

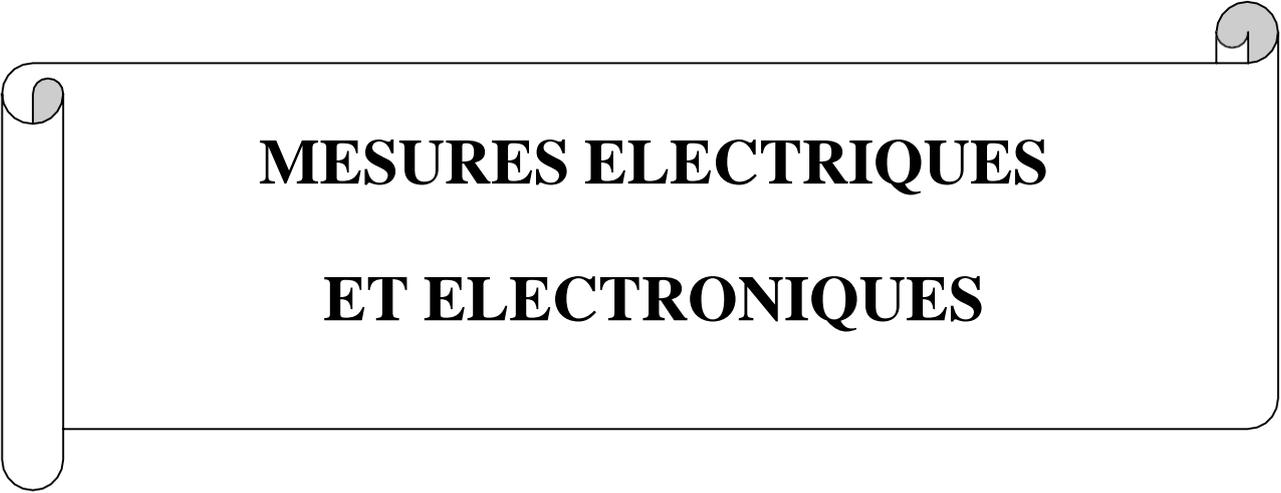
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE & POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
& DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE Mohamed boudiaf Msila

FACULTE DE TECHNOLOGIE

**Polycopié de cours**



**MESURES ELECTRIQUES  
ET ELECTRONIQUES**

**2<sup>ème</sup> année Licence :**

**Electrotechnique- Electromécanique- Automatique**

*Année Universitaire 2020-2021*



---

# Table des matières

Table des matières .....	i
--------------------------	---

## Chapitre 1. Mesures, grandeurs et incertitudes

Introduction.....	1
Grandeur .....	1
Etalon .....	2
Systèmes d'unités .....	3
Tableau des multiples et sous-multiples .....	5
Equations aux dimensions.....	6
Formules utiles.....	6
Précision de mesure .....	7
Erreur de mesure .....	8
Classification des erreurs .....	8
Incertitudes sur des mesures indirectes .....	9
Qualités des appareils de mesure .....	12
Etalonnage des appareils de mesure.....	13
Symboles graphiques des appareils de mesure .....	14
Méthodes générales de mesure (méthode de déviation, de zéro, de résonance) .....	15

## Chapitre 2. Méthodes de mesures

Introduction.....	18
Mesure des tensions .....	18
Mesure des courants.....	23
Mesure des résistances .....	25
Mesure des impédances .....	31
Mesure de puissance en continu.....	35
Mesure puissance en alternatif .....	39
Mesure de déphasage .....	51
Mesure de fréquences et de périodes .....	54

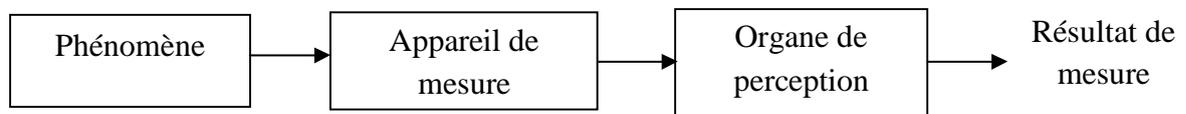
---

## Chapitre 1. Mesures, grandeurs et incertitudes

### Introduction

La connaissance précise des phénomènes physiques et électriques est liée à la notion de mesure puisque la simple observation de tel phénomène ne peut pas nous donner une idée vaste, donc pour arriver à une meilleure compréhension d'un phénomène, il faut recourir à l'expérience effectuée à l'aide d'instrument de mesure.

Cet instrument de mesure permet d'établir une correspondance entre l'outil mathématique et l'état d'un phénomène. Le schéma de mesure est donc le suivant:



**Figure 1.1.** Schéma de mesure.

### Grandeur (mesurable)

C'est une caractéristique d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance susceptible d'être distinguée qualitativement (distance, angle,...) par un nom et déterminée quantitativement par une valeur (nombre exprimé dans l'unité choisie).

Les principales grandeurs électriques qu'un électronicien est amené à mesurer sont les suivantes:

- La tension, ou *d. d. p* entre deux points ;
- L'intensité d'un courant dans une branche ;
- La résistance d'un récepteur ;
- La capacité d'un condensateur ;
- La puissance dissipée dans un circuit ;
- La fréquence et la période d'un signal.

Les grandeurs et unités de base dans le système international sont données par le tableau suivant:

Grandeur	Symbole	Unité	Symbole	Appareil de mesure
Tension	U	Volt	V	Voltmètre
Intensité	I	Ampère	A	Ampèremètre
Puissance	P	Watt	W	Wattmètre
Résistance	R	Ohm	$\Omega$	Ohmmètre
Capacité	C	Farad	F	Capacimètre
Inductance	L	Henry	H	Henry mètre
Période	T	Seconde	s	Périodemètre
Fréquence	F	Hertz	Hz	Fréquencemètre
Température	T	Degrés Celsius	°C	Thermomètre
Pression	P	Pascal	Pa (ou bar)	Baromètre
Chaleur	Q	Calorie	Cal	Calorimètre
Eclairement	E	Luxe	Lux	luxmètre
Intensité lumineuse	I	Candela	Cd	Candelamètre

**Tableau 1.1.** Grandeurs et unités de mesure de base.

### **Étalon**

Un étalon est une matérialisation d'une grandeur donnée dont on connaît la valeur avec une grande exactitude. Un étalon sert à étalonner d'autres étalons ou des équipements qui mesurent la même grandeur. Il existe donc pour chaque grandeur physique un étalon.

Les étalons sont hiérarchisés afin que chacun puisse effectuer un étalonnage avec un étalon qui correspond à son besoin d'exactitude. Il existe par exemple des étalons internationaux et des étalons nationaux:

### **Les étalons internationaux**

Un étalon international est un "étalon reconnu par les signataires d'un accord international pour une utilisation mondiale". Par exemple le prototype international du kilogramme. C'est

---

un étalon reconnu au niveau international et à partir duquel toutes les mesures effectuées de par le monde découlent.

### **Les étalons nationaux**

Un étalon national est un "étalon reconnu par une autorité nationale pour servir, dans un état ou une économie, comme base à l'attribution de valeurs à d'autres étalons de grandeurs de la même nature".

### **Systèmes d'unités**

Se sont des grandeurs physiques déterminées, adaptées par convention et utilisées pour exprimer qualitativement les grandeurs physiques de même dimension.

### **Le système international (SI)**

On a besoin de 4 grandeurs fondamentales:

- La longueur  $L$  qui est une grandeur de géométrie.
- Le temps  $T$  qui est une grandeur de cinématique.
- La masse  $M$  qui est une grandeur de mécanique.
- L'intensité  $I$  qui est une grandeur d'électricité.

### **Unités fondamentales de mesure**

Pour utiliser commodément les observations que l'on fait des phénomènes naturels, on est amené à attacher une unité à chaque état d'une grandeur. Parmi les unités de mesure, on distingue: Les unités de base et les unités dérivées.

Le choix des unités de base du système international sont les suivantes: longueur (mètre, m), masse (kilogramme, kg), temps (seconde, s) et l'unité électrique (ampère, A). A ces unités de base, nous ajoutons l'unité thermique (température, degrés °C, Kelvin °K) et l'unité optique (candela, Cd).

Toutes les autres unités ont été dérivées à partir des lois générales de la physique et soient dérivées des unités fondamentales choisies dans le système international.

Les unités de base de ce système sont:

Grandeur	Nom de l'unité	Symbole de l'unité	Dimension
Longueur	Mètre	m	L
Masse	kilogramme	kg	M
Temps	Seconde	S	T
Intensité de courant électrique	Ampère	A	I
Température	Kelvin	K	$\theta$
Quantité de matière	Mole	Mol	N
Intensité lumineuse	Candela	Cd	J

**Tableau 1.2.** Unités fondamentales de la mesure.

Il existe deux unités supplémentaires qui ont été rajoutées, elles sont nécessaires pour définir les unités dérivées. Ce sont:

Angle plan	Radian	rd
Angle solide	Stéradian	sr

### Unités dérivées

Les unités dérivées sont des combinaisons des unités de base et supplémentaire. Certaines possèdent un nom propre (Hertz, joule,...) et peuvent être utilisées pour définir d'autres unités dérivées n'en possédant pas (Newton par mètre, ampère par mètre carré, ... etc.).

Le tableau suivant donne les unités dérivées du système international d'unités ayant des noms spéciaux.

Grandeur	Nom de l'unité	Symbole de l'unité	Dimension
Fréquence	Hertz	Hz	$s^{-1}$
Force	Newton	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energie, travail	Joule	J	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Puissance	Watt	W	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Pression	Pascal	Pa	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Force électromotrice	Volt	V	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Résistance électrique	Ohm	$\Omega$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$

Conductance électrique	Siemens	S	$m^{-2}. kg^{-1}. s^3. A^2$
Quantité d'électricité	Coulomb	Cb	$s. A$
Capacité électrique	Farad	F	$m^{-2}. kg^{-1}. s^4. A^2$
Inductance électrique	Henry	H	$m^2. kg. s^{-2}. A^{-2}$
Flux d'induction magnétique	Weber	Wb	$m^2. kg. s^{-2}. A^{-1}$
Induction magnétique	Tesla	T	$kg. s^{-2}. A^{-1}$
Flux lumineux	Lumen	Lm	$cd. sr$
Eclairement	Lux	Lx	$cd. sr. m^{-2}$

**Tableau 1.3.** Les unités dérivées.

### Tableau des multiples et sous-multiples

Il existe d'autres systèmes d'unités qui sont entre autre le CGS électromagnétique et le CGS électrostatique.

Le CGS est même de commodité, l'unité peut être appelée avec multiple où sous multiple qui est en faite un préfixe devant l'unité.

Par exemple:

1 **gigamètre** =  $10^9$  m = 1 milliard de mètres

1 **microgramme** =  $10^{-6}$  g = 1 millionième de gramme

1 **décaNewton** = 10 N = 10 Newton

1 **kilowattheure** = 1000 Wattheures

Les définitions de ces multiples et sous multiples sont données dans le tableau suivant:

Multiple	Préfixe		Sous multiple	Préfixe	
	Dénomination	Symbole		Dénomination	Symbole
$10^{24}$	Yotta	Y	$10^{-1}$	déci	d
$10^{21}$	Zetta	Z	$10^{-2}$	centi	c
$10^{18}$	Exa	E	$10^{-3}$	milli	m
$10^{15}$	Péta	P	$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{12}$	Téra	T	$10^{-9}$	nano	n
$10^9$	Giga	G	$10^{-12}$	pico	p
$10^6$	Méga	M	$10^{-15}$	femto	f

---

$10^3$	Kilo	K	$10^{-18}$	atto	a
$10^2$	Hecto	h	$10^{-21}$	zepto	z
$10^1$	déca	da	$10^{-24}$	yocto	y

**Tableau 1.4.** Multiples et sous multiples des unités.

### Equations aux dimensions

Toutes les formules de point de vue dimensionnelle sont homogènes et l'analyse dimensionnelle nous permettra de vérifier cette homogénéité.

Les grandeurs dérivées sont exprimées en fonction des grandeurs fondamentales et s'écrivent sous la forme suivante:

$$[X] = M^\alpha L^\beta T^\gamma I^\delta : \text{équation aux dimensions} \quad (1.1)$$

$M$ : Masse,  $L$ : Longueur,  $T$ : Temps,  $I$ : Intensité.

### Exemple:

- Quantité de charge:

$$Q = i \cdot t \Rightarrow [Q] = [i][t] \quad (1.2.a)$$

$$[Q] = I^1 T^1 M^0 L^0 = M^0 L^0 T^1 I^1 \quad (1.2.b)$$

- Tension:

$$P = U \cdot I \Rightarrow U = \frac{P}{I} \Rightarrow [U] = \frac{[P]}{[I]} = ML^2 T^{-3} I^{-1} \quad (1.3)$$

### Formules utiles

- Quantité de charge électrique:

$$Q = i \cdot t \rightarrow A \cdot s \rightarrow \text{Coulomb (Cb)} \quad (1.4)$$

- Tension électrique:

$$V = U = R \cdot I$$

$$P = V \cdot I \Rightarrow V = \frac{P}{I} = \frac{w}{t \cdot I} = \frac{F \cdot d}{t \cdot I} = \frac{m \cdot \gamma \cdot d}{t \cdot I} = \frac{m \cdot l \cdot t^{-2} \cdot d}{t \cdot I} \rightarrow \text{Volt (V)} \quad (1.5)$$

---

- Résistance électrique:

$$V = R.I \Rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{m.l.t^{-2}.d}{t.I^2} \rightarrow \text{Ohm (}\Omega\text{)} \quad (1.6)$$

- Capacité:

$$Q = C.V \Rightarrow C = \frac{Q}{V} \rightarrow \text{Farad (F)} \quad (1.7)$$

- Flux magnétique:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \text{weber (Wb)} \quad (1.8)$$

- Induction magnétique:

$$d\Phi = B.dS \Rightarrow B = \frac{d\Phi}{dS} \rightarrow \text{Tesla (T)} \quad (1.9)$$

- Self induction:

$$\Phi = L.I \Rightarrow L = \frac{\Phi}{I} \rightarrow \text{Henry (H)} \quad (1.10)$$

- Champ magnétique:

$$\int \vec{H} dl = \vec{I} \rightarrow \text{Ampère/mètre (A/m)} \quad (1.11)$$

- Champ électrique:

$$\vec{E} = -\text{grad}U \rightarrow (V/m) \quad (1.12)$$

### **Précision de mesure**

- La précision qualifie l'aptitude d'un appareillage de mesure (capteur) à fournir des données qui, prises individuellement, sont proches de la valeur vraie.

- Un capteur précis est donc à la fois fidèle et juste.

- La précision d'une mesure est un critère de "reproductibilité" et de "sensibilité" (aptitude à mesurer de très petites variations) de l'appareil de mesure.

