

Série TD N°2

Exercice n°1 : Soit le problème de commande optimale suivant :

$$\text{Minimiser } J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^3 u(t)^2 dt$$

$$\text{Soumis à : } \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= u(t) \end{aligned}$$

$$x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, x(2) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ et } u(t) \in \mathbb{R}$$

Calculer la commande optimale $u^*(t)$

Exercice n°2 : Soit le problème de commande optimale suivant :

$$\text{Minimiser } J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^1 u(t)^2 dt$$

$$\text{Soumis à : } \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= u(t) - x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -u(t) \end{aligned}$$

$$x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, x(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ et } u(t) \in \mathbb{R}$$

Calculer la commande optimale $u^*(t)$

Exercice n°3 : Considérons le système continu suivant :

$\dot{x} = u$ que l'on doit amener de son état initial $x(0) \neq 0$ vers un état final $x(t_f) = 0$ en minimisant le critère J défini par : $J(u) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \left(x^2 + \frac{1}{r^2} u^2 \right) dt$.

Résoudre ce problème en utilisant le principe du minimum.

Exercice n°4 : Soit le problème de commande optimale suivant :

$$\text{Minimiser } J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^2 (x - u(t))^2 dt$$

$$\text{Soumis à : } \begin{aligned} \dot{x} &= u \\ x(0) &= 2 \text{ et } u(t) \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Calculer la commande optimale $u^*(t)$