Série d'exercices n° : 3

Exercice 1

La figure ci-dessous représente le schéma bloc de la commande vectorielle par orientation du flux rotorique d'une machine asynchrone triphasée à cage alimentée en courant. Il s'agit d'une machine de 12kW, 230 (entre lignes), 60Hz, 4 pôles dont les paramètres sont : $R_s = 0.095\Omega$, $R_r = 0.2\Omega$, $L_s = 51.41\,mH$, $L_r = 51.39\,mH$, $M = 49.6\,mH$ **et** $J = 0.01667\,kg.m^2$.

1°) En négligeant la chute tension aux bornes de la résistance statorique, calculer en régime sinusoïdal le flux statorique nominal maximal.

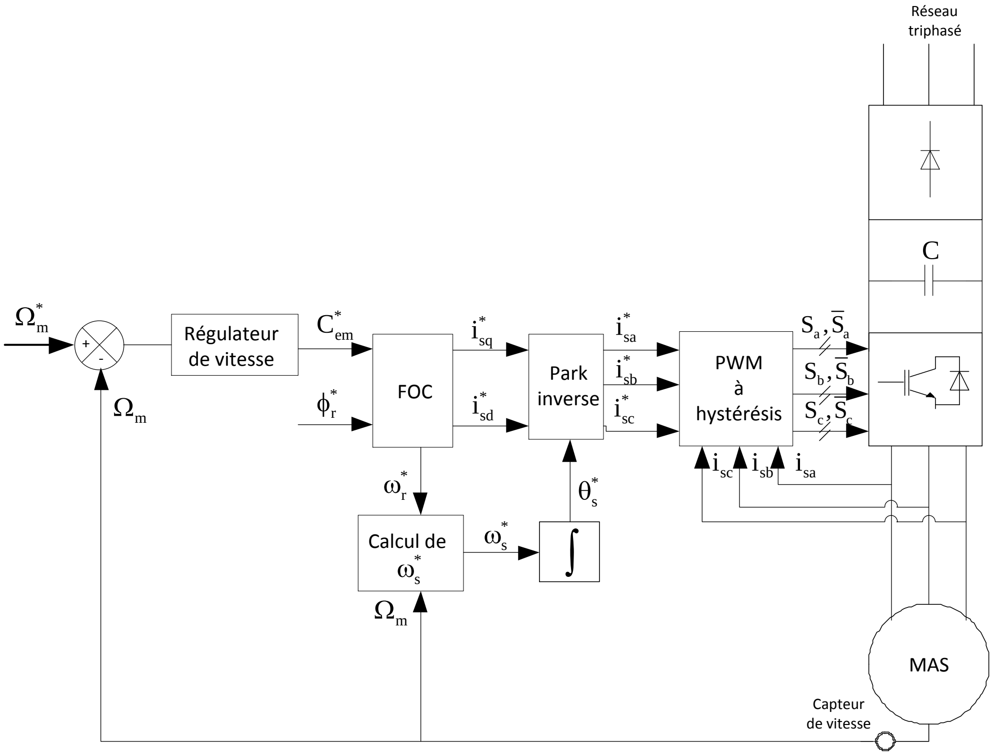
2°) En admettant que la machine tourne avec une vitesse de 1680 tr/min et développe une puissance utile de 9.7 kW avec des pertes mécanique négligeables; et que la valeur du flux rotorique de référence ϕ_r^* **est égale au flux statorique nominal maximal :**

a°) Exprimer les courants i_{sd}^*, i_{sq}^* **et la vitesse de glissement** ω_r^***, sorties du bloc FOC (Field Oriented Control), en fonction du couple** C_{em}^* **et du flux rotorique** ϕ_r^***. Calculer les valeurs de ces grandeurs de référence et en déduire celle de la valeur efficace du courant statorique.**

b°) Donner l'expression de la pulsation ω_s^* **en fonction de** ω_r^* et Ω_m**. Calculer sa valeur et déduire la valeur de la fréquence statorique.**

c°) En supposant que les courants suivent parfaitement leurs courants de référence et que le flux statorique est pratiquement constant en régime permanent exprimer les tensions v_{sd}, v_{sq} **en fonction des courants** i_{sd}^*, i_{sq}^***. Calculer les valeurs des tensions d'alimentation** v_{sd}, v_{sq} **et en déduire la valeur efficace de la tension simple statorique.**

