Série d'exercices N° 02: **Les équations différentielles d'ordre 01)**

Résumé: Les équations différentielles d'ordre 01

Le type	La forme
(EDS) équation différentielle à variables séparables	$y'f(y) = g(x) \iff \boxed{y' = \dfrac{g(x)}{f(y)}}$
(EDH) équation différentielle homogène	$\boxed{y' = F\left(\dfrac{y}{x}\right)}$
(EDLH 01) équation différentielle linéaire homogène d'ordre 01	$y' + f(x)y = 0 \iff \boxed{y' = h(x)y}$
(EDL 01) équation différentielle linéaire d'ordre 01	$y' + f(x)y = g(x) \iff \boxed{y' = h(x)y + g(x)}$
(EDB) équation différentielle de Bernoulli	$y' + f(x)y = g(x)y^{\alpha} \iff \boxed{y' = h(x)y + g(x)y^{\alpha}}, \alpha \in \mathbb{R} - \{0;1\}$

Exercice 01 :

A) Donner le type des équations différentielles suivantes (sans les résoudre)

① $\ln(y)y' - e^x = 0$

② $(x-y)ydx - x^2dy = 0$

③ $(x - \sin(x))y' = (1 - \cos(x))\,y$

④ $y' + \tan(x)y - \sin(x) = 0$

⑤ $-y' + \tan(x)y - \sin(x)y^2 = 0$

B) On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' + y\tan(x) = \sin(x)\cos(x) \tag{E}$$

① Résouder l'équation homogène (sans second membre) associée a (E)

② En utilisant la métode de variation de la constante, trouver une solution particuliére de (E), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E).

③ Calculer la solution de (E) vérifiant $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 0$

④ En déduire la solution de l'équation suivante (EDB).

$$-z' + z\tan(x) = \sin(x)\cos(x)z^2 \tag{EDB}$$

⑤ Résoudre l'équation différentielle suivante

$$(x-y)\,ydx - x^2dy = 0$$

Exercice 02 : (Examen 2011 Université de A.Mira-Béjaia)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' + 2y = 3e^{-2x} \tag{E}$$

① Vérifier que $y_p = 3xe^{-2x}$ est une solution particulière de (E).

② Résoudre l'équation homogène (EH) associèe à (E)

$$y' + 2y = 0 \tag{EH}$$

③ En déduire les solutions de (E).

Exercice 03 : (Examen 2018 Université de M'sila)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' + 4y = \sin(3x)e^{-4x} \tag{E}$$

① Résouder l'équation homogène (EH) (sans second membre) associée a (E)

$$y' + 4y = 0 \tag{EH}$$

② En utilisant la métode de variation de la constante, trouver **une solution particuliére** y_p de (E), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E).

③ Calculer la solution y_1 de (E) vérifiant $y_1(\pi) = 0$

Exercice 04 :

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' + y = \frac{e^{-x}}{1+x^2} \tag{E}$$

① Résouder l'équation homogène (EH) (sans second membre) associée a (E).

② En utilisant la métode de variation de la constante, trouver **une solution particuliére** y_p de (E), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E).

Exercice 05 : (Examen 2018 Université de A.Mira-Béjaia)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' + (3x^2+1)y = x^2e^{-x} \tag{E}$$

① Résouder l'équation homogène (sans second membre) associée a (E)

② En utilisant la métode de variation de la constante, trouver **une solution particuliére** y_p de (E), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E).

③ Calculer la solution y_1 de (E) vérifiant $y_1(0) = 1$

Exercice 06 : (Examen 2016 Université de A.Mira-Béjaia)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' - 2y = 4 - x \qquad \text{(E)}$$

① Résoudre l'équation homogène associèe à (E)

② Vérifier que $y_p = \frac{1}{2}x - \frac{7}{4}$ est une solution particulière de (E).

③ En déduire la solution générale de (E).

④ Calculer la solution y_1 de (E) vérifiant $y_1(0) = 1$

Exercice 07 : (Examen 2016 Université de M'sila)

① Calculer l'intégrale

$$\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$$

.

② Résouder sur $I = \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ l'équation

$$y' \sin(x) - y\cos(x) = x$$

Exercice 08 : (Examen 2015 Université de A.Mira-Béjaia)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$2y' - y = \cos(x) \qquad \text{(E)}$$

① Résoudre l'équation homogène associèe à (E)

① Vérifier que $y_p = -\frac{1}{5}\cos(x) + \frac{2}{5}\sin(x)$ est une solution particulière de (E).

③ En déduire la solution générale de (E).

③ Calculer la solution y_1 de (E) vérifiant $y_1(0) = 0$

Exercice 09 (Examen 2020 Université de M'sila) (6pts)

Cocher la bonne réponse pour chaque question

① La valeur de l'intégrale $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \pi\sin(10x)dx$ est **(2pts)**

a) $\frac{\pi}{10}$ ☐. **b)** $-\frac{\pi}{5}$ ☐. **c)** $\frac{\pi}{5}$ ☐.

② L'équation $x^2y' + xy = y^2 + 4x^2$ est une équation différentielle **(2pts)**

a) de Bernoulli ☐. **b)** homogène. ☐. **c)** à variables séparables . ☐.

③ Une solution particuliére de l'équation $2y' - y = \cos(x)$ est **(2pts)**

a) $y_p = -\frac{1}{5}\cos(x) + \frac{2}{5}\sin(x)$ ☐. **b)** $y_p = \frac{1}{5}\cos(x) - \frac{2}{5}\sin(x)$ ☐.

Exercice 10 :(Examen 2020 Université de M'sila) (6pts)

On considère l'équation différentielle du premier ordre

$$y' - y = e^x \sin(x) \tag{E}$$

① Résouder l'équation homogène (EH) (sans second membre) associée a (E) **(2pts)**

$$y' - y = 0 \tag{EH}$$

② En utilisant la métode de variation de la constante, trouver **une solution particuliére** y_p de (E), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E). **(3pts)**

③ Calculer la solution y_1 de (E) vérifiant $y_1(\pi) = 0$ **(1pt)**