Amplitude de Diffusion

&

Modèle des Quarks

$\varepsilon_{ijk}\,\psi^{ijk} = S \hookrightarrow 1$

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 + 8 + 8 + 1$$

Exo: $8 \times \bar{3} = \overline{15} + 6 + \bar{3}$

$$8 \times 8 = 1 + 8 + 8 + 10 + \overline{10} + 27$$

Isospin:

Dans les réactions Nucl on avait remarqué que les I Nucl sont indépendants de la charge électrique du Nucleon en plus $m_n = m_p$.

Heizenberg en 1932 postula que.

$p \equiv n$, deux état $\neq$ de la même pc.

(exp $e^- \to \uparrow\downarrow$)

Donc on a été appelé à utiliser la même structure mettant en jeu SU(2).

$\longrightarrow H_{\substack{fnag\\(Nucl)}}$ est : $SU(2) \longrightarrow$ invariant

donc on a $[T_i, T_j] = i\,\varepsilon_{ijk}\,T_k$

$\Rightarrow T_3|p\rangle = \frac{1}{2}|p\rangle \qquad T_+|n\rangle = |p\rangle$

$T_3|n\rangle = -\frac{1}{2}|n\rangle \qquad T_-|p\rangle = |n\rangle$.

et qu'on peut généraliser pour d'autres Hadrons $\pi^+, \pi^-, \pi^0 \longrightarrow$ pions $I = 1$

$\Sigma^\pm, \Sigma^0 \longrightarrow I = 1$, $(\Lambda^0) = \Lambda \to I = 0$

(K^+, K^0) } doublet $I = 1/2$.
$(K^-, \bar{K}^0)$ }

Relation de Klein-Nishijima : (1953)

Il existe une relation entre la charge et la 3ème composante de l'Isospin.

$I_{tot}, Q \longrightarrow$ multiplet.

$$Q = I_3 + \frac{B}{2}$$

Pour les Pions $\boxed{Q = I_3}$

Construction des / Production associée :

$$\pi^+ + n \xrightarrow{\text{strong}} \Lambda^0 + K^+ \longrightarrow \begin{cases} \pi^0 \pi^0 \pi^0 \\ \pi^+ \pi^- \pi^0 \end{cases} : \tau \sim 10^{-8}\,s$$

$$\pi^- + p \longrightarrow \begin{cases} K^+ + \Sigma^+ \\ \Lambda^0 + K^0 \; (3) \end{cases}$$

$$\hookrightarrow \pi^- + p : \quad \tau \sim 10^{-10}\,s$$

- $\neq$ des durées de vie entre celle attendues (10[illegible] et celles observées $\sim 10^{-10}$ s.

- apparition simultanée de Λ et K et Σ. K qui sont dits associés.

- Soit l'étrangeté S. S est conservée lors d'une I-forte.

on a π, $N(n,p) \longrightarrow S=0$

$$\begin{cases} S(\Lambda^0) = -1 \\ S(K^+) = S(K^0) = 1 \end{cases}$$

et on voit que dans $K^+ \longrightarrow \pi\pi\pi$ il n'y a pas de conservation de S.

avec une durée de vie de 10^{-8} s (W I)

donc l'IW ne conserve pas S.

- G.M et N $\longrightarrow$ ont donné une relation linéaire entre Q, I_3, S.

$$\boxed{Q = I_3 + \frac{Y}{2}}$$

$Y = B + S$

hyper charge.

et cette formule se généralise avec les autres nombres quantiques $\underset{\text{charm}}{C}$, $\underset{\text{Bottom / Beauty}}{B}$, $\underset{\text{Top}}{T}$.

$$Y = B + S + C + \tilde{B} + T.$$

Ex: $d(pn) \longrightarrow I = 0$ état singulet

- H_{st} est invariant lors d'une transf d'Isospin on a donc $\longrightarrow$ $2I+1$ etats dégénerés

- Amplitude d'1 processus $\longrightarrow$ Int forte
  indépendante de I_3.