- Exemple: Une balance au milligramme (0,001 g) est plus précise qu'une au décigramme (0,1 g). La détermination de la masse d'une petite bille donnerait 1,5 g avec la seconde et

---

1,512 g avec la première balance. Si les mesures répétées d'une même quantité donnent des résultats très voisins, on conclut que ceux-ci sont précis (*ex.* 1,510 g, 1,513 g, 1,511 g).

### **Erreur de mesure**

Le résultat obtenu, lors de la mesure d'une grandeur physique où électrique, diffère toujours de la valeur de cette grandeur, celui-ci est approché, donc entaché d'une certaine erreur. On dit qu'on a commis "une erreur de mesure".

### **Erreur absolue**

Elle représente l'écart séparant la valeur mesurée de la valeur exacte et a la même unité que la grandeur.

$$e = G_{mesurée} - G_{exacte(théorique)} \quad (1.13)$$

L'incertitude absolue:

$$\Delta G = |G_{mesurée} - G_{exacte}| \quad (1.14)$$

### **Erreur relative**

L'erreur relative  $\Sigma$  est un coefficient qui exprime en pourcentage la précision d'une mesure.

$$\Sigma \% = 100 \frac{\Delta G}{G_{mesurée}} \quad (1.15)$$

### **Classification des erreurs**

#### **1.10. 1. Les erreurs accidentelles**

Elle résulte des conditions de l'expérience.

exemple:

- Se placer verticalement devant l'appareil de mesure,
- Un montage mal fait ( circuit encombré) ou mauvais contact,
- Un laboratoire mal éclairé où variation de température pendant la mesure.

On peut éviter ce genre d'erreur en utilisant des montages clairs et en connaissant les paramètres mises en jeu.

---

## Erreurs systématiques

Elles sont dues aux:

- réglage imparfait de l'appareil,
- la méthode utilisée.

On peut les corriger en changeant de méthode et d'appareil ou en affectant le résultat d'un terme correcteur.

## Erreurs fortuites

Elles résultent de la classe de précision des appareils et du matériels de mesure.

La classe de précision exprime l'imperfection des appareils.

La valeur maximum de l'erreur due à la précision de l'appareil est donnée par l'expression suivante:

$$\Delta G = \frac{\text{Classe} \times \text{Calibre}}{100} \quad (1.16)$$

La Classe ( $Cl$ ) est exprimée en pourcentage (%) et est indiquée sur l'appareil de mesure par un chiffre uniquement en bas et à gauche du cadran de mesure.

## Conclusion

Les erreurs accidentelles peuvent être évitées, l'expérimentateur doit utiliser la méthode adéquate pour minimiser l'erreur systématique, la précision de mesure devient uniquement en fonction de l'erreur fortuite.

Le résultat de la mesure peut alors être exprimé de deux façons différentes:

$$G = G_{\text{mesurée}} \pm \Delta G \quad (1.17)$$

$$G = G_{\text{mesurée}} \pm \sum \% \text{ près} \quad (1.18)$$

## Incertitudes sur des mesures indirectes

Souvent la mesure de la quantité recherchée n'est pas directe mais dépend de plusieurs paramètres mesurés indépendamment. L'incertitude sur la mesure finale dépend alors des incertitudes sur les grandeurs intermédiaires. Il faut alors faire un calcul d'incertitude pour estimer l'incertitude finale.

---

**Exemple:** La valeur de la constante de temps du circuit  $R - C$  dépend de la valeur de la résistance et de la valeur de la capacité. L'incertitude sur  $r$  est donc fonction des incertitudes sur  $R$  et sur  $C$ .

### Règles de calcul particulières

#### a. Cas d'une somme

$$G = a + b \quad (1.19)$$

$$\Delta G = \Delta a + \Delta b$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a + b} \quad (1.20)$$

#### b. Cas d'une différence

$$G = a - b \quad (1.21)$$

$$\Delta G = |\Delta a| + |\Delta b|$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{|\Delta a| + |\Delta b|}{a - b} \quad (1.22)$$

Dans le cas d'une somme ou d'une différence **les incertitudes absolues s'ajoutent.**

#### c. Cas d'un produit

$$G = a \cdot b \quad (1.23)$$

$$G + \Delta G = (a + \Delta a)(b + \Delta b)$$

$$G + \Delta G = a \cdot b + a \cdot \Delta b + b \cdot \Delta a + \Delta a \cdot \Delta b$$

$$\Delta G = a \cdot \Delta b + b \cdot \Delta a + \Delta a \cdot \Delta b$$

$$\Delta a \cdot \Delta b \ll 0 \Rightarrow G = a \cdot \Delta b + b \cdot \Delta a$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{a \cdot \Delta b + b \cdot \Delta a}{a \cdot b}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} \quad (1.24)$$

---

#### d. Cas d'un quotient

$$G = a/b \quad (1.25)$$

$$G + \Delta G = \frac{a+\Delta a}{b+\Delta b}$$

$$\Delta G = \frac{a+\Delta a}{b+\Delta b} - \frac{a}{b}$$

$$\Delta G = \frac{(a+\Delta a).b - a.(b+\Delta b)}{b.(b+\Delta b)}$$

$$\Delta G = \frac{a.b + b\Delta a - a.b - a.\Delta b}{b^2 + b.\Delta b}$$

$$\Delta G = \frac{b.\Delta a - a.\Delta b}{b^2} \Rightarrow \Delta G = \frac{b|\Delta a| + a|\Delta b|}{b^2}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} \quad (1.26)$$

Dans le cas d'un produit ou d'un quotient **les incertitudes relatives s'ajoutent.**

#### e. Cas d'une puissance

$$G = a^m \quad (1.27)$$

On dérive  $G$  pour trouver  $\Delta G = ?$

$$\Delta G = m. a^{m-1}. \Delta m$$

$$\frac{\Delta G}{G} = m. a^{m-1} \frac{\Delta a}{a} = m. a^m. a^{-1}. \frac{\Delta a}{a}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = m \frac{\Delta a}{a} \quad (1.28)$$

#### f. Cas d'une racine

$$G = \sqrt[n]{a} = a^{1/n} \quad (1.29)$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{1}{n}. \frac{\Delta a}{a} \quad (1.30)$$

---

## Utilisation du calcul différentiel

$$G = f(a, b, c, \dots) \quad (1.31)$$

$$dG = f'_a da + f'_b db + f'_c dc + \dots \quad (1.32)$$

La limite supérieure de l'erreur absolue est:

$$\Delta G = f'_a |\Delta a| + f'_b |\Delta b| + f'_c |\Delta c| + \dots \quad (1.33)$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{a f'_a \frac{|\Delta a|}{a} + b f'_b \frac{|\Delta b|}{b} + c f'_c \frac{|\Delta c|}{c} + \dots}{G} \quad (1.34)$$

## Conduite du calcul

1. Calculer la différentielle  $dG$  ou la différentielle logarithmique  $\frac{dG}{G}$
2. Regrouper les termes semblables et les simplifier.
3. Remplacer les différentielles  $dG, da, db, dc, \dots$  par les accroissements finis  $\Delta G, \Delta a, \Delta b, \Delta c, \dots$   
Affecter de signe plus (+) de façon à définir la limite supérieure de l'erreur.

Exemple:  $R = \frac{V}{I}$

$$\frac{\Delta R}{R} = ?$$

$$\ln R = \ln \frac{V}{I} = \ln V - \ln I$$

La différentielle logarithmique:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dV}{V} - \frac{dI}{I}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}$$

## Qualités des appareils de mesure

### Fidélité

Un appareil est fidèle lorsqu'il donne toujours le même résultat pour une même mesure. C'est une qualité primordiale. Un appareil qui n'est pas fidèle n'a aucun intérêt.

---

## **Sensibilité - Résolution**

La sensibilité d'un appareil est la plus petite variation de mesure qu'il peut déceler. Avec certains appareils on utilise le terme de résolution.

Ne pas confondre la résolution d'un appareil avec l'incertitude absolue.

## **Justesse**

Un appareil est juste si la différence entre la mesure qu'il indique et la valeur exacte (inconnue) ne dépasse pas l'incertitude prévue.

Ce n'est pas une qualité primordiale, parce que l'appareil faux provoque une erreur systématique qu'il est possible de corriger lorsqu'elle est connue.

Exemple: Si on mesure une longueur avec un réglet trop court, on peut, par calcul, corriger le résultat, dès que le défaut est connu.

## **Étalonnage des appareils de mesure**

Après un temps d'exploitation, les indications d'un appareil de mesure sont erronées, il faut apporter aux mesures des corrections. L'étalonnage d'un appareil de mesure est l'opération qui consiste à contrôler ses indications par comparaison avec un autre appareil dit « étalon ». D'où le besoin d'un certain nombre d'étalons pour réaliser les mesures et vérifier les instruments qui doivent être précis et stable.

La précision de l'appareil à étalonner résulte de la méthode d'étalonnage utilisée et de la précision des appareils étalons employés.

Parmi les étalons qui nous intéressent particulièrement on peut citer :

## **Étalonnage d'un ampèremètre**

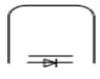
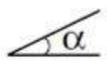
L'appareil à étalonner  $A_x$  et l'appareil étalon  $A_E$  sont tous les deux insérés en série dans un circuit parcouru par une intensité, réglable  $I$  dont la valeur maximale sera celle du calibre des deux appareils. Pour chaque valeur choisie sur l'appareil  $A_x$  on relèvera la valeur exacte correspondante sur l'appareil  $A_E$ . On déduira la correction en dressant un tableau.

## Étalonnage d'un voltmètre

L'appareil à étalonner  $V_x$  est monté en parallèle avec l'étalon  $V_E$  aux bornes d'une source de tension réglable.

### Symboles graphiques des appareils de mesures

Sur le cadran d'un appareil de mesure analogique, le constructeur indique souvent, le type de l'appareil, la nature du courant, la tension d'isolement, la position de lecture, la classe de précision, la sensibilité, etc....

Symbole	Signification	Symbole	Signification
	Courant continu		Appareil magnéto-électrique
	Courant alternatif		Magnéto-électrique avec redresseur
	Courant continu et alternatif		Appareil ferromagnétique
	Position de lecture verticale		Appareil thermodynamique
	Position de lecture horizontale		Appareil ferro-dynamique
	Position de lecture inclinée		Appareil à induction
ex : 50Hz...100KHz	Bande passante		Appareil électrostatique
	Tension d'isolement : 500V		Appareil thermique
	Tension d'isolement : 1kV	0.5 ou 1 ou 2	Classe de précision de l'appareil : 0.5% ou 1% ou 2% du calibre

**Tableau 1.5.** Symboles portés sur les cadran des appareils de mesure analogique.

---

## Méthodes générales de mesure

Les méthodes de mesures peuvent être rangées en trois grandes familles:

- Méthodes de déviation,
- Méthodes des ponts,
- Méthodes de résonance.

### Méthodes de déviation

#### Méthode directe

La méthode directe consiste à lire directement sur l'appareil de mesure la valeur de la grandeur à mesurer. (Exemples : La lecture d'une tension sur un voltmètre, d'une puissance sur un wattmètre, d'une résistance sur un ohmmètre).

La précision de cette méthode dépend de la précision de l'appareil de mesure ( $incertitude = \frac{Classe \times Calibre}{100}$ ).

#### Méthode indirecte

Cette méthode consiste à utiliser plusieurs appareils pour mesurer une grandeur, et ce en utilisant une ou plusieurs relations entre les différentes grandeurs mesurées. (Exemples : pour mesurer une puissance  $P$ , on utilise un voltmètre pour mesurer la tension  $U$  et un ampèremètre pour mesurer le courant  $I$ , la puissance est déduite de la relation  $P = U.I$ ).

Dans le cas où les appareils de mesure sont un ampèremètre et un voltmètre, la méthode est dite volt-ampèremétrique.

La précision de cette méthode dépend de la précision des appareils de mesure utilisés et de leur mode de branchement.

#### Méthode de zéro

La méthode de zéro ou d'opposition consiste à annuler l'effet de la grandeur  $x$  à mesurer par une autre  $y$  de même nature facilement réglable et connue avec une bonne approximation. L'écart  $e = x - y$  est décelé par un appareil dit de zéro dont l'étendue de mesure est nettement inférieure à la grandeur à mesurer.

---

Les différents ponts de mesure utilisés en métrologie électrique sont certainement les meilleurs exemples que nous pouvons citer. Dans chacun de ces ponts, nous recherchons un courant nul dans une diagonale du pont en faisant varier un élément situé dans une branche :

- le pont de Wheatstone pour la mesure des résistances ;
- le pont de Kelvin pour la mesure des très faibles résistances ;
- le pont de Sauty pour la mesure des capacités ;
- le pont de Maxwell pour la mesure des self-inductances ;
- le potentiomètre de mesure de tensions continues.

**Remarque:** Les méthodes de zéro sont longues, parce qu'il faut régler les diverses quantités pour amener au zéro l'appareil de mesure; tandis que les méthodes de déviation demandent peu de réglages et sont donc rapides .

C'est pourquoi les méthodes de zéro sont employées dans les laboratoires, où on demande surtout de la précision; tandis que les méthodes de déviation sont employées dans l'industrie, où la rapidité doit être la première qualité d'une méthode.

### **Méthode de résonance**

La méthode de résonance est utilisée pour mesurer des capacités et des inductances. Elle consiste à placer la grandeur à mesurer dans un circuit résonant série ou parallèle et d'en déduire la grandeur inconnue à la résonance. En effet, si on considère un circuit résonant série par exemple, à la résonance on peut écrire  $LC\omega^2 = 1$  et on déduit la grandeur inconnue ( $L$  ou  $C$ ).



## Chapitre 2. Méthodes de mesures

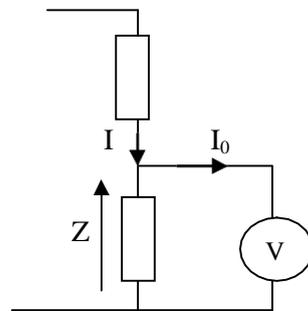
### Introduction

L'évolution de la conception des appareils de mesure a été guidée dans le but d'améliorer la précision de la mesure.

En électronique, la mesure des tensions, courants et puissances est très courante, et cela se fait directement en branchant l'appareil de mesure sur le circuit à mesurer, soit par d'autres méthodes indirectes pour augmenter la précision de la mesure.