3°) En négligeant le coefficient de frottement, calculer les coefficients du régulateur PI adopté pour l'asservissement de la vitesse pour une pulsation $\omega_n = 30\,rad/s$ **et un coefficient d'amortissement** $\xi = 1/\sqrt{2}$



Rappel :

Le modèle de la machine asynchrone dans le repère de Park lié au champ tournant est résumé dans l'ensemble d'équations suivantes :

- Tensions statoriques et rotoriques :

$$v_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_s \phi_{sq} + \frac{d\phi_{sd}}{dt}$$
$$v_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_s \phi_{sd} + \frac{d\phi_{sq}}{dt}$$
$$v_{rd} = R_r i_{rd} - \omega_r \phi_{rq} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} = 0$$
$$v_{rq} = R_r i_{rq} + \omega_r \phi_{rd} + \frac{d\phi_{rq}}{dt} = 0$$

- Fux statoriques et rotoriques :

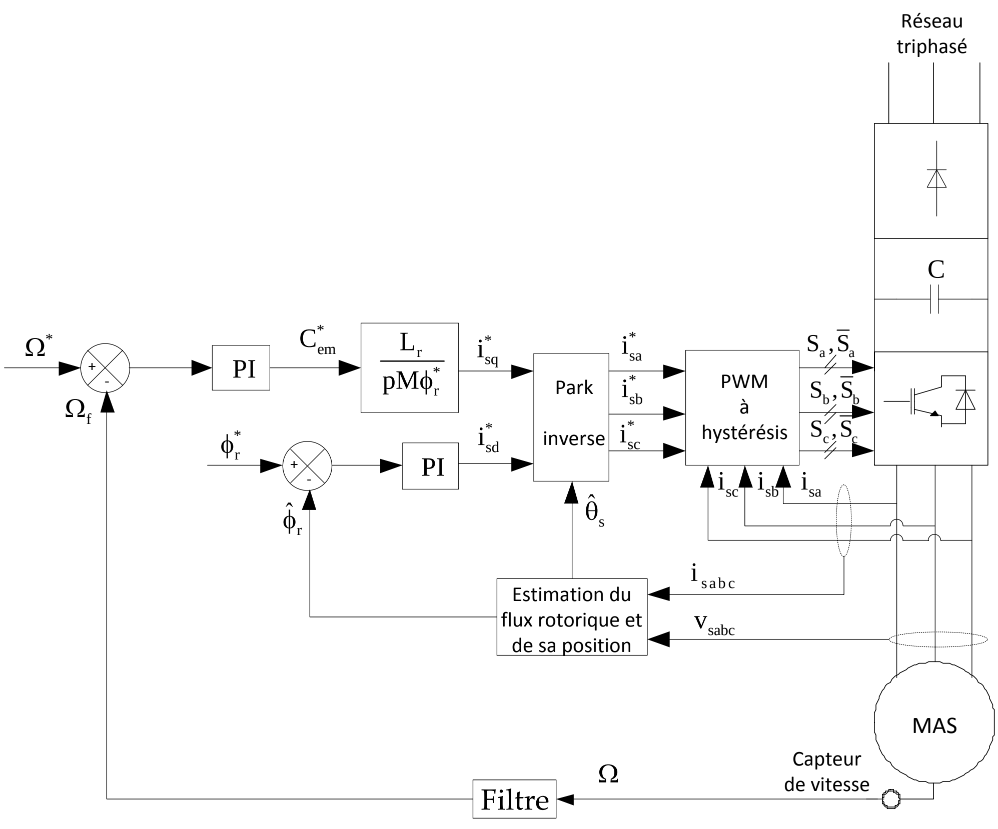
$$\phi_{sd} = L_s i_{sd} + M i_{rd}$$
$$\phi_{sq} = L_s i_{sq} + M i_{rq}$$
$$\phi_{rd} = L_r i_{rd} + M i_{sd}$$
$$\phi_{rq} = L_r i_{rq} + M i_{sq}$$

- Couple électromagnétique

$$Cem = \frac{3}{2}\frac{PM}{L_r}(\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rq} i_{sd})$$

Exercice 2

La figure ci-dessous représente la structure de la commande vectorielle directe d'une machine asynchrone (MAS) à cage d'écureuil alimentée en courant.