- Pour une particule dans un pot à symetrie sphérique on a E_n est indépendante de $J_3 \to (2J+1)$
  où $R = e^{i\vec{\theta}\vec{J}}$, conservation de J.

$$[H, J_i] = 0$$

$$\longrightarrow \quad H\,[\vec{J}|n, J\rangle] = \vec{J} H\, |nJ\rangle$$

$$= \epsilon_{nj}\, \vec{J}\, \underbrace{|n, J\rangle}_{\text{vect de base pour la } \underbrace{R\,I}_{\text{représent irréd}} \text{ d'ordre } J}$$

- donc dans une Int forte on a conservation de I et de I_3.
  mais l'amplitude est indépendante de I_3

$$H_{st} |I, I_3\rangle = \epsilon_I |I, I_3\rangle$$

$$H_{st} |I, I_3'\rangle = \epsilon_I |I, I_3'\rangle$$

$$\to \quad |\langle I\, I_3 | A | I\, I_3 \rangle|^2 = |\langle I\, I_3' | A | I\, I_3' \rangle|^2$$

$\sigma \propto \sim |\text{amplitude}|^2$.

Ex 1 :

$$\pi^0 + p \longrightarrow \pi^+ + n$$

I_3	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$
I	$\underbrace{1 \quad \frac{1}{2}}_{\frac{1}{2},\, 3/2}$		$\underbrace{1 \quad \frac{1}{2}}_{1/2,\, \frac{3}{2}}$	

Ex 2 :

$$p + p \longrightarrow d + \pi^+$$

$$p + n \longrightarrow \underset{0}{d} + \underset{1}{\pi^0}$$

$I = 0, 1$

on a $|pp\rangle = |\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\rangle|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\rangle = |1\,1\rangle$

$|np\rangle = |\frac{1}{2}\,-\frac{1}{2}\rangle|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1,0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|0,0\rangle$

$|d\pi^+\rangle = |1\,1\rangle$

$|d\pi^0\rangle = |1,0\rangle$

$\sigma(\underbrace{pp \longrightarrow \pi^+ d}_{\text{conservation de } I}) \propto |\text{amplitude}|^2$

$\sim |\langle I\, I_3 | A | I\, I_3\rangle|^2 \sim |\langle I\, I_3' | A | I\, I_3'\rangle|^2$

$\}\ I_3 \neq I_3'$

$|\langle \pi^+ d | A | pp\rangle|^2 = |\langle 1 1 | A | 1 1\rangle|^2$

$|\langle \pi^0 d | A | pn\rangle|^2 = \frac{1}{2} |\langle 1 0 | A | 1 0\rangle|^2$

et comme l'Amplitude A indépendante de I_3

$\Rightarrow |\langle 1 1 | A | 1 1\rangle|^2 = |\langle 1 0 | A | 1 0\rangle|^2$.

donc on a $\dfrac{\sigma(pp \longrightarrow d\pi^+)}{\sigma(pn \longrightarrow d\pi^0)} = 2$

- SU(3) $\quad n^2-1=8$ paramètres indép

$$U(\varepsilon_1,\dots,\varepsilon_8) = \exp[i\varepsilon_a\lambda_a] \quad a=1,\dots,8$$

λ_a : matrices Hermitiennes et de Trace nulle.

$\underset{\uparrow \text{rang}}{n-1} = 2$ générateurs (diagonaux)

Rep fond $\longrightarrow \underset{\uparrow\text{triplet}}{n=3} = \psi^i$

$$SU(3)_c \quad \psi^i = \begin{pmatrix} R\\ G\\ B\end{pmatrix}$$

$$SU(3)_I \longrightarrow \begin{pmatrix} u\\ d\\ s\end{pmatrix}$$

on a

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0&1&0\\ 1&0&0\\ 0&0&0\end{pmatrix},\quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0&-i&0\\ i&0&0\\ 0&0&0\end{pmatrix}$$

