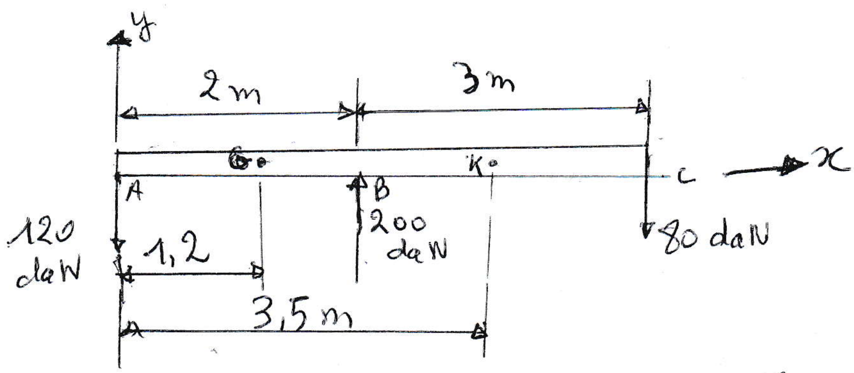
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique
L_2 2^{em} St : S4
Module RDM

Série de TD N° 2 : Solution des exercices

Ex N° 1

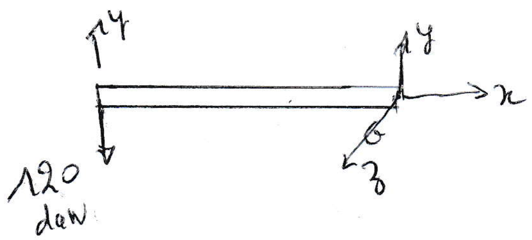
Détermination des efforts intérieurs (de cohésion) en G à 1,2 m de A et en K à 3,5 m de A. Puis déterminer les sollicitations induites.

planche isolée :



Le Torseur de cohésion dans la section de centre de gravité G est :

$$\{\tau_{cohesion}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{R}_G \\ \vec{M}_G \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} N_G & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{Bmatrix}_G$$



on a : $N_G = 0$ (pas de composante horizontale)

$T_z = 0$

$T_y = -120\ daN = -1200\ N$

$$\vec{R}_G \begin{Bmatrix} 0 \\ -120 \\ 0 \end{Bmatrix}_G$$

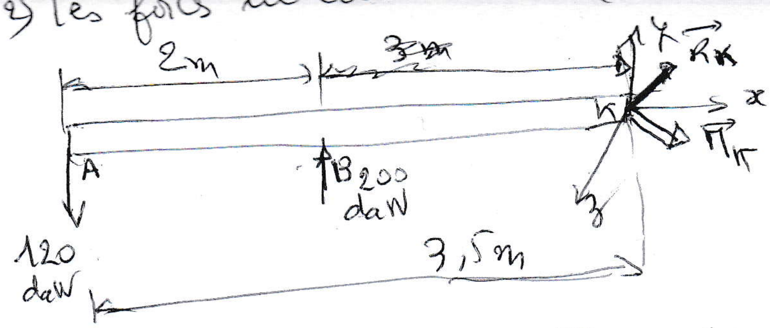
$M_t = 0$, $M_{fy} = 0$, $M_{fz} = 120 \wedge 1{,}2 = 144\ daN.m$

$$\vec{M}_G \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 144\ daN.m \end{Bmatrix}$$

$\Rightarrow$ Le Torseur des forces intérieures en G est : $\{coh\}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -120\ daN & 0 \\ 0 & 144\ daN.m \end{Bmatrix}$

Il s'agit d'une flexion simple

2) Les forces ...



en K nous avons le torseur suivant

$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_K = \begin{Bmatrix} \vec{R}_K \\ \vec{M}_K \end{Bmatrix}_K = \begin{Bmatrix} N_K & M_{tK} \\ T_{y_K} & M_{fy_K} \\ T_{z_K} & M_{fz_K} \end{Bmatrix}$$

$N_K = 0$, $T_{z_K} = 0$; $T_{y_K} = 80$ daN

$M_{tK} = 0$, $M_{fy_K} = 0$; $M_{fz_K} = 120$ daN.m

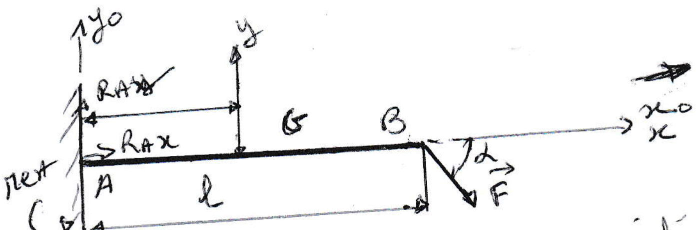
ou bien

$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_K = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -120 & 0 \\ 0 & 120\times 3,5 \end{Bmatrix}_K + \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 200 & 0 \\ 0 & -200\times 1,5 \end{Bmatrix}_K = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 80 & 0 \\ 0 & 120 \end{Bmatrix}_K$$

Il s'agit d'une flexion simple.