1) **Donner le modèle du côté rotor d'une machine asynchrone triphasée à cage dans un repère lié au champ tournant (dq) en spécifiant :**
   a) **Les équations des tensions rotoriques en fonction des flux rotoriques ϕ_{rd}, ϕ_{rq}, des courants rotoriques i_{rd}, i_{rq}, la vitesse de rotation électrique de la machine ω et la vitesse de rotation du repère (dq) ω_s.**
   b) **Les équations des flux rotoriques ϕ_{rd}, ϕ_{rq} en fonction des courants rotoriques i_{rd} et i_{rq} et des courants statoriques i_{sd} et i_{sq}.**
2) **Exprimer les dérivées des flux rotoriques sous la forme suivante :**

$$\begin{cases} \dfrac{d\phi_{rd}}{dt} = f_1 \\ \dfrac{d\phi_{rq}}{dt} = f_2 \end{cases} \qquad \textbf{(1)}$$

Où f_1 et f_2 sont des fonctions à déterminer.

3) **En tenant compte des expressions de f_1 et f_2, transformer l'équation (1) dans un repère lié au rotor (xy) puis en déduire les expressions des flux rotoriques estimés dans le repère (xy) $\hat{\phi}_{rx}$ et $\hat{\phi}_{ry}$ sous la forme suivante :**

$$\begin{cases} \hat{\phi}_{rx} = \int g_1\, dt \\ \hat{\phi}_{ry} = \int g_2\, dt \end{cases} \qquad \textbf{(2)}$$

Où g_1 et g_2 sont des fonctions à déterminer.

4) **L'estimation des flux $\hat{\phi}_{rx}$ et $\hat{\phi}_{ry}$, donnée par l'équation (2), nécessite la connaissance des courants i_{sx} et i_{sy} dans un repère lié au rotor. Pour cela on demande de :**
   a) **Calculer les courants $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$ représentant les transformées des courants de phase i_{sa}, i_{sb}, i_{sc} dans un repère lié au stator à l'aide de la transformation de Clarke.**
   b) **Calculer les courants i_{sx} et i_{sy} en fonction de $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$.**
   c) **Calculer les flux rotoriques estimés $\hat{\phi}_{r\alpha}$ et $\hat{\phi}_{r\beta}$ dans un repère lié au stator en fonction de $\hat{\phi}_{rx}$ et $\hat{\phi}_{ry}$ et en déduire le module du flux rotorique $\hat{\phi}_r$ et de sa phase $\hat{\theta}_s$ en fonction des flux estimés $\hat{\phi}_{r\alpha}$ et $\hat{\phi}_{r\beta}$.**
   d) **Tracer un schéma synoptique montrant les étapes d'estimation du module du flux rotorique et de sa phase.**
5) **La vitesse mesurée est filtrée à l'aide d'un filtre de premier ordre de la forme :**

$$G_f(s) = \frac{1}{\tau_f s + 1}$$

Calculer les gains du régulateur PI de vitesse afin de réaliser un contrôle avec une pulsation propre donnée $\omega_{n\Omega}$.

Exercice 3

Dans un référentiel lié au champ tournant, le modèle de la machine asynchrone peut être mis sous la forme matricielle suivante:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\frac{1}{\sigma T_r}+\frac{1-\sigma}{\sigma T_r}) & \omega_s & \frac{1-\sigma}{\sigma M T_r} & \frac{1-\sigma}{\sigma M}\omega \\ -\omega_s & -(\frac{1}{\sigma T_r}+\frac{1-\sigma}{\sigma T_r}) & -\frac{1-\sigma}{\sigma M}\omega & \frac{1-\sigma}{\sigma M T_r} \\ \frac{M}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & \omega_s-\omega \\ 0 & \frac{M}{T_r} & -(\omega_s-\omega) & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix}$$

avec T_s la constante de temps statorique, L_s l'inductance cyclique statorique, M l'inductance mutuelle, σ le coefficient de dispersion, et T_r la constante de temps rotorique.