### Mesures des tensions

#### Méthodes directes de mesures de tensions



La chute de tension aux bornes de Z:

- Théoriquement:

$$U_Z = Z \cdot I \quad (2.1)$$

- Pratiquement:

$$U'_Z = Z(I - I_0) = R_V \cdot I_0 \quad (2.2)$$

$$I_0 = \frac{U'_Z}{R_V}$$

$$U'_Z = Z \cdot I - Z \cdot I_0 = U_Z - Z \cdot \frac{U'_Z}{R_V}$$

$$U'_Z = U_Z \cdot \frac{R_V}{R_V + Z} \quad (2.3)$$

Erreur relative systématique:  $\frac{\Delta U_Z}{U_Z} = ?$

$$\frac{\Delta U_Z}{U_Z} = \left| \frac{U'_Z - U_Z}{U_Z} \right|$$

$$\frac{\Delta U_Z}{U_Z} = \frac{Z}{R_V + Z} \quad (2.4)$$

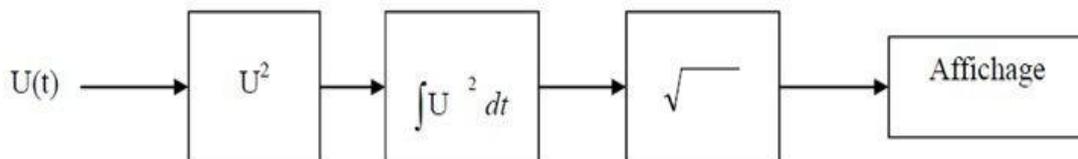
L'erreur systématique est d'autant plus faible que la résistance interne  $R_V$  du voltmètre est grande devant  $Z$ .

### Mesures de tensions alternatives

En courant alternatif, on a besoin souvent de la valeur efficace, dite aussi valeur RMS (de l'anglais Root Mean Square), du signal mesuré. Pour cela, on peut utiliser un voltmètre de type ferromagnétique ou magnétoélectrique avec redresseur lorsque le signal mesuré est de type sinusoïdal ou un voltmètre numérique.

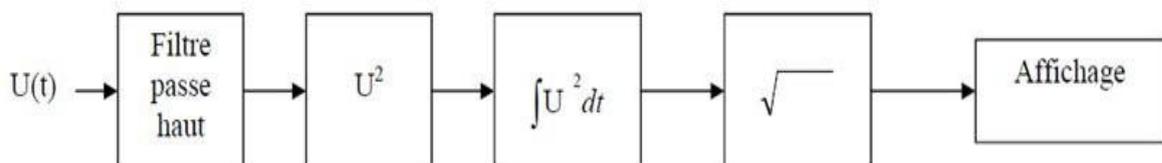
Pour les voltmètres numériques de type TRMS (TRMS : True Root Mean Square), on distingue deux modes de couplage :

- **mode DC** : Le voltmètre indique la valeur efficace du signal mesuré selon l'algorithme suivant:



**Figure 2.1.** Schéma de principe d'un voltmètre TRMS en mode DC.

- **mode AC** : Le voltmètre indique la valeur efficace de la composante alternative du signal à mesuré, c'est à dire il élimine en premier lieu la composante continu du signal, puis affiche la valeur efficace de la composante alternative selon l'algorithme suivant:



**Figure 2.2.** Schéma de principe d'un voltmètre TRMS en mode AC.

### Méthode indirecte de mesures de tension par la méthode d'opposition

Elle consiste en la comparaison de deux tensions, et elle se fait principalement en courant continu puisque en alternatif elle est très complexe, car il est nécessaire que les deux tensions à comparer ont la même fréquence et la même phase.

Le schéma de principe est donné par la figure suivante:

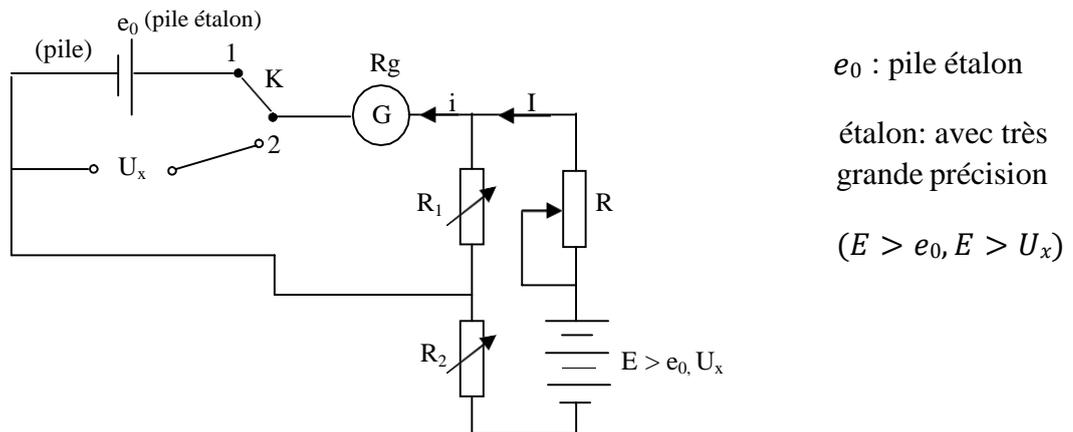
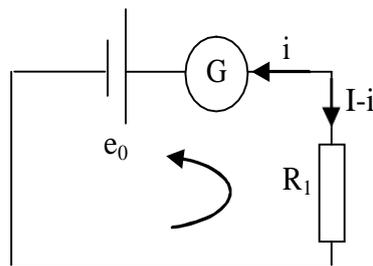


Figure 2.3. Schéma de principe de la méthode d'opposition.

Dans cette méthode, deux tensions sont opposées:

**a. En position K1:** la tension étalon  $e_0$  est opposée à la tension aux bornes de  $R_1$ ,  $R_1$  et  $R_2$  sont ajustées de telle façon que la tension aux bornes de  $R_1$  serait égale à la tension produite par  $e_0$ , et cela est vérifié par le galvanomètre qui ne détecte aucun courant ( $I$  dans  $(G) = 0$ ).



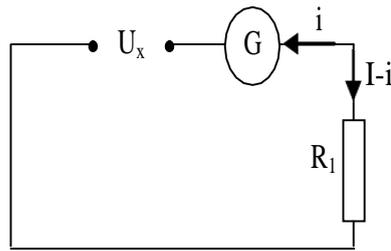
$$e_0 - R_g \cdot i = R_1 \cdot (I - i) \quad (2.5)$$

A l'équilibre du galvanomètre:  $i = 0$

$$e_0 = R_1 \cdot I \quad (2.6)$$

avec 
$$I = \frac{e_0}{R_1}$$

b. En position K2: ( $i$  dans  $(G) = 0$ )



On règle  $R_1$  à  $R_1$  et  $R_2$  à  $R_2$  dans la position (1)

On règle  $R_1$  à  $R'_1$  et  $R_2$  à  $R'_2$  dans la position (2)

A condition que  $R_1 + R_2 = R'_1 + R'_2$  de telle façon que le courant  $I$  qui le traverse reste le même.

$$U_x - R_g \cdot i = R'_1 \cdot (I - i) \quad (2.7)$$

$$\Rightarrow U_x = R'_1 \cdot I$$

$$U_x = \frac{R'_1}{R_1} e_0 \quad (2.8)$$

**Exemple:**

Si  $R_1 = 1k\Omega$ ,  $R_2 = 3k\Omega$

$R_1 + R_2 = 4k\Omega$

$R'_1 = 2k\Omega$ ,  $R'_2 = 2k\Omega$

La résistance  $R_h$  (Rhéostat) sert à limiter le débit du courant  $i$  de la pile  $E$  et le courant  $I$  est choisi de telle façon qu'il est une valeur simple en puissance de 10.

$$10^{-5}A \ll i \ll 10^{-3}A$$

La précision de la mesure est améliorée puisqu'elle ne dépend que de la précision de deux résistances  $R_1$  et  $R'_1$ , de la pile étalon " $e$ " ( $\frac{\Delta e_0}{e_0} = 0.001\%$ ), et de deux erreurs de sensibilité dues aux équilibres effectués.

$$\frac{\Delta U_x}{U_x} = \frac{\Delta e_0}{e_0} + \frac{2\Delta R_1}{R_1} \left( \frac{a}{R_1 + a} \right) + 2e_s \quad (2.9)$$

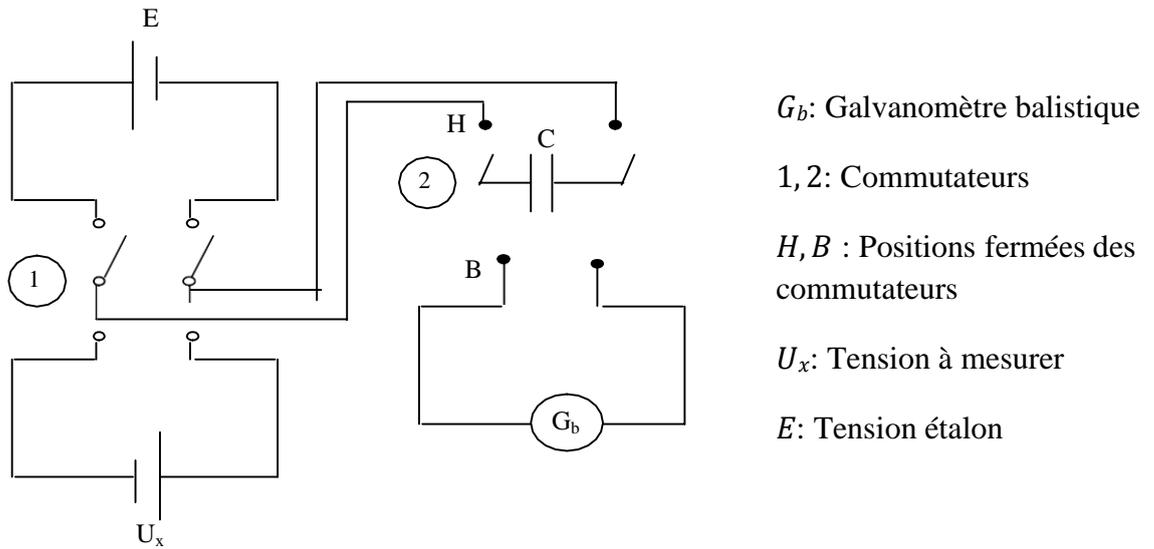
$e_s$ : erreur de sensibilité

Avec:

$$R_1 = R'_1 \pm a$$

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R'_1}{R'_1} = \frac{\Delta a}{a}$$

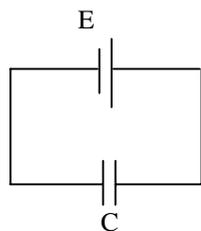
**Méthode indirecte de mesures de tension par la méthode de comparaison**



**Figure 2.4.** Schéma de principe de la méthode de comparaison.

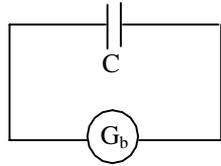
La méthode de comparaison consiste en la comparaison de la tension étalon  $E$  à la tension à mesure  $U_x$ . Le montage comporte un galvanomètre balistique dont la masse de son cadre mobile est importante. Le principe de cette méthode est basé sur la charge du condensateur  $C$ , alternativement par  $E$  et  $U_x$ , et lire à chaque fois la déviation produite par la charge dans  $C$  en basculant le commutateur à la fin de chaque charge aux bornes du  $G_b$  et comme sa masse est grande, l'aiguille ne revient à 0 qu'à la fin de la décharge.

1. Mettre les interrupteurs 1 et 2 sur la position  $H$ :



$$C \text{ se charge par: } E \rightarrow Q_E = C \cdot E \tag{2.10}$$

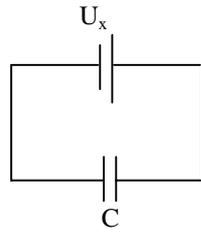
2. On met l'interrupteur 2 sur la position *B*:



*C* se décharge aux bornes du galvanomètre.

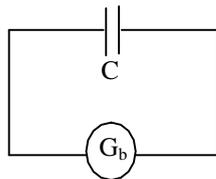
La déviation de  $G_b$  :  $\alpha_E = C \cdot E$  (2.11)

3. Mettre l'interrupteur 1 sur la position *B* et l'interrupteur 2 sur *H*: charge du condensateur.



$Q_x = C \cdot U_x$  (2.12)

4. On met l'interrupteur 2 sur *B*:



$\alpha_x = C \cdot U_x$  (2.13)

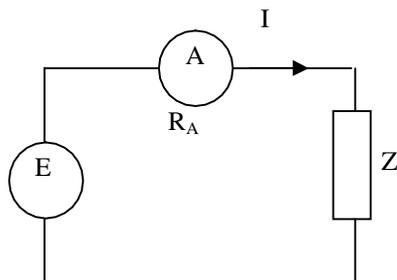
$\frac{\alpha_E}{\alpha_x} = \frac{C \cdot E}{C \cdot U_x} \Rightarrow U_x = \frac{\alpha_x \cdot E}{\alpha_E}$  (2.14)

Nous remarquons que la tension à mesurer ne dépend que de *E* et de  $\alpha_E$  et  $\alpha_x$ , donc:

$\frac{\Delta U_x}{U_x} = \frac{\Delta E}{E} + \frac{\Delta \alpha_x}{\alpha_x} + \frac{\Delta \alpha_E}{\alpha_E}$  (2.15)

**Mesures des courants**

**Méthode directe de mesure des courants**



-  $I$  Théoriquement :

$$I = \frac{E}{Z} \quad (2.16)$$

-  $I$  Pratique :

$$I' = \frac{E}{Z+R_A} \quad (2.17)$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \left| \frac{I' - I}{I} \right| \Rightarrow \frac{\Delta I}{I} = \frac{R_A}{R_A + Z} \quad (2.18)$$

Cette erreur est d'autant plus faible que la résistance interne  $R_A$  est faible devant  $Z$ .

### Méthode indirecte de mesures de courant par la méthode d'opposition

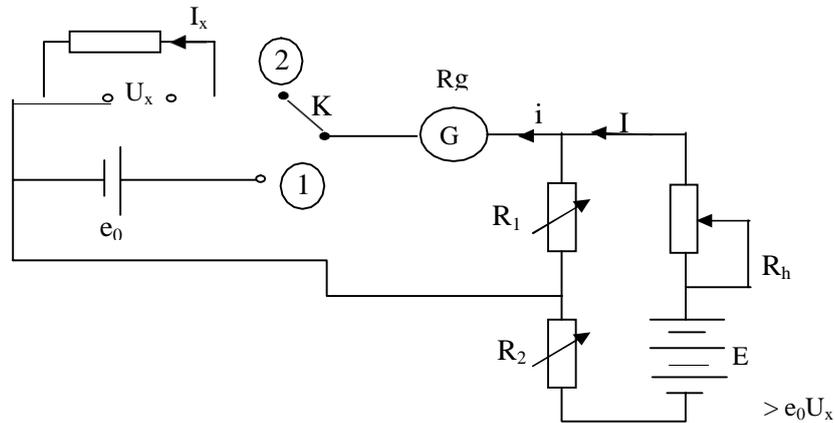


Figure 2.5. Mesure de courant par la méthode d'opposition.