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1&0&0\\ 0&-1&0\\ 0&0&0\end{pmatrix},\quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0&0&1\\ 0&0&0\\ 1&0&0\end{pmatrix},\quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0&0&-i\\ 0&0&0\\ i&0&0\end{pmatrix}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0&0&0\\ 0&0&1\\ 0&1&0\end{pmatrix},\quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0&0&0\\ 0&0&-i\\ 0&i&0\end{pmatrix},\quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt3}\begin{pmatrix} 1&0&0\\ 0&1&0\\ 0&0&-2\end{pmatrix}$$

$\rightarrow \mathrm{Tr}\,\lambda_i = 0$

$$\left[\frac{\lambda_i}{2},\frac{\lambda_j}{2}\right] = i\,\underset{\uparrow\,\text{cst de structure}}{f_{ijk}}\,\frac{\lambda_k}{2}$$

$\frac{\lambda_i}{2} = F_i$

$[F_3, F_8] = 0$

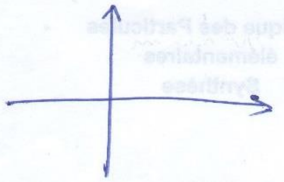
← on les utilise pour indicer les états

39

on a vu les SU(2)

I_3 ——×——×——×——→ $\vec{I} = 1$
$\quad\;\; -1 \quad 0 \quad 1$

SU(3)



on utilise deux axes

Modèle des quarks;

Avant l'utilisation de quarks, on utilisait SU(2). Mais avec la découverte de S on l'a généralisé

donc

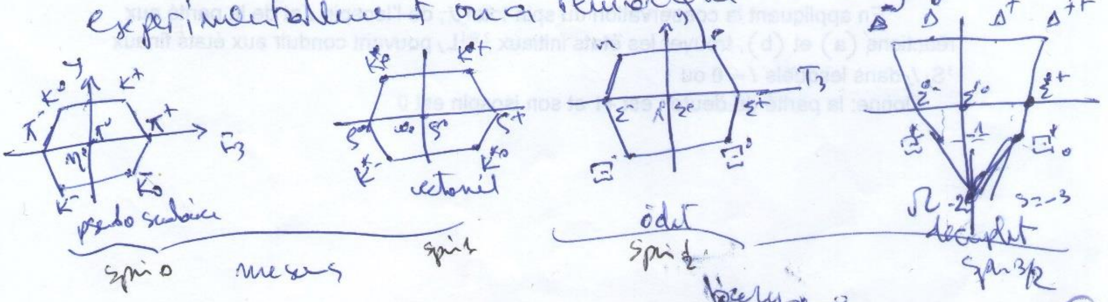
$$\underset{(I_3)}{\underset{\text{rang } 1}{SU(2)}} \longrightarrow \underset{\text{rang } 2}{SU(3)}$$

I_3 + $Y = B + S$
$\downarrow \qquad \downarrow$
$F_3 \qquad F_8$

SU(3) : rassemble les Hadrons qui ont des propriétés similaires.

$\left.\begin{array}{l}\text{même}\\ \text{spin}\\ \text{parité}\end{array}\right\} \rightarrow$ multiplet SU(3)

expérimentalement on a remarqué cette symétrie



D. Tous le Travail : Absence des symétries discrètes.

- Il y'a aussi 1 octet (8) pour Anti-pc (baryons)

Decuplet(10) A.P (")

- En SU(3) → est une bonne generalisation de SU(2)

(symetrie unitaire (Eight fold way).

- Mais on voit dans ce modele que les pcs ayant des masse assez ≠ 400 MeV.

Mais bons SU(2).

$$\frac{m_n - m_p}{m_n + m_p} = 7 \times 10^{-3}$$

$$\frac{m_{\pi^+} - m_{\pi^0}}{m_{\pi^+} + m_{\pi^-}} = 1{,}7 \cdot 10^{-2}$$

SU(2) est une tres bonne symetrie.

