3.2.2 Description eulérienne :

On se place au point d'observation M fixe dans (R), repéré par le vecteur position $\vec{r} = \vec{OM}$. La vitesse locale $\vec{v}(M,t)$ du fluide en M fixe à l'instant t, est fonction des variables indépendant $\vec{r}$ et t.

Rq : ① Pour une particule P de fluide qui se trouve au point d'observation M à l'instant t, on peut confondre la vitesse locale $\vec{v}(M,t)$ et la vitesse instantanée de la particule.

$$\vec{v}(M,t) = \vec{v}_p(t)$$

② Attention, en description eulérienne, $\vec{v} \neq \frac{d\vec{r}}{dt}$ et $\vec{a} \neq \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

puisque $\vec{r}$ et t sont indépendants.

3.3 Dérivée particulaire.

Considérons une grandeur physique $f(x,y,z,t)$ attachée à une particule de fluide située en M à l'instant t.

par exemple f soit être température, pression, densité...

le taux de variation cette grandeur lorsque l'on suit la particule

$$df = \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz$$

$$\Rightarrow \frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t}\underbrace{\frac{dt}{dt}}_{=1} + \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{=u \text{ selon } x}\frac{\partial f}{\partial x} + \underbrace{\frac{dy}{dt}}_{=v \text{ selon } y}\frac{\partial f}{\partial y} + \underbrace{\frac{dz}{dt}}_{=w \text{ selon } z}\frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u\frac{\partial f}{\partial x} + v\frac{\partial f}{\partial y} + w\frac{\partial f}{\partial z}$$

ou bien par l'écriture vectorielle

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + (u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k})\cdot\left(\frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}\right)$$