Exercice N° 2

poutre droite (E) de section constante, de longueur ℓ.



$$F \begin{cases} +F\cos\alpha \\ F\sin\alpha \\ 0 \end{cases}$$

1) Détermination du Torseur des éléments de réduction en A.

on les détermine d'après les équations de l'équilibre statique

C à d : $\sum \vec{F} = \vec{0}$ et $\sum \vec{M}_{/A} = \vec{0}$

$\sum \vec{F}_x = \vec{0}$ $\quad R_{Ax} + |F|\cos\alpha = 0 \Rightarrow R_{Ax} = -|F|\cos\alpha$

$\sum \vec{M}_{/A} = \vec{0} \Rightarrow \ell F\sin\alpha + M_{eA} = 0 \Rightarrow M_{eA} = -\ell|F|\sin\alpha$

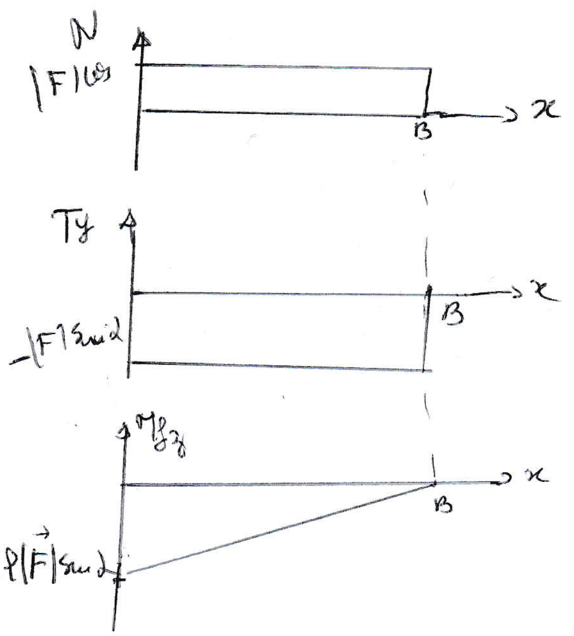
$\Rightarrow$ Le Torseur des éléments de réduction en A peut s'écrire :

$$\{\mathcal{T}(1\to E)\}_A = \begin{Bmatrix} -|\vec{F}|\cos\alpha & 0 \\ |F|\sin\alpha & 0 \\ 0 & \ell|\vec{F}|\sin\alpha \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)}$$

2) Les éléments du torseur de cohésion en G :

$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_G = \begin{Bmatrix} |\vec{F}|\cos\alpha & 0 \\ -|\vec{F}|\sin\alpha & 0 \\ 0 & +|\vec{F}|(\ell - x)\sin\alpha \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

3) Représentation graphique des composants algébrique du torseur de cohésion



Exercice N°3

Barre de longueur l et de section circulaire constante $l = 6m$
de diamètre $D = 25\ mm$ Force de traction $F = 10^5\ N$
$E = 2.10^{11}\ Pa = 2.10^5\ MPa$.

1) Calcul de la contrainte de traction.

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4F}{\pi d^2}$$

A.N. $\sigma = \dfrac{4.10^5}{3,14 \times (25)^2} = 203,82\ N/mm^2$

2) calcul de la déformation ε ?
d'après la loi de Hooke $\sigma = \varepsilon . E \Rightarrow \varepsilon = \dfrac{\sigma}{E}$

$$\varepsilon = \frac{203,82}{2.10^5} = 1,02.10^{-3}$$

3) L'allongement de la barre ; Δl ?
$\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l} \Rightarrow \Delta l = l \times \varepsilon \Leftrightarrow \Delta l = 6 \times 1,02.10^{-3} \times 10^3 =$