- Pour les mesons

$m_K > 3\, m_\pi$

Le Modele des Quarks : Gell-Mann + Zweig 1964

Hadrons ⟶ objets composés

↓

3 quarks ⟶ 3

il y'a 3aq ⟶ $\bar{3}$

a - symetrie Unitaire :

- En generalisant $SU(2)$ de rang (1) (Isospin)

On a trouver la Conservation de (S) I-forte

$\longrightarrow SU(3)$

on a

meson 0^- = octet
meson 1^- = octet } 8
baryons $\frac{1}{2}^+$ = octet
AB $\frac{1}{2}^+$ = octet

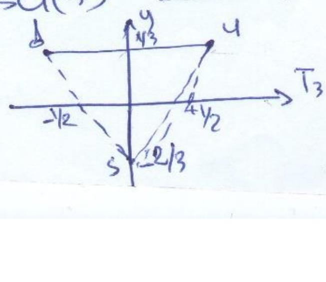
baryons $\frac{3}{2}^+$ = decuplet } 10
AB $\frac{3}{2}^+$ = "

rq : Dans $SU(3)$ la symetrie st violée / masse

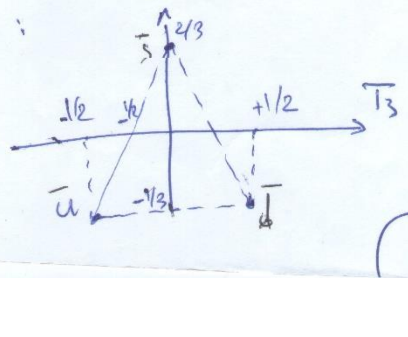
b/ Modele des quarks :

Hadrons : On a definit les Hadrons, comme etant des objets composites $\longrightarrow$ de cela qu'on a proposé l'∃ des quarks et tel que la maniere de leurs composition donne des pcs differentes.

$SU(3) \longrightarrow 3, \bar{3}$:



$\longrightarrow$



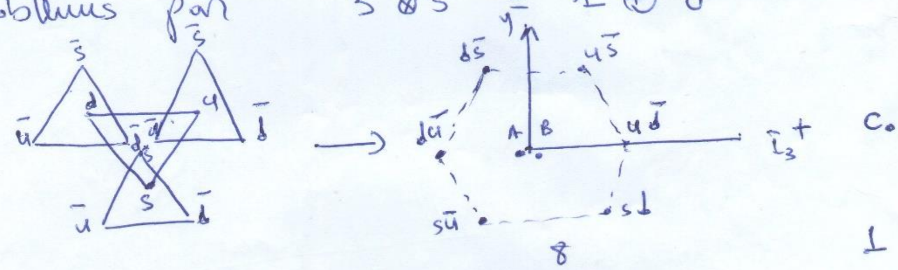
Donc les quarks sont des fermions (spin = 1/2).

quarks	spin	B	Q	I_3	S	Y
u	1/2	1/3	2/3	1/2	0	1/3
d	1/2	1/3	-1/3	-1/2	0	1/3
s	1/2	1/3	-1/3	0	-1	-2/3

A partir des ces quarks on peut avoir Mesons ($q\bar{q}$) et Baryons (qqq)

a/ <u>les mesons</u> : etats liés de $q\bar{q}$, $B = 0$

obtenus par $3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$



A.B.C $\longrightarrow$ $y = 0$, $I_3 = 0$

Pour $s = 1$ $\left\{ \begin{array}{l} K^0 \longrightarrow d\bar{s} \\ K^+ \longrightarrow u\bar{s} \end{array} \right\}$ doublet $s = -1$ $\left\{ \begin{array}{l} \bar{K}^0 = s\bar{d} \\ K^- = s\bar{u} \end{array} \right.$

$s = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \pi^- : d\bar{u} \\ \pi^+ : u\bar{d} \\ A : \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) = \pi^0 \end{array} \right.$

$C = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$

et $B \perp A, C \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \langle B|C\rangle = 0 \\ \langle B|A\rangle = 0 \end{array} \right. \Longrightarrow B = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + [illegible])$

- On sait que les quarks sont anti-alignés

$q\bar{q}$: mesons pseudo-scalaires ($S=0$)

$\uparrow\downarrow$ $L=0$

pour 1 état de plus basse énergie

$q\bar{q}$ excités { angulaire (rotation)
radiale (vibration)

donne les autres mesons.

