Examen de Problème à N-corps
1^{ere} année Master physique théorique
11/10/2020 09:00-10:00

Questions de cours

- Enoncer Le théorème de spin-statistique.
- Enoncer le principe variationinel.
- Quelle la différence entre les systèmes en équilibre et les systèmes hors équilibre.

Exercice I

On considère l'hamiltonien des *électrons* dans la répresentation de *Heisenberg*:

$$\hat{H}_0 = \sum_{\sigma} \int \psi^{\dagger}_{\sigma}(x,t)\hat{h}\psi_{\sigma}(x,t)d^3x + \frac{1}{2}\sum_{\sigma\sigma'} \iint \psi^{\dagger}_{\sigma}(x,t)\psi^{\dagger}_{\sigma'}(y,t)\hat{V}(x-y)\psi_{\sigma'}(y,t)\psi_{\sigma}(x,t)d^3xd^3y$$

avec

$$\hat{h} = \frac{\hat{P}^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2$$

et si on définit

$$\psi_{\sigma}(\vec{r},t) = \sum_{\vec{k}} \varphi_{\vec{k}}(r)c_{\vec{k}\sigma},$$

avec $c_{k\sigma}$ est un opérateur d'annihilation *électronique* dans l'état $\vec{k}$ et avec le spin σ,

1) Calculer $i\hbar\dfrac{\partial\psi_{\sigma_1}(\vec{r},t)}{\partial t}$, si $\{\psi^{\dagger}_{\sigma'}(x',t),\psi_{\sigma}(x,t)\} = \delta_{\sigma',\sigma}\delta(x'-x)$

2) si on utilise l'approximation (approximation de Hartree-Fock

$$\int \psi^{\dagger}_{\sigma'}(y,t)\hat{V}(x-y)\psi_{\sigma'}(y,t)\psi_{\sigma}(x,t)d^3y \simeq \int \hat{V}(x-y)\left\langle \psi^{\dagger}_{\sigma'}(y,t)\psi_{\sigma'}(y,t)\right\rangle \psi_{\sigma}(x,t)d^3y - \int \hat{V}(x-y)\left\langle \psi^{\dagger}_{\sigma'}(y,t)\psi_{\sigma}(x,t)\right\rangle \psi_{\sigma'}(y,t)d^3y$$

Dériver l'équation d'évolution de $\psi_{\sigma}(\vec{r},t)$.

3) Calculer $\hat{H}_0$ en fonction de $c^{\dagger}_{\vec{k}\sigma}$ et $c_{\vec{k}\sigma}$

Exercice II

On considère un système physique à 2 niveaux ε_1 et ε_2, sachant que ε_1 est *deux fois dégénéré* et ε_2 est *non dégénéré*, Donner la fonction d'onde de l'état fondamental et la première état excité de trois fermions et celles de trois bosons et l'énergie associée ($\varepsilon_1 < \varepsilon_2$).

Bonne Chance

Dr N. Baadji