$\Delta l = 6,12\ mm$

on peut calculer Δl autrement : $\Delta l = \dfrac{F.l}{E S}$

$$\Delta l = \frac{10^5 \times 6 \times 10^3}{2.10^5 \times 490,625} \simeq 6,11\ mm$$

Exercice N° 4

2 fils en Cuivre : Cu $d_1 = 1{,}6\,mm$: $AB = 4\,m$

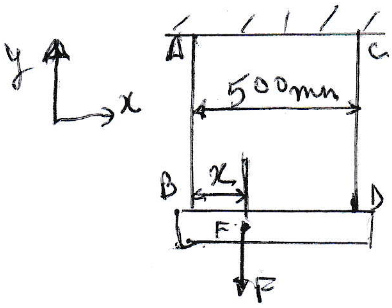
en Acier : Acié $d_2 = 0{,}8\,mm$: $CD = 4\,m$

$E_{AB} = 1{,}2.10^5\ N/mm^2$; $E_{CD} = 2.10^5\ N/mm^2$

$F = 500\,N$

sections des fils : $S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3{,}14\times(1{,}6)^2}{4} = 2{,}0096\,mm^2$

$S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{3{,}14(0{,}8)^2}{4} = 0{,}5024\,mm^2$



1) calcul de la position x de la direction de F ? si $\Delta l_{AB} = \Delta l_{CD}$

$\sum \vec{F} = \vec{0} \iff \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{CD} + \vec{F} = \vec{0}$

$\iff F_{AB} + F_{CD} - F = 0$

on $F_{AB} + F_{CD} = F$ (1)

$\sum \vec{M}_{/B} = \vec{0} \iff -xF + F_{CD}.500 = 0$

$\Rightarrow F_{CD} = \frac{xF}{500}$ (2)

$\Delta l_{AB} = \Delta l_{CD} \iff \frac{F_{AB}.l_{AB}}{E_{AB}.S_{AB}} = \frac{F_{CD}\,l_{CD}}{E_{CD}.S_{CD}}$ (3)

$L_{AB} = L_{CD} = l = 4\,m$.

on remplace $F_{CD} = \frac{xF}{500}$ dans (1) : $F_{AB} + \frac{xF}{500} = F$

$\Rightarrow F_{AB} = F - \frac{xF}{500} = \frac{F(500 - x)}{500}$

(3) $\Rightarrow F_{AB}.(E_{CD}.S_{CD}) = F_{CD}.(E_{AB}.S_{AB})$

$\iff \frac{\cancel{F}(500-x)}{\cancel{500}}(E_{CD}.S_{CD}) = \frac{x\cancel{F}}{\cancel{500}}(E_{AB}.S_{AB})$

$\Rightarrow 500.(E_{CD}.S_{CD}) - x(E_{CD}.S_{CD}) = x(F_{AB}.S_{AB})$

Alors $x = \frac{500(E_{CD}.S_{CD})}{E_{AB}.S_{AB} + E_{CD}.S_{CD}} = \frac{500(2.10^5.0{,}5024)}{(1{,}2.10^5.2{,}0096) + (2.10^5.0{,}5024)}$

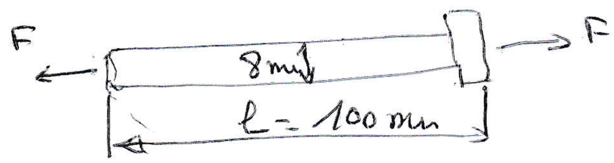
$x = 147{,}05\,mm$.

2) calcul de Δl_{AB} et Δl_{AC} si $F = 500\,N$ et $x = 250\,mm$

$\Rightarrow F_{AB} = 250\,N$ et $\Delta l_{AB} = 4{,}14\,mm$

$F_{CD} = 250\,N$ $\Delta l_{CD} = 9{,}96\,mm$

Exercice N°5



$d = 8\,mm$, $l = 100\,mm$

$F = 3000\,N$, $s = 6$

$E_{Acier} = 2.10^5\ N/mm^2$

1) calcul de la contrainte de traction sur ce boulon :

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4.F}{\pi d^2}$$

$$\sigma = \frac{4 \times 3000}{3{,}14 \cdot 8^2} = \frac{12000}{200{,}96} = 59{,}71\ N/mm^2$$

2) Choix du materiau :

$$\sigma \leq \frac{\sigma_e}{s} \Rightarrow \sigma_e \geq \sigma . s$$

$$\sigma_e \geq 59{,}71 \times 6 = 358{,}26\ N/mm^2$$

on choisi $\sigma_e \geq 358{,}26$ c'est à dire : E360 : Re = 360 MPa

$\Rightarrow \sigma_e = 360\ MPa.$

3) calcul du nouveau coefficient de securité :