~~les deux nombres quantiques~~.

On obtient ces excitations (donc autres mesons) <resonances> en utilisant les deux nbres $q^{t}q$

P et C

$\longrightarrow$ $P = (-)(+)(-1)^{\ell} = -(-1)^{\ell}$

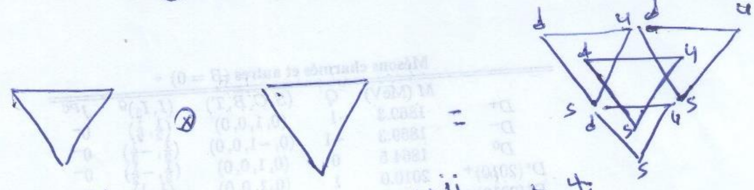
$C = (-1)^{L+S}$

A partir de sa on peut classer tous les mesons

	Spin	J^{PC}	SU(2) $I=1$	SU(3) $I=1/2$	$I=0$	Masse observée MeV
$L=0$	$S=0$	0^-	π	$K, \bar{K}$ (K^+K^0, $\bar{K}^0K^-$)	η, η'	500
	$S=1$	1^{--}	ρ ($\rho^+\rho^0\rho^-$)	$K^*, \bar{K}^*$	ω, φ	860
$L=1$	$S=0$	1^{+-}	mesons excités (masse $\uparrow$)			1200
		2^{++}				1400
	$S=1$	1^{++}				1300
		0^{++}				1500

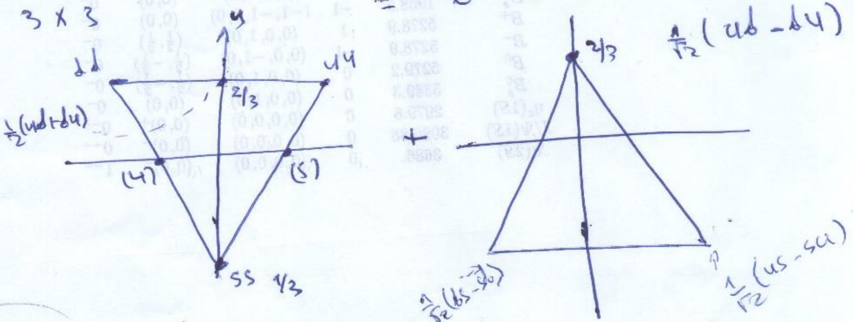
b/ Baryons:

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 + 1$$



$$\psi^i \times \psi^j = \psi^{ij} + \psi_k$$

$$3 \times 3 = 6 + \bar{3}$$



- secteur non étrange

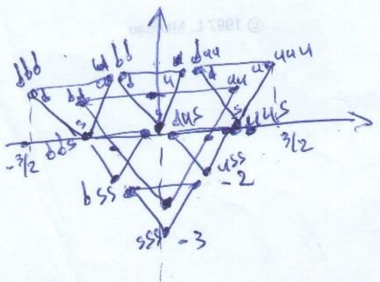
$= 3 + 1$

$$\left\{ \begin{array}{c} dd \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du) \\ uu \end{array} \right\} + \frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)$$

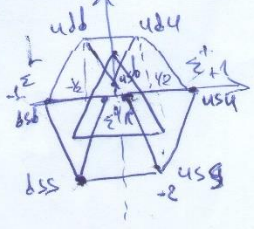
4) $\frac{1}{\sqrt{2}}(ds + sd)$ 5) $= \frac{1}{\sqrt{2}}(us + su)$

donc $(6 + \bar{3}) \times 3 = (6 \otimes 3) \oplus (\bar{3} \otimes 3)$

$$10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$



+



- exp! On peut avoir l'etat Δ^+ du Δ^{++} en agissant par T_- tq. $T_-|\lambda, M\rangle = \sqrt{J(J+1) - M(M-1)}\,|\lambda, M-1\rangle$