1°) Calculer les tensions v_{ds} et v_{qs} dans le cas où une commande vectorielle avec orientation du flux rotorique est adoptée ($\phi_{dr} = \phi_r^*$ et $\phi_{qr} = 0$).

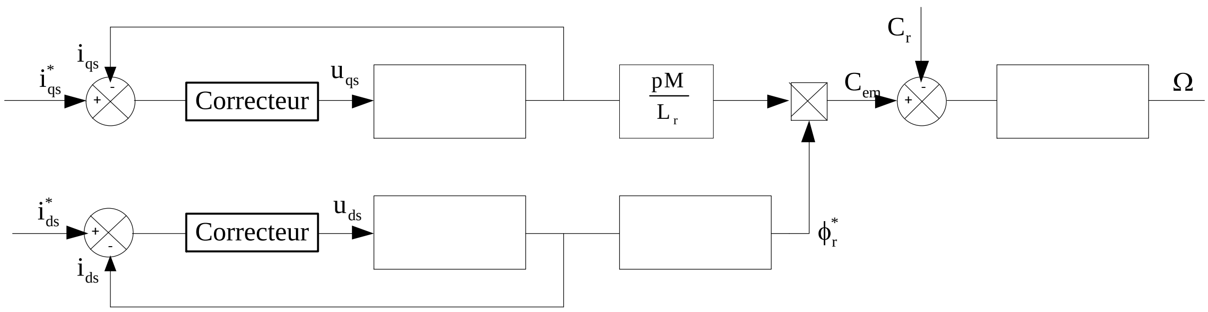
2°) Afin de découpler le système on introduit de nouvelles variables de commande comme suit:

$$u_{ds} = v_{ds} + e_d = \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} + R_{eq} i_{ds}$$

$$u_{qs} = v_{qs} + e_q = \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + R_{eq} i_{qs}$$

Identifier les termes e_d, e_q, R_{eq}.

3°) Dans le cas d'un système totalement découplé, complétez le schéma bloc suivant en ajoutant les fonctions de transfert adéquates.



4°) Admettons que par action sur les deux correcteurs les fonctions de transfert en boucles fermées $G_d(s) = \frac{i_{ds}(s)}{i_{ds}^*(s)}$ et $G_d(s) = \frac{i_{qs}(s)}{i_{qs}^*(s)}$ se comportent comme des systèmes de premier ordre de la forme $G_d(s) = G_q(s) = \frac{1}{1+\tau s}$. En négligeant le couple résistant, calculer la fonction de transfert $G_\Omega(s) = \frac{\Omega(s)}{i_{qs}^*(s)}$.

5°) Afin de contrôler la vitesse par retour d'état, il est possible de mettre la fonction de transfert $G_\Omega(s)$ sous la forme d'équation d'état suivante:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \qquad \textbf{avec } x = \begin{pmatrix} \dot{\Omega} \\ \Omega \end{pmatrix} \textbf{ et } u = i_{qs}^*$$
$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x$$

Déterminer la matrice d'état du système A et le vecteur de commande B.

6°) Monter que le système et commandable

Exercice 4

Le modèle de la machine dans un repère (d-q) lié au champ tournant à la vitesse de synchronisme ω_s est donné par:

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\phi_{sd}}{dt} - \omega_s \phi_{sq}$$
$$v_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\phi_{sq}}{dt} + \omega_s \phi_{sd}$$
$$0 = R_r i_{rd} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} - (\omega_s - \omega)\phi_{rq}$$
$$0 = R_r i_{rq} + \frac{d\phi_{rq}}{dt} + (\omega_s - \omega)\phi_{rd}$$

R_s et R_r sont respectivement les résistances statoriques et rotoriques des bobinages équivalents "dq", M est l'inductance mutuelle entre les bobinages équivalents "dq" statoriques et rotoriques L_s et L_r sont respectivement les inductances statoriques et rotoriques des bobinages équivalents et les termes ϕ_{sd}, ϕ_{sq}, ϕ_{rd} et ϕ_{rq} les flux encerdant les bobinages équivalents d et q statoriques et rotoriques.

