0,985
22	0,963
23	0,941
24	0,919
25	0,896
26	0,878
27	0,856
28	0,841
29	0,823
30	0,804
35	0,727
40	0,661
50	0,556
65	0,442

Variation de la viscosité cinématique de l'eau avec la température

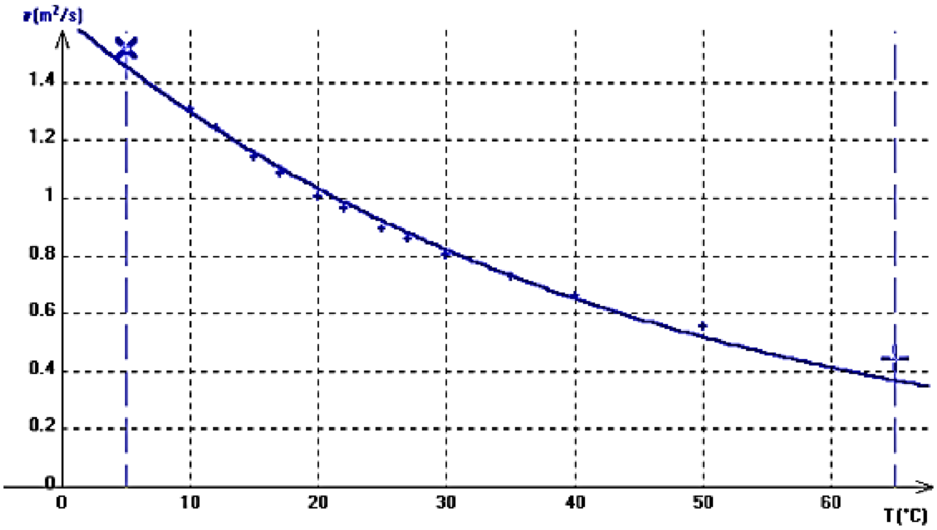

Fig. 3.5- Variation de la viscosité cinématique de l'eau avec la température

Tableau. 3.1- quelques valeurs de la viscosité à 20°C

Quelques valeurs de la viscosité :
(à 20 °C sous la pression atmosphérique normale)

	Viscosité dynamique	Viscosité cinématique (x10^{-6})
Ethanol	1,20 x 10^{-3}	1,51
Benzène	0,625 x 10^{-3}	0,741
Glycérol	1,49	1182
Mercure	1,554	0,1147
Air	18,5 x 10^{-6}	15,6

3.4. Aspect microscopique (fluctuation des vitesses « l'anémomètre à fil chaud)

Plus de l'approche expérimentale, l'étude des écoulements turbulents peut être menée par des procédures numériques. Néanmoins, le calcul des écoulements turbulents par résolution directe des équations de Navier-Stockes est très délicat et souvent inaccessible à cause des résolutions spatiales très élevés dans ce type d'approche.

3.4.1. Notion de l'écoulement moyen

Toutes les approches pratiques de calcul (résolution numérique) font appel à la notion de grandeur moyenne. La moyenne est à l'origine une moyenne d'ensemble, c'est-à-dire qu'elle est prise sur un ensemble d'expériences effectuées dans des conditions identiques. L'hypothèse qu'il est équivalent de considérer une expérience répétée une infinité de fois ou une seule expérience menée à l'infini dans le temps permet le passage à des moyennes temporelles et par conséquent un traitement statistique des équations.

Ainsi, au lieu de chercher à déterminer l'évolution spatiale et temporelle des grandeurs instantanées, on d'intéresse essentiellement au comportement de leurs moyennes temporelles [16,17].

L'importance et l'intérêt de cette procédure résident dans le fait que :

- L'hypothèse de bidirectionnalité dans un écoulement turbulent possède plus de signification et de justification lorsqu'il s'agit d'un écoulement moyenné.
- Ce sont les écoulements moyens représentant les caractéristiques globales des écoulements instationnaires.

C'est la raison pour laquelle les études sur la turbulence sont orientées vers la modélisation numérique utilisant les modèles statistiques. Afin de transformer les équations de transport de quantité de mouvement et de chaleur en équations moyennées une décomposition des variables instantanées de l'écoulement, dite « décomposition de Reynolds » .