~~$T_-|uuu\rangle = \sqrt{J(J+1) - M(M-1)}\,|uud\rangle$~~

~~$T_-\Delta^{++} = \Delta^+$~~ qui

$$\longrightarrow \Delta^+ = \frac{1}{\sqrt{3}}\,|uud + udu + duu).$$

- pour le proton on a

$|P\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)u$. mixte mais qui

la 3ème pc quit d'une symetrie

verifie.

$$\left.\begin{array}{l}\langle p'|P\rangle = 0 \\ \langle P'|\Delta^+\rangle = 0\end{array}\right\} \Longrightarrow p' = \frac{1}{\sqrt{6}}\left[(ud + du) - 2uud\right].$$

de l'etat sri.

et de la m̂ façon on trouve tous

les autres termes

<u>exercice</u>: Combinaison de 3 spins 1/2.

Trouver tous les etats correspondants

à la composition de 3 etats de spin 1/2.

- si on prend le cas de $\Delta^{++}_{(spin)\,sym}$ $J_{\Delta^{++}} = 3/2$

$\Delta^{++}_{(Isospin)} = uuu$ sym

On pose $\psi = \psi_1(spin)\,\psi_2(Isospin)\,\psi_3(color)$.

Δ^{++} est symetrique / au spin et Isospin mais elle doit etre antisymetrique / la Couleur

Hypothèse! Pour tous les hadrons avec

ψ_1(spin) ψ_2(isospin). la fct d'onde est ψ symétrique <Modèle symétrique des quarks>

- maintenant on prend la fct d'onde du proton $|p\uparrow\rangle$ symt..

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left[P_S\,\chi(M_S) + P_A\,\chi_A(M_A)\right] \longrightarrow$$ elle est complètement symétrique

$$|p\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}}\left[u\uparrow u\downarrow d\uparrow + u\downarrow u\uparrow d\uparrow - 2u\uparrow u\uparrow d\downarrow + u\downarrow d\uparrow u\uparrow + u\downarrow d\uparrow u\uparrow - 2u\uparrow d\downarrow u\uparrow + 3^{e}\text{ permut}\right]$$

46'

Exercice ②: Soient les R. fortes suivantes

$\pi^+ + p \longrightarrow \pi^+ + p \longrightarrow \sigma^+$

$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + p \longrightarrow \sigma^-$

$\pi^- + p \longrightarrow \pi^0 + n \longrightarrow \sigma^0$

~~sachant que~~ ~~du principe de~~

sachant que ~~$\langle \frac{3}{2}$ A~~

$\langle 3/2, -\frac{1}{2} | A | \frac{3}{2}, -1/2 \rangle = \langle \frac{3}{2}, \frac{3}{2} | A | \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \rangle$

montrer que pour

$\left.\begin{array}{l} \langle \pi^+ p | A | \pi^+ p \rangle = f_+ \\ \langle \pi^- p | A | \pi^- p \rangle = f^- \\ \langle \pi^0 n | A | \pi^0 n \rangle = f_0^0 \end{array}\right\} \longrightarrow f^+ - \sqrt{2}\, f_0^0 = f^-$

et qu'on peut obtenir

$$\boxed{\sqrt{\sigma_0^-} + \sqrt{2\sigma^0} > \sqrt{\sigma^+}}$$

- Moment magnétique:

un quark $\longrightarrow 3 \Rightarrow$ baryon $= 3 \otimes 3 \otimes 3 =$ ps de Dirac

si chaque quark a un mt magnétique

$$\mu_i = Q_i \left(\frac{e}{2m_i}\right)$$

$$\mu_h = \sum_{i=1}^{3} \langle h | \mu_i (\sigma_3)_i | h \rangle$$

op de mt magnétique

- Proton $|p\uparrow\rangle$

$$\mu_p = \sum_{i=1}^{3} \langle p\uparrow | \mu_i (\sigma_3)_i | p\uparrow \rangle$$

$$= \frac{1}{18}\left[(\mu_u - \mu_u + \mu_d) + (-\mu_d + \mu_u + \mu_d) + 4(2\mu_u - \mu_d)\right] \times 3$$

$$= \frac{1}{3}(4\mu_u - \mu_d)$$

$$\mu_n = \frac{1}{3}(4\mu_d - \mu_u)$$

et comme $m_u = m_d$.