Position 1: 
$$e_0 = R_1 \cdot I \Rightarrow I = \frac{e_0}{R_1} \quad (2.19)$$

Position 2: 
$$U_x = R_1' \cdot I \quad (2.20)$$

$$U_x = \frac{R_1'}{R_1} e_0 \quad \text{avec } U_x = R_1 \cdot I$$

$$R_1 \cdot I = R_1' \cdot I = R_1' \frac{e_0}{R_1}$$

$$I_x = \frac{e_0 R_1'}{R_1 R} \quad (2.21)$$

$$\frac{\Delta I_x}{I_x} = \frac{\Delta e_0}{e_0} + 2 \frac{\Delta R_1}{R_1} \frac{a}{R_1 + a} + \frac{\Delta R}{R} + 2e_s \quad (2.22)$$

Avec:  $R_1 = R'_1 \pm a$  et  $\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R'_1}{R'_1} = \frac{\Delta a}{a}$

### 2.2.2. Utilisation du shunt simple

Un shunt est une résistance calibrée et conçue pour la mesure de courants. Pour ce faire on mesure la tension à ses bornes à l'aide d'un voltmètre branché en parallèle, l'utilisation de la loi d'Ohm permet de déduire le courant traversant le shunt.

Il peut mesurer des courants de plusieurs kilo-ampère ( $kA$ )<sup>2</sup>.

Afin de limiter la chute de tension provoquée par son utilisation et afin de limiter les pertes par effet joule dans le shunt, il doit avoir une valeur de résistance très faible, de l'ordre de quelques *mfi*. Toutefois elle ne doit pas non plus être trop petite afin que la tension puisse être transmise et mesurée sans perturbation auxiliaire.

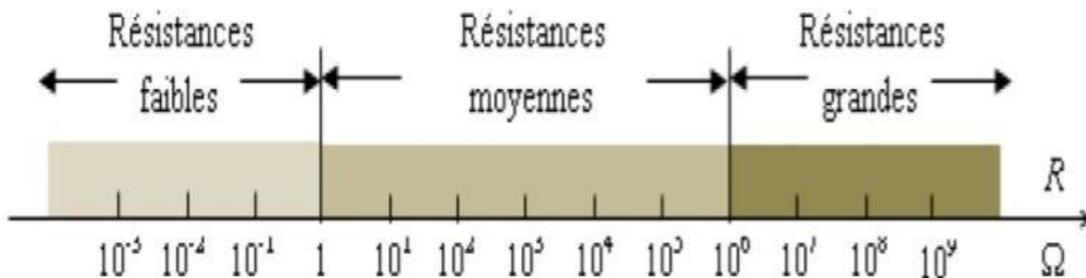
Les shunts sont employés pour la mesure de courants continus et alternatifs qu'ils soient de basses ou de hautes fréquences.

### Mesures des résistances

La mesure des résistances se fait en courant continu le plus souvent. Les méthodes et les appareils utilisés dépendent de la nature de la résistance mesurée et de son ordre de grandeur.

### Classification des résistances

La méthode de mesure d'une résistance dépend de la précision avec laquelle on veut la connaître, mais surtout de son ordre de grandeur. Il en découle un classement approximatif mais pratique partageant les résistances en trois catégories selon leur valeur: les résistances faibles, les résistances moyennes et les résistances grandes (figure. 2.6).



**Figure 2.6.** Classification des résistances selon leur ordre de grandeur.

### Méthode voltampèremétrique

Cette méthode utilise la loi d'Ohm ( $U = R \cdot I$ ). On cherche la résistance  $R$  à partir de la tension  $U$  aux bornes de la résistance et de l'intensité  $I$  du courant dans le circuit.

Selon la résistance, on choisit le montage « aval » ou « amont ». Il s'agit d'un montage en série du générateur, de l'ampèremètre et de la résistance ; selon l'emplacement du voltmètre **avant ou après** l'ampèremètre, deux montages sont utilisés: les montages aval et amont.

#### Montage aval

Pour le montage aval, l'ampèremètre est placé avant le voltmètre.

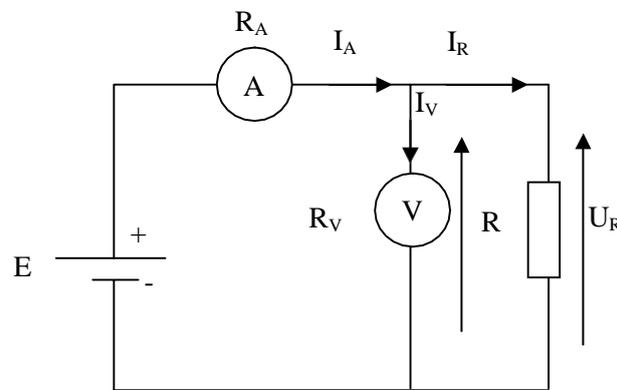


Figure 2.7. Méthode voltampèremétrique: montage aval.

$R_A$  et  $R_V$  : Résistances internes respectives de l'ampèremètre et du voltmètre sur les calibres respectifs, des appareils choisis.

$$R = \frac{U_R}{I_R} \quad (2.23)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{aval}}{R} = \frac{\Delta U_{R-aval}}{U_R} + \frac{\Delta I_{R-aval}}{I_R}$$

$$U_V = U_R \Rightarrow (\Delta U_{R-aval} = 0)$$

$$I_R = I_A - I_V \Rightarrow (\Delta I_{R-aval} = I_V = \frac{U}{R_V} : \text{erreur sur le courant})$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{aval}}{R} = \frac{\Delta I_{R-aval}}{I_R}$$

$$\Delta I_{R-aval} = I_V = \frac{U_V}{R_V} \Rightarrow \frac{\Delta I_{R-aval}}{I_R} = \frac{U_V}{R_V \cdot I_R} = \frac{R}{R_V}$$

$$\frac{\Delta R_{aval}}{R} = \frac{R}{R_V} \ll 1 \Rightarrow R \ll R_V \quad (2.24)$$

Car l'incertitude relative est généralement très faible.

On conclue que le montage aval est utilisé pour mesurer **les faibles résistances**.

### Montage amont

Pour le montage amont, l'ampèremètre est placé après le voltmètre.

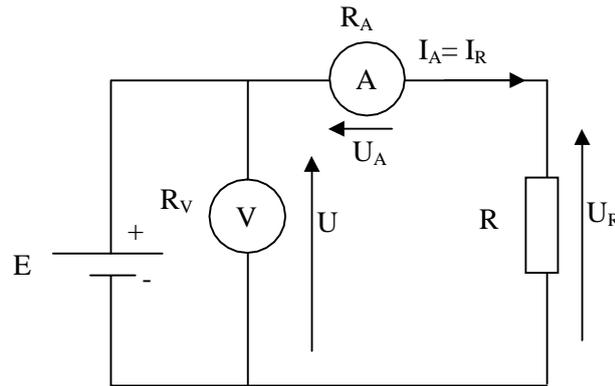


Figure 2.8. Méthode voltampèremétrique : montage amont.

$$R = \frac{U_R}{I_R} \quad (2.25)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{amont}}{R} = \frac{\Delta U_{R-amont}}{U_R} + \frac{\Delta I_{R-amont}}{I_R}$$

$$I_A = I_R \Rightarrow (\Delta I_{R-amont} = 0)$$

$$U_R = U_V - R_A I_A \Rightarrow (\Delta U_{R-amont} = U_A = R_A I_A : \text{erreur sur la tension})$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{amont}}{R} = \frac{\Delta U_{R-amont}}{U_R}$$

$$\Delta U_{R-amont} = U_A = R_A I_A \Rightarrow \frac{\Delta R_{amont}}{R} = \frac{R_A I_A}{U_R} = \frac{R_A}{R}$$

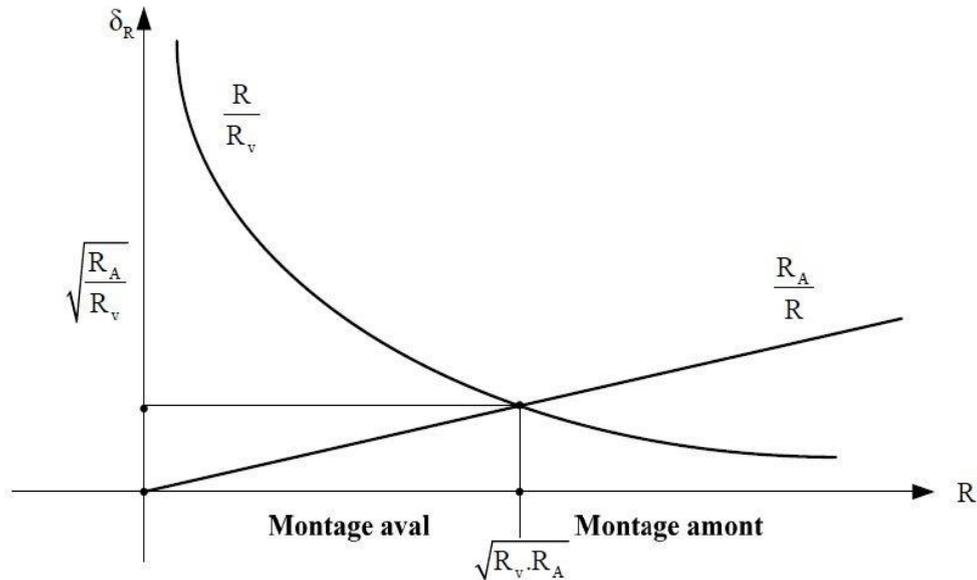
$$\Rightarrow \frac{\Delta R_{amont}}{R} = \frac{R_A}{R} \ll 1 \Rightarrow R_A \ll R \text{ ou } R \gg R_A \quad (2.26)$$

Car l'incertitude relative doit être toujours très faible.

Comme conclusion, le montage amont est utilisé pour mesurer **les résistances élevées**.

Évolution de l'incertitude relative ( $\delta_R = \frac{\Delta R}{R}$ )

La courbe de l'incertitude (erreur) relative  $\delta_R = \frac{\Delta R}{R}$  en fonction de  $R$  est :



**Figure 2.9.** Evolution des incertitudes (erreurs) relatives en fonction de la valeur de la résistance à mesurer.

A l'intersection de deux courbes:

$$\delta_R = \frac{\Delta R}{R} = \frac{R}{R_7} = \frac{R_A}{R} \quad (2.27)$$

$$\Rightarrow R^2 = R_A \cdot R_V \Rightarrow R = +\sqrt{R_A \cdot R_V}$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{\sqrt{R_A \cdot R_V}}{R} = \sqrt{\frac{R_A}{R_V}} \quad (2.28)$$

Le choix du montage sera fait selon la règle suivante:

- Si  $R < \sqrt{R_A \cdot R_V}$  : (résistances de faibles valeurs) on privilégie le montage aval ;
- Si  $R > \sqrt{R_A \cdot R_V}$  : (résistances de grandes valeurs) on privilégie le montage amont ;
- Si  $R = \sqrt{R_A \cdot R_V}$  : les deux montages sont équivalents du point de vue précision.

Le choix de l'appareillage doit tenir compte des incertitudes introduites et de la précision recherchée. En électrotechnique (domaine des courants forts), les perturbations introduites par

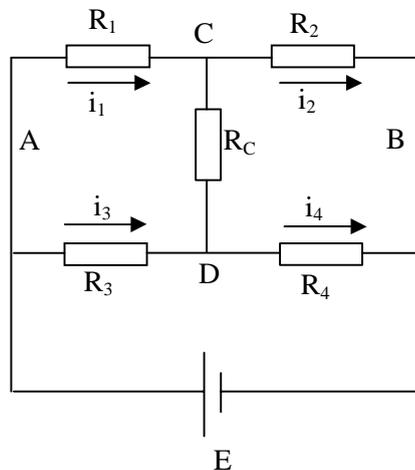
les appareils sont pratiquement négligeables, mais il convient d'être plus prudent en électronique (domaine des courants faibles).

### Méthode de zéro : Le Pont de Wheatstone

La méthode de zéro est plus précise car elle a une sensibilité plus grande que les autres méthodes. La grandeur inconnue est déterminée lorsque l'appareil de mesure donne une déviation effective nulle.

#### Exemple: Le pont de Wheatstone

Un pont de Wheatstone permet la mesure de faibles et moyenne résistances.



**Figure 2.10.** Schéma de principe du pont de Wheatstone.

On associe quatre résistances  $R_1$  à  $R_4$  selon le schéma ci-dessus.  $R_C$  est la résistance d'un détecteur placé entre  $C$  et  $D$  (diagonale du pont). Le pont est alimenté entre  $A$  et  $B$  par un générateur de f.é.m  $E$ .

On dit que le pont est équilibré quand la différence de potentiel entre les nœuds  $C$  et  $D$  est nulle. Quand cette condition est réalisée, il ne circule aucun courant dans la branche  $CD$ . Les courants  $i_1$  et  $i_2$  d'une part et  $i_3$  et  $i_4$  d'autre part sont égaux.

$$E = (R_1 + R_2)i_1 = (R_3 + R_4)i_3 \quad (2.29)$$

A l'équilibre:

$$V_{AC} = V_{AD} = R_1 i_1 = R_3 i_3$$

$$\frac{R_1 E}{R_1 + R_2} = \frac{R_3 E}{R_3 + R_4}$$

$$\Rightarrow R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (2.30)$$

L'équilibre du pont est réalisé quand les produits en croix des résistances sont égaux.

En pratique, on place la résistance inconnue en  $R_1$ .  $R_2$  est une résistance connue ajustable et  $R_3$  et  $R_4$  sont des résistances fixes dont on connaît le rapport ( $K = R_3/R_4$ ). le détecteur est un galvanomètre ou un comparateur électronique. A l'équilibre,  $R_1 = K \cdot R_2$ .

### Mesure de très grandes résistances par la méthode de la perte de charge

Elle est caractérisée par 4 particularités: Les grandes résistances sont composées par:

- Résistance volumiques  $R_V$ ;
- Résistances superficielles  $R_S$ .