Les flux sont reliés aux courants par les relations suivantes:

$$\phi_{sd} = L_s i_{sd} + M i_{rd}$$
$$\phi_{sq} = L_s i_{sq} + M i_{rq}$$
$$\phi_{rd} = L_r i_{rd} + M i_{sd}$$
$$\phi_{rq} = L_r i_{rq} + M i_{sq}$$

1°) Calculer les flux statoriques et les courants roriques en fonction des courants statoriques et des flux rotoriques tout en considérant que $\phi_{rd} = \phi_r^* \text{ et } \phi_{rq} = 0$.

2°) Remplacer les expressions de ϕ_{sd}, ϕ_{sq}, i_{rd} et i_{rq} obtenus dans les équations des tensions et monter que pour un flux de référence constant, le modèle à flux orienté se simplifié à:

$$v_{sd} = R_s i_{sd} - \sigma L_s \omega_s i_{sq}$$
$$v_{sq} = (R_s + \frac{L_s}{L_r} R_r) i_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} + \frac{L_s}{M} \omega \phi_r^*$$

3°) Tracer le schéma bloc du modèle simplifié à flux orienté de la machine asynchrone reliant la tension en quadrature et la vitesse électrique et calculer la fonction de transfert du système en boucle fermée ayant comme entrée v_{sq} et comme sortie ω tout en négligeant la constante du temps électrique devant la constante du temps mécanique.

4°) Tracer le schéma bloc de la boucle de régulation de vitesse à l'aide d'un régulateur PI, et calculer ses gains.

5°) Mettre le modèle simplifié sous la forme d'état suivante où les matrices A, B, D sont à calculer.

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{sq} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} i_{sq} \\ \omega \end{pmatrix} + B v_{sq} + D C_r$$
$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sq} \\ \omega \end{pmatrix}$$

6°) Monter que le système est commandable.

<u>Exercice 5</u>

Le modèle de la machine asynchrone dans le repère de Park lié au champ tournant est résumé dans l'ensemble d'équations suivantes :

- Tensions statoriques et rotoriques :

$$v_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_s \phi_{sq} + \frac{d\phi_{sd}}{dt}$$
$$v_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_s \phi_{sd} + \frac{d\phi_{sq}}{dt}$$
$$v_{rd} = R_r i_{rd} - \omega_r \phi_{rq} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} = 0$$
$$v_{rq} = R_r i_{rq} + \omega_r \phi_{rd} + \frac{d\phi_{rq}}{dt} = 0$$

- Fux statoriques et rotoriques :

$$\phi_{sd} = L_s i_{sd} + M i_{rd}$$
$$\phi_{sq} = L_s i_{sq} + M i_{rq}$$
$$\phi_{rd} = L_r i_{rd} + M i_{sd}$$
$$\phi_{rq} = L_r i_{rq} + M i_{sq}$$

1°) Donner l'expression de l'angle du repère de Park $\hat{\theta}_s$ en fonction des courants statoriques mesurés $i_{s\alpha}, i_{s\beta}$ et des composantes estimées du vecteur flux statorique $\hat{\phi}_{s\alpha}, \hat{\phi}_{s\beta}$ dans le repère $\alpha\beta$.

2°) Monter que la pulsation statorique peut être estimée en fonction des composantes $\hat{\phi}_{r\alpha}, \hat{\phi}_{r\beta}$ du flux rotoriques dans le repère $\alpha\beta$, en utilisant l'équation suivante : $\hat{\omega}_s = \frac{\dot{\hat{\phi}}_{r\beta}\hat{\phi}_{r\alpha} - \dot{\hat{\phi}}_{r\alpha}\hat{\phi}_{r\beta}}{\hat{\phi}_{r\alpha}^2 + \hat{\phi}_{r\beta}^2}$.

3°) Dans un fonctionnement sans capteur de vitesse, la vitesse de rotation peut être estimée par l'équation: $\hat{\Omega} = (\hat{\omega}_s - \hat{\omega}_r)/p$. Monter que dans ce cas l'estimée de la pulsation de glissement est obtenue par l'équation: $\hat{\omega}_r = \frac{M}{T_r}\frac{i_{s\beta}\hat{\phi}_{r\alpha} - i_{s\alpha}\hat{\phi}_{r\beta}}{\hat{\phi}_{r\alpha}^2 + \hat{\phi}_{r\beta}^2}$.