$$\Rightarrow \boxed{\mu_u = -2\mu_d} \Rightarrow \frac{\mu_n}{\mu_p} = -\frac{2}{3} \rightarrow \underbrace{-0{,}685}_{exp}$$

qui est une preuve irréfutable de l'∃ des quarks

* ≠ de masses:

≠ masses entre les quarks ⟶ relation entre les masses des ≠ Hadrons

SU(2) ~ exacte $m_u = m_d$.

SU(3) ≠ exacte ⟶ $m_s > m_u = m_d$.

- mais ~~observant des~~ en mesurant les masses des ~~baro~~ ≠ Hadrons on a peut observer certains liens.

a. exp: pour le décuplet

$$\underbrace{\Sigma^*(1384) - \Delta(1232)}_{152\,MeV} = \underbrace{\Xi^*(1533) - \Sigma^*(1384)}_{149\,MeV}$$

b- ≠ masses entre MND (multiplets de différentes Natures) de ≠ Multiplets & m̂ contenu en quarks.

$$m(\Delta^+) \neq m(P)$$
$$\quad uud \qquad\quad uud$$

* on a la relation

$$m_p + m_{\Sigma^-} + m_{\Xi^0} = m_{\Sigma^+} + m_{\Xi^-} + m_n$$

- Couleur:

Δ^{++} $\underbrace{\text{doit avoir une}}_{\text{fct d'état}}$ (S)(AS) ← Greenberg 1964.

Cette partie AS. ~~de~~ c'est un degré de liberté caractéristique ⟶ charge (couleur), on a choisit de les appeler arbitrairement R.G.B.

qui sont un triplet de SU(3)

$$R \equiv \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \quad G\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \quad B\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

- donc on peut avoir la représentation suivante

$$\begin{array}{c|ccc} & u_R & u_G & u_B \\ \text{saveur} & d_R & d_G & d_B \\ & s_R & s_G & s_B \\ & c_R & \text{—} & \text{—} \\ & \vdots & & \\ \hline & & & \text{couleur} \end{array} \longrightarrow \boxed{\text{Hadrons}} \text{ ou } \boxed{\text{mesons}}$$

singulet de couleur

$$|qqq\rangle = \Delta^{++} \longrightarrow 3_c \times 3_c \times 3_c \longrightarrow 1_c \underset{\alpha\beta\gamma}{\leftrightarrow} \quad (c = \text{couleur})$$

$$\longrightarrow |qqq\rangle = u_\alpha\uparrow u_\beta\uparrow u_\gamma\uparrow \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \longrightarrow \text{singulet} \left(\begin{array}{c}\text{qui est anti}\\ \text{symétrique}\end{array}\right)$$
$$+ijk\ \varepsilon_{ijk}$$

- Pour les mesons aussi on doit avoir un singulet de couleur

$|q\bar{q}\rangle = u_\alpha \bar{d}_\beta \, \delta^\alpha_\beta \leftarrow (\pi^+ = u\bar{d})$

$\psi^i_j \, \delta^j_i \longrightarrow$ singulet

$= \frac{1}{\sqrt{3}} \left(u_R \bar{d}_R + u_G \bar{d}_G + u_B \bar{d}_B \right)$

on voit donc que

$3_c \times \bar{3}_c \longrightarrow 1_c$ (1 singulet de couleur)

$3_c \times 3_c \not\longrightarrow 1_c$ ne donne pas 1 singulet de couleur.

Exercice 3: Montrer que les états mesoniques

J^{PC} : $0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}$

n'existent pas dans le cas du modèle des quarks.

Exercice 2: sachant que les réactions suivantes sont fortes identifier la pc X.

$K^- + p \longrightarrow K^+ + X$

$\pi^- + p \longrightarrow K^0 + X$

$p + p \longrightarrow \pi^+ + n + \Lambda + X$