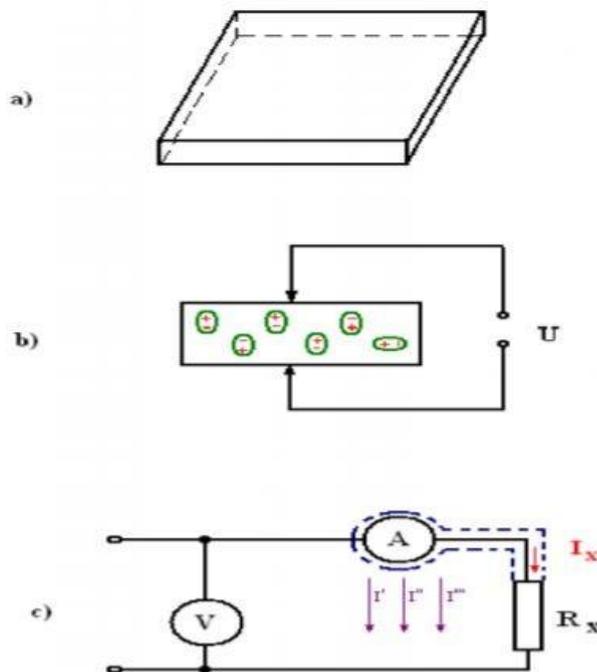
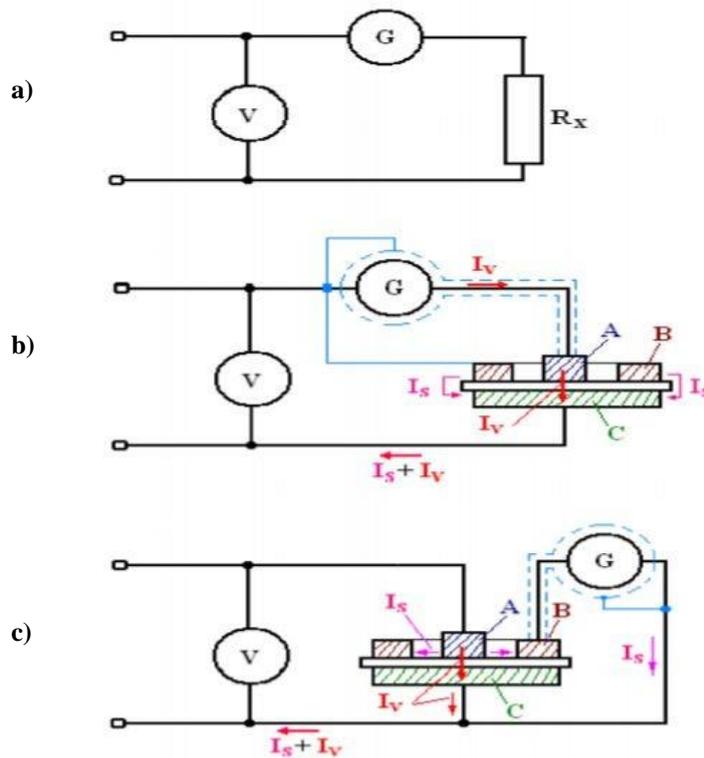


Figure 2.11. Mesure de grandes résistances.

Il y a des méthodes de mesure de ces résistances séparément.

Les grandes résistances dépendent de la caractéristique ambiante, humidité, poussière. Les caractéristiques d'un diélectrique dépendent beaucoup de la température.



**Figure 2.12.** Méthode de la charge.

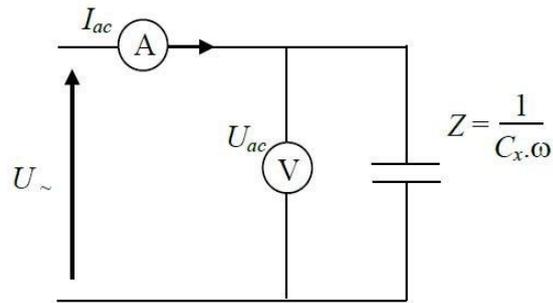
**Polarisation du diélectrique** : c'est l'effet d'orientation des dipôles d'un diélectrique soumis par une tension continue. La résistance du diélectrique diminue brusquement à cause de l'orientation, appelée polarisation. Pour la diminuer après chaque mesure il faut faire un court circuit pour rétablir le désordre (figure 2.12).

Il y a des **courants de fuite** et  $R_K$  est traversée par une partie de ces courants. On fait une tresse autour de la résistance. Le potentiel de la tresse est nécessairement égal au potentiel du fil car ils sont court-circuités, alors il n'y a pas de courant de fuite et tout le courant qui y passe, il passe par  $R_K$  (figure 2.12.c).

### Mesures des impédances

#### Mesures de capacités

Cette méthode ne permet que de déterminer l'impédance d'un condensateur en basses fréquences et la valeur de sa capacité. L'angle de perte, très faible aux fréquences industrielles, ne peut être mesurée, par conséquent elle ne nécessite qu'une seule mesure en alternatif.



**Figure 2.13.** Mesure de l'impédance d'un condensateur en BF.

Les différents paramètres sont déterminés par les relations suivantes:

- Impédance réelle:

$$Z = \frac{U_{ac}}{I_{ac}} \quad (2.31)$$

- Réactance:

$$X_s = Z \quad (2.32)$$

- Capacité:

$$C_s = \frac{1}{\pi \dot{f}} \quad (2.33)$$

- Déphasage:

$$\varphi = -90^\circ$$

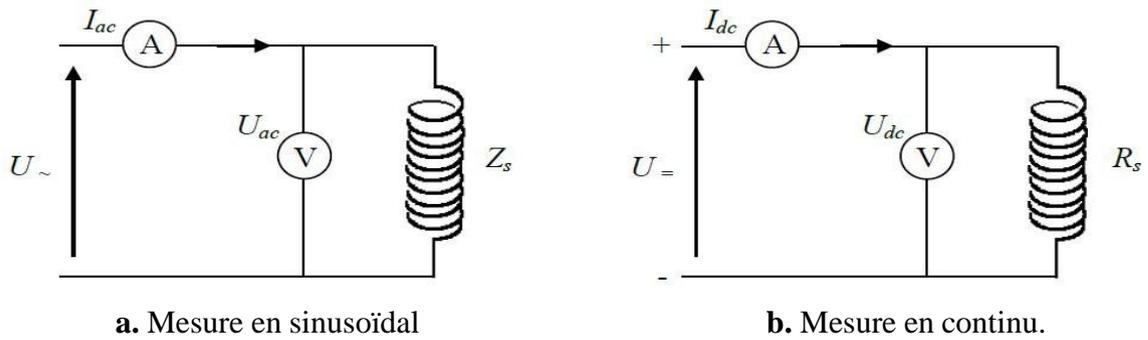
### Performance de la méthode

Cette méthode est utilisée, dans le domaine des basses fréquences, pour sa rapidité et facilité de mise en œuvre. La précision des résultats est environ de 1%, mais elle n'est applicable aux condensateurs polarisés.

**Remarque 1:** on peut mesurer directement une capacité d'un condensateur à l'aide d'un **capacimètre**.

### Mesures d'inductances

Cette méthode dite méthode de Joubert est employé pour déterminer l'impédance d'un dipôle et les valeurs de ses paramètres, résistance et réactance ou impédance réelle et déphasage. Son principe repose sur la mesure de la tension aux bornes du dipôle et du courant la traversant, en appliquant une tension sinusoïdale, puis une tension continue.



**Figure 2.14.** Mesures d'inductances.

Deux mesures sont nécessaires, l'une en alternatif sinusoïdal pour déterminer l'impédance de la bobine, l'autre en courant continu afin d'évaluer sa résistance.

Les différents paramètres sont déterminés par les relations suivantes:

- Impédance réelle:

$$Z = \frac{U_{ac}}{I_{ac}} \quad (2.34)$$

- Résistance:

$$R_s = \sqrt{Z^2 - X_s^2} \quad (2.35)$$

- Inductance:

$$L_s = \frac{X_s}{2 \cdot \pi \cdot f} \quad (2.36)$$

- Déphasage:

$$\cos \varphi = \frac{R_s}{Z} \quad \varphi = \arctan\left(\frac{X_s}{R_s}\right) \quad (2.37)$$

### Performance de la méthode

Cette méthode est très couramment utilisée dans l'industrie car elle ne nécessite que des instruments de mesure très répandus et son mode opératoire simple et rapide à mettre en œuvre.

Elle conduit à des résultats suffisamment précis dans de nombreux cas (précision de 4 à 5%). Toutefois, elle ne peut être employée pour des bobines à noyaux de fer en régime saturé.

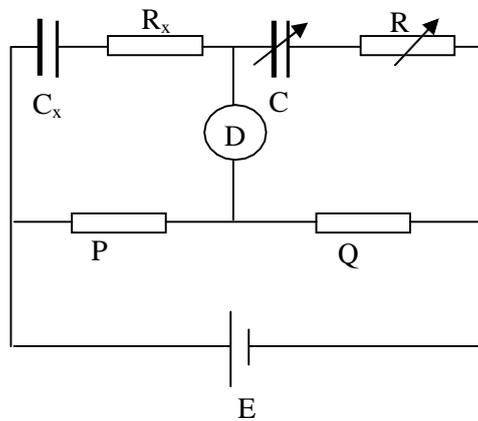
**Remarque 2:** on peut mesurer directement l'inductance d'une bobine à l'aide d'un henrymètre.

**Ponts en alternatif**

Pour utiliser le pont en courant alternatif on remplace le générateur continu par un GBF, la relation  $R_1 = \frac{R_3}{R_4} \cdot R_2$  devient  $Z_1 = \frac{Z_3}{Z_4} \cdot Z_2$  tels que  $Z_i$  sont des impédances. En général, deux dipôles seront des résistances pures de précision, le troisième sera l'impédance inconnue et le quatrième sera constitué de condensateurs de précision associés à des résistances de précision.

On évite de travailler avec des inductances, car leur valeur varie avec la fréquence. Les possibilités d'associations sont assez nombreuses et nous allons examiner les plus utilisés :

**Pont P/Q**



P, Q: résistances pures fixes

$$Z_1 = R_x + \frac{1}{jC_x\omega} : \text{impédance inconnue}$$

$$Z_2 = R + \frac{1}{jC\omega} : \text{impédance variable et connue.}$$

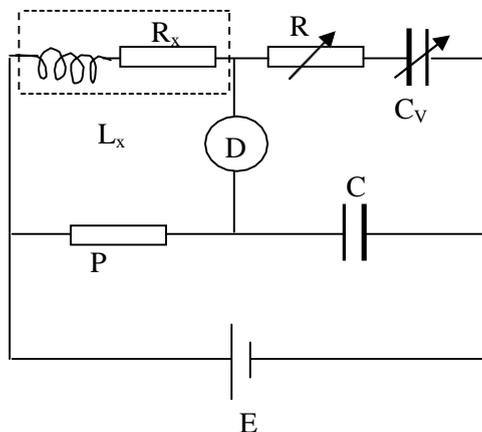
**Figure 2.15.** Schéma de principe d'un pont en courant alternatif.

A l'équilibre du pont, on peut écrire:

$$R_x = \frac{P}{Q} \cdot R \tag{2.38}$$

$$C_x = \frac{Q}{P} \cdot C \tag{2.39}$$

**Pont d'OWEN**



P: résistance pure fixe

$$Z_4 = \frac{1}{jC\omega} : \text{condensateur idéal connu}$$

$$Z_1 = R_x + jL_x\omega : \text{impédance inconnue}$$

$$Z_2 = R + \frac{1}{jC_v\omega} : \text{impédance variable connue}$$

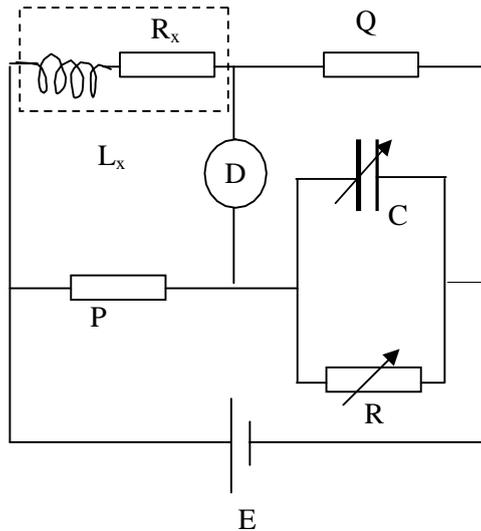
**Figure 2.16.** Schéma de principe du pont d'Owen.

À l'équilibre du pont, on peut écrire:

$$R_x = P \frac{C}{C_7} \quad (2.40)$$

$$L_x = PCR \quad (2.41)$$

### Pont de MAXWELL



$P, Q$  : résistances pures fixes  
 $Z_1 = R_x + jL_x\omega$  : impédance inconnue  
 $\frac{1}{Z_4} = \frac{1}{R} + jC\omega$  : impédance variable de précision

**Figure 2.17.** Schéma de principe du pont de Maxwell.

A l'équilibre du pont, on peut écrire:

$$R_x = \frac{PQ}{R} \quad (2.42)$$

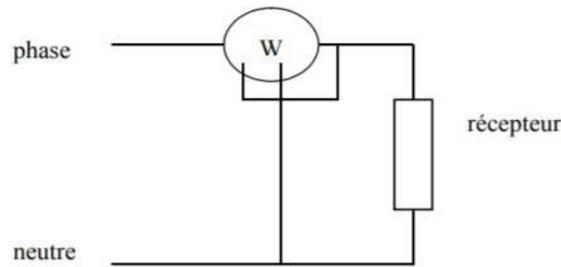
$$L_x = PQC \quad (2.43)$$

### Mesures de puissance en continu

#### Relation fondamentale

D'une manière générale en physique, la puissance correspond à une quantité d'énergie par unité de temps. Elle s'exprime en Watt : 1 W équivaut à 1 J . s<sup>-1</sup> , et 1 J équivaut à 1 W . s. Dans le cas d'un dipôle électrique, la puissance s'écrit sous la forme suivante en régime continu :

$$P = U . I \quad (2.44)$$



**Figure 2.18.** Schéma de principe de la mesure de la puissance par la méthode directe.

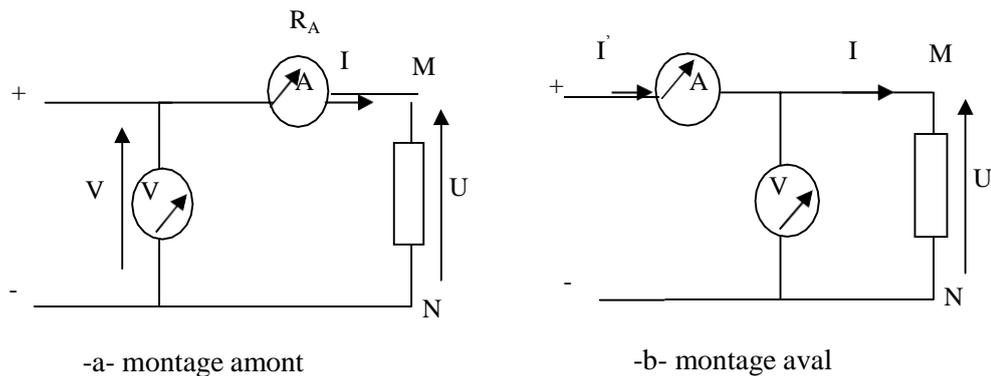
En régime variable, on l'écrira ainsi :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (2.45)$$

avec  $p$  en Watt (W),  $u$  en Volt (V) et  $i$  en Ampère (A).