3.4.2. Décomposition de Reynolds

La décomposition de Reynolds permet de transformer les équations de Navier-Stockes et d'énergie en équations moyennes dans le temps, en exprimant chaque variable instantanée$X(x_i, t), i = 1,2,3$, en la somme de [16,17] :

- Sa valeur moyenne temporelle $\bar{X}(x_i)$
- Et d'une fluctuation $X'(x_i, t)$ ou bien $\tilde{X}(x_i, t)$

C'est-à-dire

$$X(x_i, t) = \bar{X}(x_i) + X'(x_i, t) \tag{3.5}$$

La moyenne temporelle est définie comme suit :

$$\bar{X}(x_i) = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} X(x_i, t)dt_{T\to\infty} \tag{3.6}$$

La variable X peut représenter dans la plupart des cas l'une des grandeurs suivantes :

- u, v, w : Composantes de vecteur vitesse et p : la pression
- Dans le cas de transfert thermique et solutal : la température (T) et la concentration(C).

Lorsqu'on applique la décomposition de Reynolds aux équations instantanées de transport de mouvement, ou équation de Navier-Stockes, et de l'énergie on obtient un système d'équations moyennées.

Cette moyenne vérifier les règles dite de Reynolds :

$\overline{X'} = 0, \overline{(X + Y)} = \bar{X} + \bar{Y}$, $\overline{aX} = a\,\bar{X}$ avec : a une constante

$\overline{(X \text{ x } Y)} = \bar{X} \text{ x } \bar{Y}$, $\overline{\frac{\partial X}{\partial s}} = \frac{\partial \bar{X}}{\partial s}$ avec : s variable d'espace ou de temps

→ Propriété importante à retenir : $\overline{(X \text{ x Y})} = \bar{X} \text{ x } \bar{Y} + \overline{X'Y'}$

Ce traitement appliqué aux équations de transport de mouvement et d'énergie qui décrivent le mouvement déraille instantané du fluide, fait apparaitre des termes inconnus supplémentaires de type $\overline{X'Y'}$ provenant des termes non linéaires des équations.

3.5 Equations de Reynolds

On rappelle les équations de mouvement d'un écoulement incompressible de fluide newtonien s'écrivent sous une forme indicielle comme suit (*i*,*j*=1,2,3) [16,17] :

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.7}$$

Ou : $u_{i,j} = 0$

- Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\nu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{3.8}$$

Ou : $u_{i,t} + \left(u_j u_i\right)_j = -\frac{1}{\rho} P_i + \left[\nu\left(u_{i,j} + u_{i,j}\right)\right]_j$

- Equation d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j}\right) \tag{3.9}$$

Ou sous la forme :

$$T_t + u_j T_j = \left(\frac{\nu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j}\right)_j \tag{3.10}$$

En introduisant la décomposition de Reynolds dans l'équation de continuité comme suit :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial(\overline{u_i} + u')}{\partial x_i} = \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial u'}{\partial x_i} = 0 \tag{3.11}$$

Puis en moyennant cette équation :

$$\overline{\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i}} + \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_i}} = \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} + 0 \tag{3.12}$$

On obtient : $\rightarrow \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0$ ou bien sous la forme : $\overline{u_{i,j}} = 0$

Dans les équations de quantité de mouvement, on procède de la même manière :

$$\frac{\partial(\overline{u}_i + u_i')}{\partial t} + \frac{\partial\left[\left(\overline{u_j} + u_j'\right)\left(\overline{u_i} + u_i'\right)\right]}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\bar{P} + P')}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\nu\left(\frac{\partial(\overline{u_i} + u_i')}{\partial x_j} + \frac{\partial\left(\overline{u_j} + u_j'\right)}{\partial x_i}\right)\right] \tag{3.13}$$

En moyennant l'équation on obtient :

$$\overline{\frac{\partial(\overline{u_i} + u_i')}{\partial t} + \frac{\partial\left(\overline{u_i}\ \overline{u_j} + u_i' u_j' + \overline{u_i}\ u_j' + \overline{u_j}\ u_i'\right)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\bar{P} + P')}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\nu\left(\frac{\partial(\overline{u_i} + u_i')}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{u_j} + u_j')}{\partial x_i}\right)\right]} \tag{3.14}$$

