

Exercice 1 (08 pts)

Quatre projets informatiques, décrits dans le tableau ci-dessous, sont proposés à une entreprise de développement qui dispose d'un budget de  $B = 12$  MD (million de dinars). On désire déterminer quels projets prendre afin que l'entreprise totalise un revenu maximal.

Projet i	1	2	3	4
Coût $c_i$ (en MD)	3	5	6	2
Revenu $r_i$ (en MD)	10	9	8	12

- 1) Ecrire la formulation mathématique de ce problème.
- 2) Quel serait le revenu de l'entreprise si elle prenait les projets  $\{1,3,4\}$  ?
- 3) Peut-on prendre les projets  $\{2,3,4\}$  simultanément ? justifier.
- 4) Montrer que ce problème est NP-complet.
- 5) En résolvant ce problème par l'algorithme de recuit simulé, on est arrivé à la solution courante  $\{1,3,4\}$  à une température  $T=10$ . Supposons que les voisins de  $\{1,3,4\}$  sont  $\{2,3,4\}, \{1,2,4\}, \{1,3,2\}$ . Calculer les probabilités respectives pour que cette solution soit remplacée par chacun de ses voisins.

Exercice 2 (12 pts)

- 1) On se propose de résoudre l'équation  $x^6 - y^5 - x^4 + y^3 - xy + 1 = 0$  d'inconnues entières  $x$  et  $y$  dans l'ensemble  $[1,n]^2$ .
  - a) Ecrire l'algorithme exhaustif permettant de calculer une solution (s'il y en a) de cette équation.
  - b) Modifier cet algorithme pour calculer toutes les solutions.
  - c) Comparer les complexités des deux algorithmes.
- 2) Afin de résoudre cette équation par une méthode de recherche locale, on définit la fonction de voisinage suivante :  $N(x,y) = \{(x',y') \in [1,n]^2 \text{ tels que } (|x' - x| = 1 \text{ et } y' = y) \text{ ou } |y' - y| = 1 \text{ et } x' = x\}$ , (c-à-d :  $x'$  et  $y'$  sont obtenus en ajoutant 1 ou en soustrayant 1 soit de  $x$  soit de  $y$ ).
  - a) Calculer le voisinage de chacune des solutions suivantes :  $(2,5)$  ;  $(1,4)$  ;  $(8,n)$  ;
  - b) Ecrire l'algorithme qui retourne un voisin aléatoire d'une solution  $(x,y)$ .
  - c) Formuler ce problème sous forme d'un problème d'optimisation.
  - d) Ecrire l'algorithme de recherche locale qui résout ce problème puis évaluer sa complexité.
  - e) Modifier cet algorithme pour implémenter la résolution de ce problème par la méthode de la descente simple.