### Méthode de l'ampèremètre et du voltmètre

Deux montages sont possibles pour mesurer la puissance d'une branche "MN".



**Figure 2.19.** Mesures de puissance par le méthode de l'ampèremètre et du voltmètre.

#### a. Montage amont

$$P_{théorique} = U \cdot I$$

$$P' = V \cdot I = (R_A \cdot I + U) \cdot I$$

$$P' = R_A I^2 + U \cdot I \quad (2.46)$$

On mesure en trop ( en plus) la puissance consommée par effet joule par l'ampèremètre, on commis donc par ce montage une erreur systématique de  $R_A \cdot I^2$ , par conséquent, une erreur systématique relative:

$$e_t = \frac{P' - P}{P} = \frac{R_A \cdot I^2}{U \cdot I}$$

$$e_t = \frac{R_A I}{U} \quad (2.47)$$

$e_t$ : erreur systématique relative.

**Remarque:**

Si la branche "MN" est un générateur et le potentiel de M est supérieur à celui de N ( $V_M > V_N$ ), le courant va circuler de N vers M et par conséquent le voltmètre va mesurer (en amont)  $V = U - R_A I$ ,

$$P' = UI - R_A I^2 \quad (2.48)$$

donc une puissance diminuée de  $R_A I^2$ , mais les erreurs systématiques commises sont en valeurs absolues identiques.

**b. Montage aval**

Théoriquement:  $P = U \cdot I$

Pratiquement:

$$P' = U \cdot I' = U \cdot \left( I + \frac{U}{R_7} \right) \quad (2.49)$$

$$P' = U \cdot I + \frac{U^2}{R_7}$$

$$e_c = \frac{P' - P}{P} = \frac{U^2 / R_7}{U \cdot I}$$

$$e_c = \frac{U}{R_7 \cdot I} \quad (2.50)$$

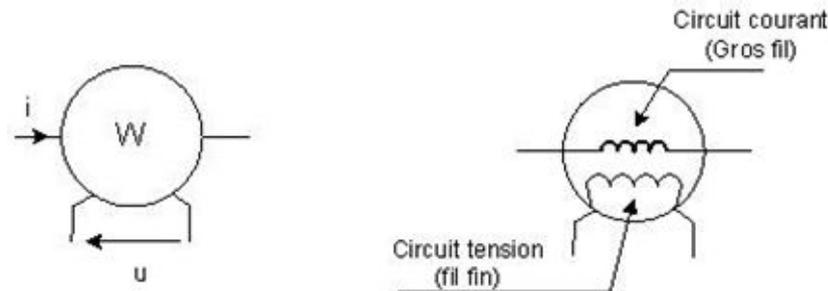
**Remarque:**

On préfère utiliser le montage aval qui fait intervenir  $R_V$ , qui est toujours grande et peut être déterminée avec une très grande précision. Cette résistance est toujours donnée par le constructeur.

**Wattmètre électrodynamique en continu**

Un Wattmètre est un appareil de mesure destiné à indiquer la puissance électrique (exprimée en watts) consommée par le récepteur. Il possède deux bobines :

- Une bobine, utilisée pour la mesure du courant, appelée « circuit courant » ou gros fil assimilable à un ampèremètre de résistance interne  $r_A$  ;
- Une bobine, utilisée pour la mesure de tension, appelée « circuit de tension » ou fil fin assimilable à un voltmètre de résistance interne  $r_V$ .



**Figure 2.20.** Schéma de principe d'un Wattmètre.

**Remarques:**

- La déviation de l'aiguille dépend non seulement du flux magnétique des deux bobines mais aussi du déphasage entre  $U$  et  $I$ , nous mesurons donc:

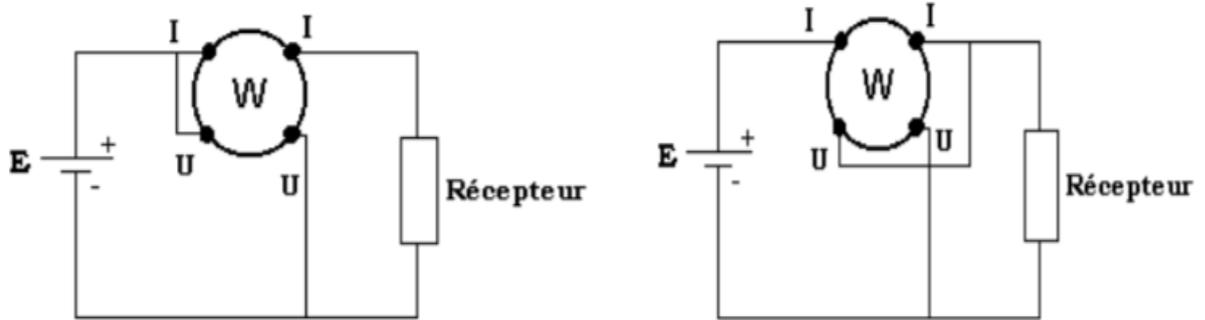
$$P = U.I.\cos\varphi \quad (2.57)$$

- Le wattmètre le plus utilisé est de type électrodynamique. Il est constitué d'un circuit inducteur fixe, formé de deux bobines connectées en série ou en parallèle créant un champ d'induction  $B$  dans lequel peut se mouvoir un cadre mobile réalisé en fil fin et muni d'un dispositif de rappel à ressorts spiraux. Le cadre mobile supporte l'aiguille indicatrice et les masses lots d'équilibrage.

- Le principe de fonctionnement se résume sur le fait que le courant à mesurer passe par les enroulements de la bobine fixe provoquant un champ d'induction impliquant une force électromagnétique. La tension à mesurer se manifeste par un courant qui parcourt la bobine mobile. Ce courant engendre un champ d'induction dépendant de la tension mesurée ce qui engendre une deuxième force électromagnétique.

### Branchement du wattmètre

Pour mesurer la puissance consommée par un récepteur, on branche le wattmètre selon deux modes indiqués par la figure (2.21). En effet, le circuit courant se branche en série et le circuit tension se branche en parallèle.



**Montage amont**

**Montage aval**

**Figure 2.21.** Schémas de branchement d'un Wattmètre.

### Mesures de puissance en alternatif

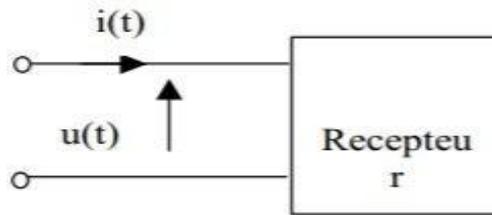
Dans le cas d'un régime alternatif, les grandeurs électriques (tension, intensité) présentent un caractère périodique. La puissance instantanée,  $p(t) = i(t) \cdot u(t)$ , est donc elle aussi variable. On peut alors définir plusieurs grandeurs physiques, homogènes à une puissance, qu'il importe de bien différencier les unes des autres. Ce sont :

- La puissance complexe,
- La puissance apparente,
- La puissance active ou réelle,
- La puissance réactive.

### Puissance instantanée et puissance moyenne

En utilisant les conventions du système récepteur pour la tension  $u(t)$  et le courant  $i(t)$ , la puissance instantanée  $p(t)$  absorbée par le récepteur vaut :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$



**Figure 2.22.** Mesure de la puissance.

L'énergie élémentaire  $dW$  entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , est telle que  $p(t) = \frac{dW}{dt}$ , par définitions de la puissance donc:  $dW = u(t) \cdot i(t) \cdot dt$

Lorsque le récepteur fonctionne en régime périodique, l'énergie  $W$  absorbée par période  $T$  vaut:  $W = \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$  et la puissance moyenne  $P$  ou puissance active vaut:

$$P = \frac{1}{T} \cdot W \quad (2.58)$$

Soit encore:

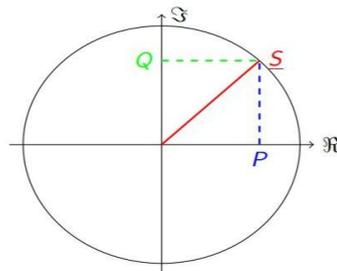
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) i(t) dt$$

En régime sinusoïdal, la tension  $u(t)$  et le courant  $i(t)$  sont tous les deux des fonctions sinusoïdales du temps:  $i(t) = I\sqrt{2} \cos \omega t$ ,  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$

### Puissance complexe

La puissance complexe est définie comme le produit de la tension complexe par l'intensité complexe :

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I} \quad (2.60)$$



La projection de la puissance complexe sur l'axe réel est appelée puissance active ; la projection de la puissance complexe sur l'axe imaginaire est appelée puissance réactive.

### Puissance apparente

Il s'agit de la valeur maximale que peut prendre la puissance active, pour une amplitude de tension et d'intensité donnée. Elle est égale au module de la puissance complexe.

$$S = U.I \quad (2.61)$$

Le rapport entre la puissance active et la puissance apparente est appelé « facteur de puissance » ; il est toujours compris entre 0 et 1.

La puissance apparente se note  $S$  ; il s'agit également de la puissance nominale indiquée sur les machines.

Elle s'exprime en Voltampère ou  $V.A$  :  $1 V.A = 1 W$ .

La puissance nominale d'une machine est sa puissance apparente.

### Puissance active et puissance réactive

#### Puissance active

Il s'agit de la puissance moyenne consommée par le système au cours d'un temps donné.

En termes mathématiques, c'est l'intégrale de la puissance instantanée par rapport au temps:

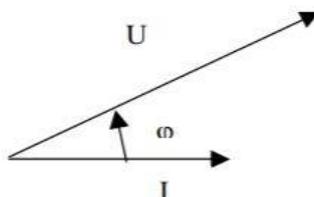
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t).i(t) dt$$

Lorsque le régime est sinusoïdal, la tension  $u(t)$  et le courant  $i(t)$  sont tous les deux des fonctions sinusoïdales du temps:  $i(t) = I\sqrt{2} \cos \omega t$ ,  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ .

La puissance active  $P$  en régime sinusoïdal est:

$$P = U.I. \cos \varphi$$

Dans cette expression,  $U$  et  $I$  sont des valeurs efficaces et  $\cos$  est appelé le facteur de puissance du récepteur.



### Puissance réactive

En régime sinusoïdal, la puissance réactive est la partie imaginaire de la puissance apparente complexe.

Elle se note  $Q$ , est exprimée en voltampère réactif ( $1 \text{ VAr} = 1 \text{ W}$ ), et on a :

$$Q = U.I. \sin\varphi \quad (2.62)$$

en régime sinusoïdal, où  $\varphi$  est le déphasage entre  $U$  et  $I$ .

### Remarque:

Les dipôles ayant une impédance dont la valeur est un nombre imaginaire pur (capacité ou inductance) ont une puissance active nulle et une puissance réactive égale en valeur absolue à leur puissance apparente.

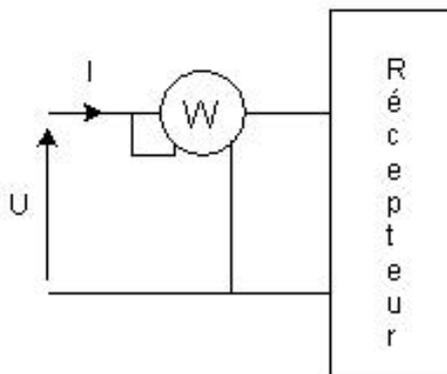
### Wattmètre électrodynamique en alternatif

Un Wattmètre est un appareil qui mesure la valeur moyenne de la puissance instantanée  $p(t) = u(t).i(t)$ . Pour cela, il faut lui fournir deux informations : le courant et la tension.

Un Wattmètre électrodynamique comporte deux enroulements :

- Un enroulement fixe qui reçoit le courant et qu'il faut connecter en série avec le récepteur.
- Un enroulement mobile qui reçoit la tension et qu'il faut connecter en parallèle avec le récepteur.

La mesure de la puissance absorbée par un récepteur monophasé se fait comme suit :



**Figure 2.23.** Mesure de la puissance active  $P$ .

L'indication du wattmètre est proportionnelle à  $U.I. \cos\varphi$  (Valeur moyenne de  $p(t)$ ).

Méthode des 3 voltmètres pour la mesure de la puissance active

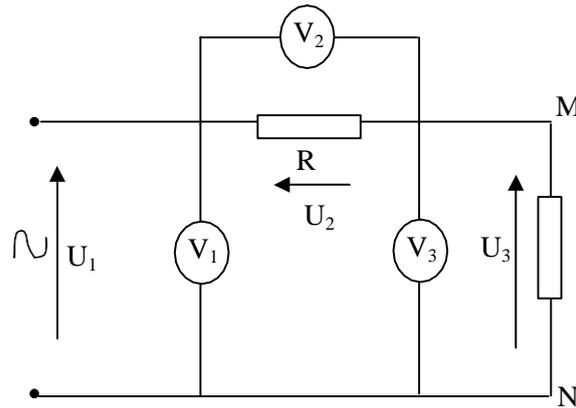


Figure 2.24. Schéma de principe de la méthode des trois voltmètres.

$$p = U_3 \cdot i \tag{2.63}$$

avec p : la puissance instantanée

$$U_1 = U_2 + U_3 \Rightarrow U_1^2 = (U_2 + U_3)^2$$

$$U_2 = R \cdot i$$

$$U_1^2 = U_2^2 + U_3^2 + 2U_2 \cdot U_3$$

$$\Rightarrow U_1^2 = U_2^2 + U_3^2 + 2R \cdot i \cdot U_3$$

$$p = U_3 \cdot i = \frac{U_1^2 - U_2^2 - U_3^2}{2R}$$

La puissance active d'un récepteur est par définition:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (U_1^2 - U_2^2 - U_3^2) \frac{1}{2R} \, dt$$

$$P = \frac{1}{2R} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T U_1^2 \, dt - \frac{1}{T} \int_0^T U_2^2 \, dt - \frac{1}{T} \int_0^T U_3^2 \, dt \right]$$

Par conséquent:

$$P = \frac{U_{1\text{eff}}^2 - U_{2\text{eff}}^2 - U_{3\text{eff}}^2}{2R} \tag{2.64}$$

Avec  $U_{1eff}$ ,  $U_{2eff}$  et  $U_{3eff}$  désignent les valeurs efficaces des tensions  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$ .