$\sigma_e = 360\ MPa$ on $\sigma_{max} \leq \frac{\sigma_e}{s} \Rightarrow s \geq \frac{\sigma_e}{\sigma_{max}}$

$$s \geq \frac{360}{59{,}71} = 6{,}029 \qquad \underline{s = 6{,}029}$$

4) calcul de l'allongement du boulon pour F = 3000N.

$$\Delta l = l . \varepsilon = l . \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \Delta l = 100 \cdot \frac{59{,}71}{2.10^5} = 0{,}029\ mm$$

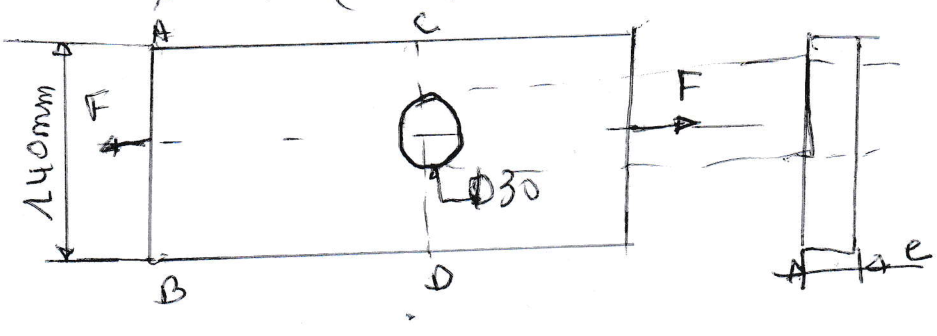
$\underline{\Delta l = 0{,}029\ mm}$

Exercice N°6

Plaque en Acier E295 $\Rightarrow$ Re = 295 MPa

$F = 3000\,daN = 30000\,N$

$s = 4$ (coefficient de securité)



1) calcul de l'épaisseur "e" dans la section AB

en AB : $S_{AB} = l_{AB} \times e = e \cdot 140$

$$\sigma_{max} = \frac{F}{S} = \frac{F}{e \times 140} \leq \frac{\sigma_e}{s} \Rightarrow e \geq \frac{F \cdot s}{\sigma_e \cdot 140}$$

$$e \geq \frac{30000 \times 4}{295 \cdot 140} = 2,90 \text{ mm}$$

$e \geq 2,90$ mm

2) Calcul de "e_{CD}"

si $\sigma_{reelle} = 3 \times \sigma_{AB} = 3 \times \frac{30000}{2,90 \times 140} = 221,67$ N/mm^2

$$\sigma_{CD} = \frac{F}{S_{CD}} = \frac{F}{e_{CD}(140-30)} = 221,67$$

$$\Rightarrow e_{CD} = \frac{F}{221,67(110)} = \frac{30000}{24383,7} = 1,23 \text{ mm}$$

$e_{CD} = 1,23$ mm

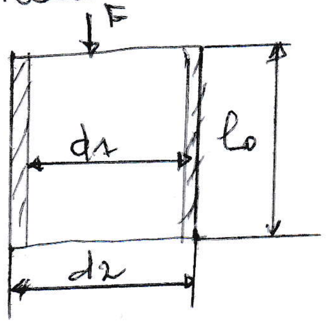
L'épaisseur que doit avoir la plaque est : $e \geq 2,90$ mm

on peut choisir $e = 3$ mm.

Exercice N° 7

Colonne creuse ($d_1 = 24$ mm ; $d_2 = 28$ mm) en Fonte grise ($Re = 150$ N/mm^2)

hauteur $= l = 1$ m , $F = 2000$ N , $E = 90000$ N/mm^2



a) sous cette charge, calcul du Facteur de sécurité s ?

$$\sigma_{max} \leq \frac{\sigma_e}{s} \Rightarrow s \leq \frac{\sigma_e}{\sigma_{max}}$$

$$\sigma_{max} = \frac{F}{S} = \frac{F \times 4}{\pi(d_2^2 - d_1^2)}$$

$$\sigma_{max} = \frac{2000 \times 4}{3,14(28^2 - 24^2)} = 12,24 \text{ N/mm}^2$$

$$s \leq \frac{150}{12,24} = 12,25$$