Ou bien :

$$\frac{\partial\overline{(\overline{u_i} + u_i')}}{\partial t} + \frac{\partial\overline{\left(\overline{u_i}\overline{u_j} + u_i' u_j' + \overline{u_i} u_j' + \overline{u_j} u_i'\right)}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{(\bar{P} + P')}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\nu\left(\frac{\partial\overline{(\overline{u_i} + u_i')}}{\partial x_j} + \frac{\partial\overline{(\overline{u_j} + u_j')}}{\partial x_i}\right)\right] \tag{3.15}$$

Ce qui donne les trois équations de quantité de mouvement moyennes dans le cas d'un écoulement permanant en moyenne (d'où la disparition de la dérivée temporelle) :

$$\overline{u_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = --\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\nu\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) - \overline{u_i' u_j'}\right] \tag{3.16}$$

Ou bien sous la forme suivante :

$$\overline{u_j}\overline{u_{i,j}} = -\frac{1}{\rho}\bar{P}_i + \left[\nu\left(\overline{u}_{i,j} + \overline{u}_{j,i}\right) - \overline{u_i' u_j'}\right]_j \tag{3.17}$$

Les termes $-(\overline{u_i'u_j'})$ sont appelés « contraintes de Reynolds » par analogie aux contraintes visqueuses avec lesquelles elles sont en sommation est forment ainsi un tenseur symétrique dit « tenseur de contrainte de Reynolds ». Il en résulte évidemment 6 termes inconnus supplémentaires.

Le système d'équations moyennées décrivant l'écoulement turbulent appelées équations de Navier-Stockes moyennées de Reynolds ou RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes), s'écrit alors sous la forme indicielle suivante :

$$\bar{u}_{i_j} = 0 \tag{3.18}$$

$$\bar{u}_j \bar{u}_{i_j} = -\frac{1}{\rho}\bar{P}_i + \left[\nu\left(\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i}\right) - \overline{u_i'u_j'}\right]_j \tag{3.19}$$

Dans le cas d'un écoulement de convection thermique, le terme de poussée qui est rajouté au second membre des équations de Navier-Stokes s'écrira dans les équations moyennées précédentes sous la forme :

$$-g\,\beta\,(\bar{T} - \bar{T}_0)\delta_{ij} \tag{3.20}$$

Dans ce cas toujours l'équation de l'énergie moyennée est obtenue de la même manière :

$$\overline{\frac{\partial(\bar{T}+T')}{\partial t} + \left(\bar{u}_j + u_j'\right)\frac{\partial(\bar{T}+T')}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\nu}{Pr}\frac{\partial(\bar{T}+T')}{\partial x_j}\right)} \tag{3.21}$$

D'où l'équation moyennée de l'énergie :

$$\bar{u}_j\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\nu}{Pr}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \overline{T'u_j'}\right) \tag{3.22}$$

Ou bien sous la forme :

$$\bar{u}_j\bar{T}_j = \left(\frac{\nu}{Pr}\bar{T}_j - \overline{T'u_j'}\right)_j \tag{3.23}$$

Les termes $-(\overline{T'u_j'})$ sont appelés les flux thermique turbulent par analogie aux flux de diffusion thermique avec lesquels ils sont sommés. Trois autres termes inconnus font leur apparition dans le cas convectif.

On voit ainsi apparaitre des inconnues supplémentaires dans le système d'équations :

- $-\overline{u_i'u_j'} \rightarrow les\ contraintes\ de\ Reynolds$
- $-\overline{T'u_i'} \rightarrow flux\ thermique\ turbulent$

$\Longrightarrow$ Il se pose alors le problème de fermeture des équations.

Pour toute autre grandeur transportableΦ, on obtient l'équation moyennée suivante :

$$\left(\rho \bar{u}_j \bar{\Phi}\right)_j = \left(\Gamma \bar{\Phi}_j - \rho \overline{u_j' \Phi'}\right)_j + \bar{S} \qquad (3.24)$$

Le terme $-\rho \overline{u_j' \Phi'}$est un flux de diffusion turbulrnt.