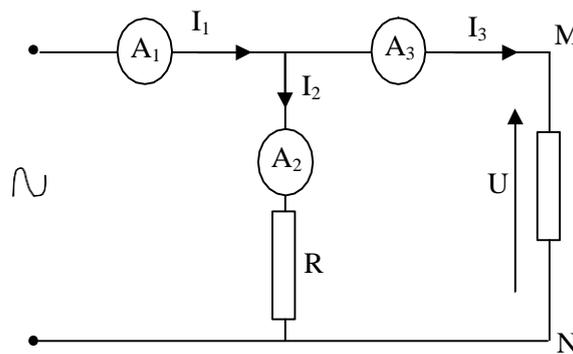
**Calcul d'incertitude:**

$$\Delta P = \frac{|U_{1eff}^2 - U_{2eff}^2 - U_{3eff}^2|}{2 \cdot R^2} \Delta R + \frac{U_{1eff}}{R} \Delta U_{1eff} + \left| \frac{-U_{2eff}}{R} \right| \Delta U_{2eff} + \left| \frac{-U_{3eff}}{R} \right| \Delta U_{3eff}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{2U_{1eff}^2}{|U_{1eff}^2 - U_{2eff}^2 - U_{3eff}^2|} \frac{\Delta U_{1eff}}{U_{1eff}} + \frac{2U_{2eff}^2}{|U_{1eff}^2 - U_{2eff}^2 - U_{3eff}^2|} \frac{\Delta U_{2eff}}{U_{2eff}} + \frac{2U_{3eff}^2}{|U_{1eff}^2 - U_{2eff}^2 - U_{3eff}^2|} \frac{\Delta U_{3eff}}{U_{3eff}} \quad (2.65)$$

### Méthode des 3 ampèremètres pour la mesure de la puissance active

Il est possible d'utiliser trois ampèremètres (pour mesurer les valeurs efficaces) et une résistance auxiliaire R (qui est une résistance étalon de valeur connue et d'incertitude très faible). Le schéma de principe de cette méthode est donné par la figure suivante :



**Figure 2.25.** Schéma de principe de la méthode des trois ampèremètres.

Cette méthode est analogue à la méthode précédente.

R: résistance étalon qui englobe la résistance des ampèremètres.

$i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  : désignent respectivement les valeurs instantanées efficaces des courants circulant dans les trois ampèremètres  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$ .

$$p = U \cdot i_3 \quad (2.66)$$

avec  $p$  : la puissance instantanée

$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$i_2 = \frac{U}{R}$$

$$i_1^2 = (i_2 + i_3)^2 = i_2^2 + i_3^2 + 2i_2 \cdot i_3$$

$$i_1^2 = i_2^2 + i_3^2 + 2 \frac{U}{R} \cdot i_3$$

$$U \cdot i_3 = p = (i_1^2 - i_2^2 - i_3^2) \frac{R}{2}$$

La puissance active d'un récepteur est par définition:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (i_1^2 - i_2^2 - i_3^2) \frac{R}{2} \, dt$$

$$P = \frac{R}{2} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T i_1^2 \, dt - \frac{1}{T} \int_0^T i_2^2 \, dt - \frac{1}{T} \int_0^T i_3^2 \, dt \right]$$

Par conséquent:

$$P = \frac{R}{2} (I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2) \quad (2.67)$$

La résistance interne de  $A_3$  est nulle.

Avec  $I_{1eff}$ ,  $I_{2eff}$  et  $I_{3eff}$  désignent les valeurs efficaces des courants  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$ .

On remarque que cette relation ne dépend que de la valeur de la résistance étalon  $R$  et des valeurs des courants indiquées par les ampèremètres.

**Calcul des incertitudes:**

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{|I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2|}{2} \Delta R + R I_{1eff} \Delta I_{1eff} + |-R I_{2eff}| \Delta I_{2eff} + |-R I_{3eff}| \Delta I_{3eff} \\ &= \frac{|I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2|}{2} \Delta R + R (I_{1eff} \Delta I_{1eff} + I_{2eff} \Delta I_{2eff} + I_{3eff} \Delta I_{3eff}) \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{2I_{1eff}^2}{|I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2|} \frac{\Delta I_{1eff}}{I_{1eff}} + \frac{2I_{2eff}^2}{|I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2|} \frac{\Delta I_{2eff}}{I_{2eff}} + \frac{2I_{3eff}^2}{|I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2|} \frac{\Delta I_{3eff}}{I_{3eff}} \quad (2.68)$$

Cette méthode permet la mesure de la puissance en haute fréquence et pour des charges de faible facteur de puissance.

$$P = \frac{R}{2} (I_{1eff}^2 - I_{2eff}^2 - I_{3eff}^2) - R_{A3} \cdot I_3^2 \quad (2.69)$$

La résistance interne de  $A_3 \neq 0$ .

Ces deux méthodes de mesures de la puissance active permettent également la détermination de la valeur de l'impédance et du facteur de puissance du récepteur.

### Méthode de mesure en courant alternatif triphasé

Un système de distribution triphasé comprend en général 4 fils: trois de phase notés (1, 2, 3) et un neutre ( $N$ ) qui sont généralement repérés par les couleurs conventionnelles:

1 c'est le vert, 2 jaune, 3 marron et  $N$  (neutre) noir.

Le système triphasé est dit équilibré en tension, lorsque les trois tensions simples ont les mêmes valeurs efficaces, sinusoïdales et déphasées de  $\frac{2\pi}{3}$ .

$U_{1n}, U_{2n}, U_{3n}$ : tensions simples.

$U_{21}, U_{23}, U_{13}$ : tensions composés.

$$\begin{aligned} U_{1n} &= V\sqrt{2} \sin \omega t \\ U_{2n} &= V\sqrt{2} \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ U_{3n} &= V\sqrt{2} \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (2.70)$$

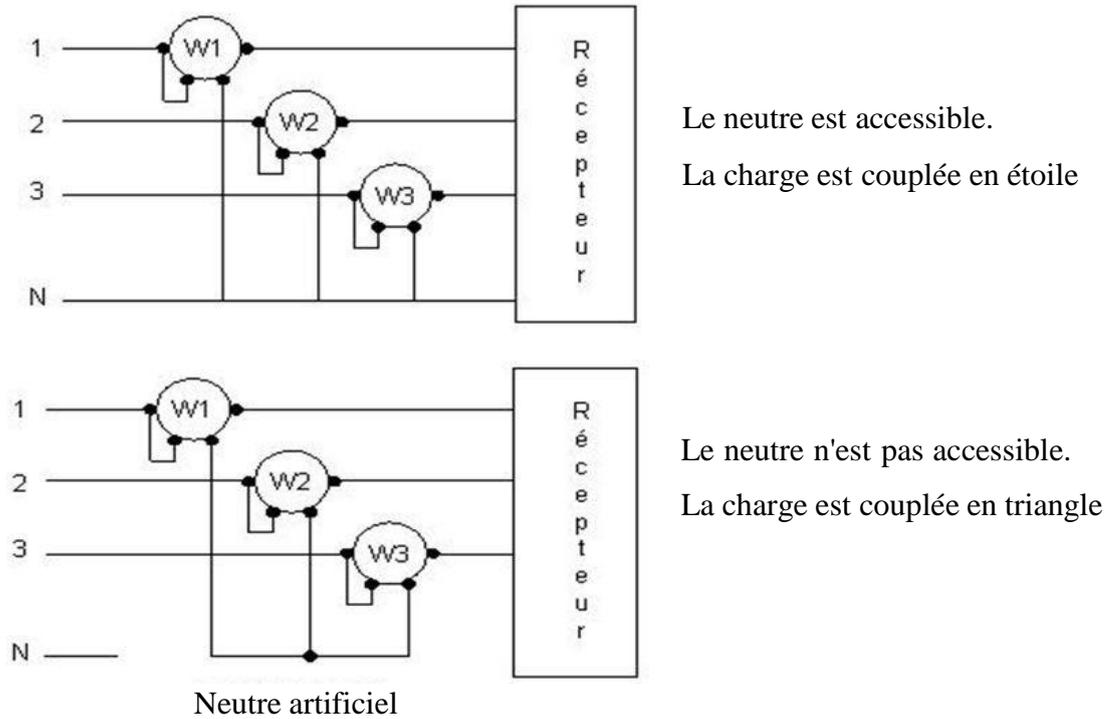
Pour les tensions composées forment aussi un système triphasé équilibré qui est déphasé de  $\frac{\pi}{6}$  par rapport au système triphasé de tensions simples et chaque tension composée égale à:  $U = \sqrt{3} V$ .

Cette relation est toujours vraie quelque soit la charge.

**Méthode de 3 wattmètres**

Dans un récepteur en triangle, le neutre  $N'$  est constitué artificiellement, et il est confondu avec  $N$  quand la distribution est à 4 fils.

Cette méthode est valable pour une charge triphasée équilibrée ou non, couplée en étoile ou en triangle.



**Figure 2.26.** Mesure de la puissance active  $P$  par la méthode de 3 wattmètres.

La puissance active est donnée dans les deux cas par:

$$P = W_1 + W_2 + W_3 \tag{2.71}$$

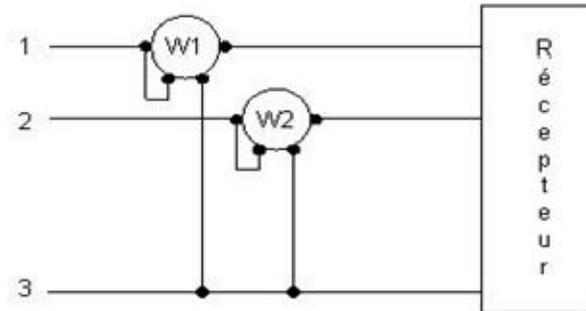
$$P = U_1 I_1 \cos\varphi_1 + U_2 I_2 \cos\varphi_2 + U_3 I_3 \cos\varphi_3 \tag{2.72}$$

Lorsque la charge est équilibrée, les trois Wattmètres donnent la même indication et il suffit d'un seul Wattmètre pour mesurer la puissance active consommée:

$$P = 3.W \ (W_1 = W_2 = W_3) \tag{2.73}$$

**Méthode de 2 wattmètres (méthode double wattmètre)**

Elle est utilisée pour une système de distribution à 3 fils et le montage doit être fait de la façon suivante:



$$W_1 = U_{13} \cdot I_1 \cdot \cos(\vec{U}_{13}, \vec{I}_1) \quad W_2 = U_{23} \cdot I_2 \cdot \cos(\vec{U}_{23}, \vec{I}_2)$$

**Figure 2.27.** Mesure des puissances à l'aide de la méthode de deux wattmètres.

On prend le troisième fil par rapport au deux autres comme un neutre.

En reprenant les relations instantanées de la puissance et de courant, on trouve:

$$P = U_{1n}i_1 + U_{2n}i_2 + U_{3n}i_3 \tag{2.74}$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \Rightarrow i_3 = -(i_2 + i_1)$$

$$P = U_{1n}i_1 + U_{2n}i_2 + U_{3n}(-i_1 - i_2)$$

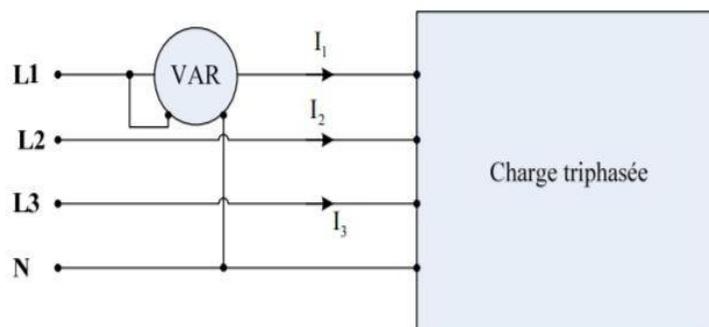
$$P = U_{1n}i_1 + U_{2n}i_2 - U_{3n}i_1 - U_{3n}i_2$$

$$P = i_1(U_{1n} - U_{3n}) + i_2(U_{2n} - U_{3n})$$

$$P = U_{13}i_1 + U_{23}i_2 \tag{2.75}$$

**Méthode de mesures directes de puissances réactives**

La puissance réactive "Q" est de la forme:  $Q = U \cdot I \sin\varphi$ , et pour la mesurer, on dispose de Varmètre.



**Figure 2.28.** Mesure de la puissance réactive triphasée avec un varmètre.

Les méthodes de mesure sont identiques aux méthodes de mesure des puissances actives.

En régime alternatif sinusoïdal équilibré en tensions et courants:

$$Q = 3VI\sin\varphi = \sqrt{3}UI\sin\varphi \quad (2.76)$$

### Méthode de mesures indirectes de puissances réactives

Elle utilise des wattmètres et le montage est fait de telle sorte que nous mesurons que la puissance réactive.

Dans ce cas, la puissance réactive totale est:

$$Q = U_{1n}i_1\sin\varphi_1 + U_{2n}i_2\sin\varphi_2 + U_{3n}i_3\sin\varphi_3 \quad (2.77)$$

#### 2.6.8. Ligne équilibrée en tension et courant (à 3 ou 4 fils)

On peut utiliser deux méthodes suivantes:

##### a. Mesure de la puissance réactive avec un wattmètre

Un seul wattmètre: circuit courant sur une phase, circuit tension entre les autres.

Indication du wattmètre :

$$W = UI\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = UI\sin\varphi \quad (2.78)$$

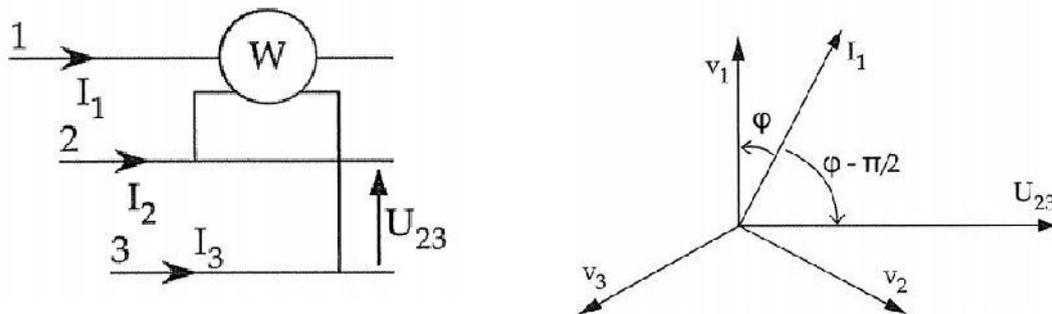


Figure 2.29. Graphique montre la méthode d'un seul wattmètre.

D'où la puissance réactive:

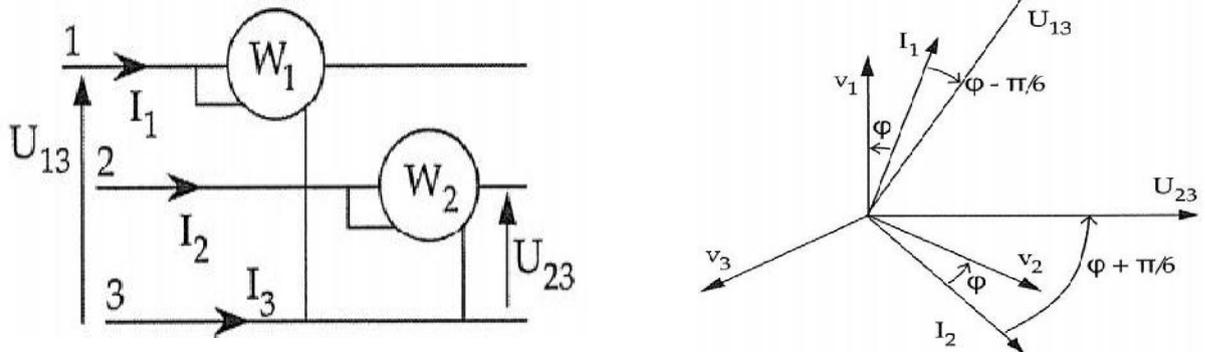
$$Q = \sqrt{3}W \quad (2.79)$$

**Remarque:** la méthode peut être étendue au cas des systèmes équilibrés en tension mais déséquilibrés en courant. Pour ce faire, on utilise 3 wattmètres branchés de façon analogue, la puissance réactive s'exprimant par:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}}(W_1 + W_2 + W_3) \quad (2.80)$$

**b. Méthode des 2 wattmètres (la plus utilisée)**

Dans le cas où on dispose d'une ligne triphasée à 3 fils (trois phases uniquement), on utilise la méthode des deux wattmètres selon la figure (2.30).



**Figure 2.30.** Mesure des puissances  $Q$  en ligne triphasée à 3 fils.

Indication de chaque wattmètre:

$$W_1 = U_{13}I_1\cos(I_1, U_{13}) = UI\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$W_2 = U_{23}I_2\cos(I_2, U_{23}) = UI\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)$$

Sachant que:  $\begin{cases} U = U_{13} = U_{23} = U_{12} \\ I = I_1 = I_2 = I_3 \end{cases}$

Avec:  $\begin{cases} \cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \\ \cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \end{cases}$

Alors la somme des inductions donne:

$$W_1 + W_2 = UI\left(\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)\right) = 2UI\cos\frac{\pi}{6}\cos\varphi = \sqrt{3}UI\cos\varphi \quad (2.81)$$

On retrouve la puissance active totale.

La différence des indications:

$$W_1 - W_2 = UI \left( \cos \left( \varphi - \frac{\pi}{6} \right) - \cos \left( \varphi + \frac{\pi}{6} \right) \right) = 2UI \sin \varphi \sin \frac{\pi}{6} = UI \sin \varphi \quad (2.82)$$

La puissance réactive totale s'exprime donc:

$$Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2) \quad (2.83)$$

**Remarque:**

Selon le signe de  $P_2$ :

- Lorsque  $\varphi < \frac{\pi}{3}$  : dans ce cas  $W_2 = UI \cos(30 + \varphi) > 0$  et  $W_1 > 0$

$$\text{donc } \begin{cases} P = W_1 + W_2 \\ Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2) \end{cases}$$

- Lorsque  $\varphi > \frac{\pi}{3}$  : dans ce cas  $W_2 = UI \cos(30 + \varphi) < 0$  et  $W_1 > 0$

$$\text{donc } \begin{cases} P = W_1 - W_2 \\ Q = \sqrt{3}(W_1 + W_2) \end{cases}$$

**NB:**

La méthode des deux wattmètres ne permet de déterminer la puissance réactive que dans le cas d'un système équilibré en tension et en courant, alors qu'elle fournit la puissance active dans tous les cas de fonctionnement.

L'application de cette méthode, nécessite de repérer l'ordre de succession des phases, donc il suffit alors de se placer dans le cas de fonctionnement pour lequel le signe de  $Q$  est connue et observer les indications des deux wattmètres. ( $Q > 0$  pour une charge inductive et  $Q < 0$  pour une charge capacitive).

**Mesures de déphasage**

On se propose de mesurer le déphasage  $\varphi$  entre deux signaux sinusoïdaux de même pulsation  $w$  à l'aide d'un oscilloscope bicourbe. Les deux signaux  $V_1(t)$  et  $V_2(t)$ , envoyés

respectivement sur les voies 1 (CH1) et 2 (CH2) de l'oscilloscope, ont la forme respective suivante:

$$V_1(t) = V_{m1} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.84.a)$$

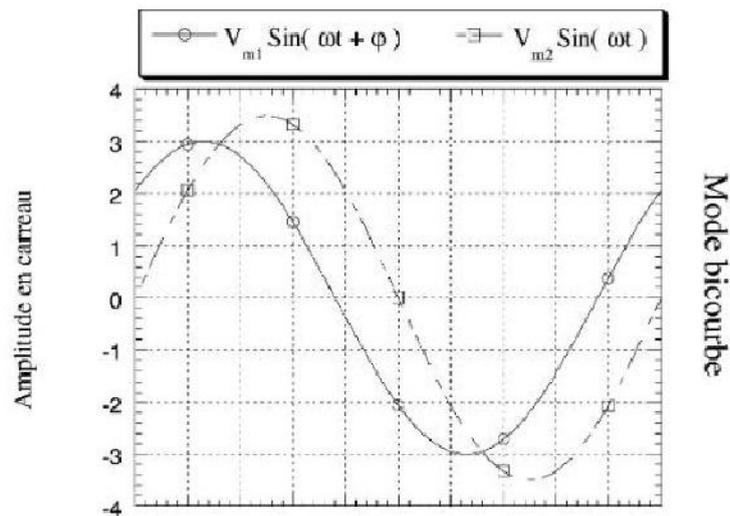
$$V_2(t) = V_{m2} \cdot \sin(\omega t) \quad (2.84.b)$$

Remarque: Si  $\varphi > 0$  ( $< 0$ ), le signal  $V_1(t)$  est en avance (retard) sur  $V_2(t)$ .

Note: Il est possible à l'aide d'une synchronisation externe de mesurer  $\varphi$  avec un oscilloscope monocourbe.

### Mesure directe de déphasages à l'oscilloscope

La méthode directe est obtenue à partir de la visualisation en mode bicourbe (mode SHOP ou DUAL des signaux  $V_1(t)$  et  $V_2(t)$ . La figure (2.31) fournit ce que l'on verrait à l'écran pour une base de temps ajustée (utilisation du bouton VAR) de telle manière que la période  $T$  corresponde à un affichage plein écran (ici 10 carreaux soit 50 graduations).



**Figure 2.31.** Déphasage entre deux tensions sinusoïdales avec  $V_1(t)$  en avance sur  $V_2(t)$ .

On en déduit facilement (règle de 3) la valeur du déphasage par le rapport de  $r$  sur  $T$ . On trouve :

$$\varphi = 2\pi r/T \quad (2.85)$$

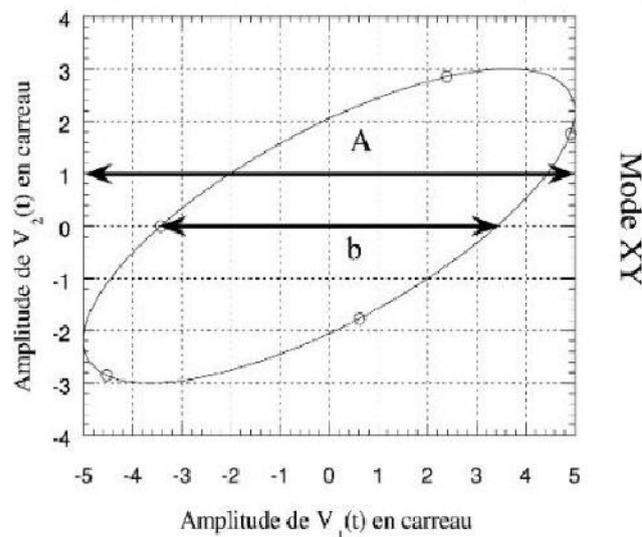
Remarque 4: Ici  $\varphi$  ne dépend pas du calibre utilisé si la mesure de  $r$  et  $T$ , est effectuée sur le même calibre. Sur la figure 1, la période de  $V_2(t)$  occupe 10 carreaux sur l'axe des temps, un carreau correspond dans ce cas  $36^\circ$  de déphasage (et une graduation à  $7,2^\circ$ ).

L'incertitude sur  $\varphi$  notée  $\Delta\varphi$  est obtenue facilement par un calcul d'incertitude. On trouve:

$$\Delta\varphi = \varphi(\Delta\tau/\tau + \Delta T/T) \quad (2.86)$$

### Mesure de déphasages avec les figures de Lissajous

La méthode de Lissajous est quant à elle obtenue à partir de la visualisation en mode XY des signaux  $V_1(t)$  et  $V_2(t)$ . La figure (2.32) nous montre ce que l'on verrait à l'écran pour un gain sur  $V_1(t)$  (CH1) ajusté ( utilisation du bouton VAR) de telle manière que  $A$  corresponde à un affichage plein écran (ici 10 carreaux soit 50 graduations).



**Figure 2.32.** Mesure d'un déphasage par la méthode de Lissajous.

A partir des équations (2.84.a, b), on en déduit facilement la valeur du déphasage la méthode de  $b$  (obtenu pour  $V_2(t) = 0$  c'est-à-dire  $wt = k\pi$ ) et de  $A$  ( $= 2V_{m1}$ ). On trouve :

$$|\sin(\varphi)| = b/A \quad (2.87)$$

Note: Habituellement, la mesure de  $\varphi$  est obtenue par la lecture de  $A$  et  $b$  sur l'axe vertical. La raison, pour laquelle nous préférons prendre l'axe horizontale et le nombre plus important de carreaux sur cet axe, donc à une précision plus importante.

L'incertitude sur  $\varphi$  notée  $\Delta\varphi$  est obtenue par un calcul d'incertitude. On trouve :

$$\Delta\varphi/\varphi = |\tan(\varphi)|(\Delta A/A + \Delta b/b) \quad (2.88)$$

### **Conclusion**

On a montré dans cette étude que la méthode de Lissajous donnait les meilleurs résultats pour des valeurs de déphasage  $< 65^\circ$ , ceci pour des mesures de  $r$  et  $T$  ( $b$  et  $A$ ) effectuées sur des calibres optimisés respectivement sur  $T$  ("méthode directe") et  $A$  ("méthode de Lissajous"). Néanmoins, lorsque l'on prend des calibres adaptés à chaque mesure, on constate que "méthode directe" peut fournir les meilleures mesures de déphasage pour  $\varphi$  compris entre  $\cong 40^\circ$  et  $\cong 60^\circ$ . Pour terminer, on pourra considérer d'une manière générale, que la "méthode de Lissajous" sera la plus performante pour des valeurs de  $\varphi < 30^\circ$ .

### **Mesures de fréquences et de périodes**

#### **Mesure directe de fréquence à l'oscilloscope**

A l'aide du commutateur de base de temps, on choisit la constante de balayage étalonnée  $Cb = 1/V_B$  (en  $s/cm, ms/cm$  ou  $\mu s/cm$ ) qui correspond à un oscillogramme fixe comportant au moins une période de la tension mesurée, appliquée aux plaques de déviation verticale. Le calcul du nombre de divisions connues ( $n$ ) dans une période permet de connaître la valeur exacte de la fréquence inconnue.

#### **Mesure de fréquences par la méthode du fréquencemètre**

La mesure digitale d'une fréquence est généralement plus précise que la mesure analogique. Pour effectuer une mesure digitale de fréquence, il suffit de compter le nombre de périodes du signal pendant un temps donné.

Utilisé en haute fréquence. La base de temps génère un temps  $\Delta T$  fixé (par exemple une seconde). On compte le nombre de périodes du signal pendant  $\Delta T$ . La précision de la mesure dépend de la précision de  $\Delta T$ . Voir figure (2.34).

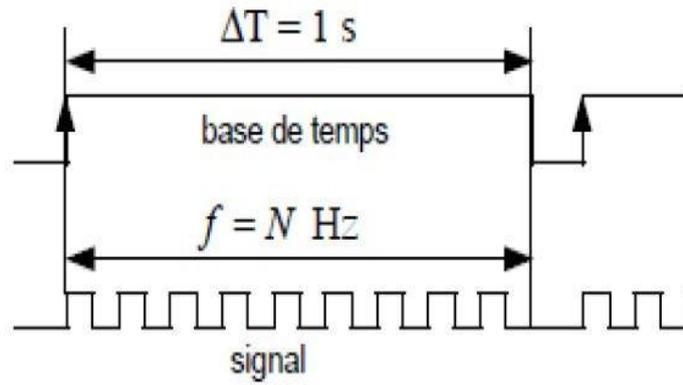


Figure 2.34. Principe de fonctionnement d'un fruencemtre numérique.

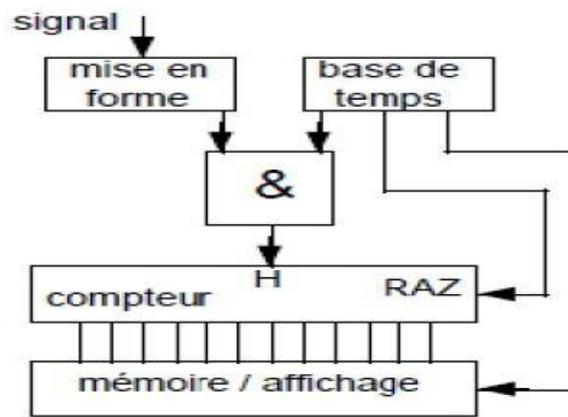


Figure 2.35. Schéma synoptique d'un fruencemtre.

### Mesure de fruquences par la méthode du priodemtre

Utilisé en basse fruence. Une base de temps (un oscillateur  quartz) génère un temps  $\Delta T$  fixé (par exemple une milliseconde). On mesure par comptage des intervalles  $\Delta T$  le temps écoulé pendant une période du signal (par exemple entre deux fronts montants).

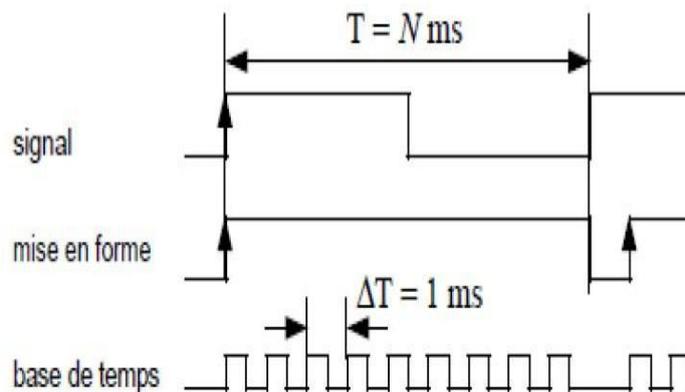


Figure 2.36. Principe de fonctionnement d'un priodemtre.

