

Devoir maison Janvier 2022

À rendre le jour de l'examen final

\*\* Utiliser les notations du cours

\*\* On tiendra compte de la présentation des copies

**Exercice 1.** Donner la définition :

(i) des fonctions  $\rho$  et  $\gamma$  telle que  $\rho(\xi) + \sum_{j=1}^{\infty} \gamma(2^{-j}\xi) = 1$  ( $\forall \xi \in \mathbb{R}$ ).

(ii) des opérateurs de convolution  $S_j$  et  $Q_j$ .

(iii) des espaces  $\mathcal{S}_{\infty}(\mathbb{R})$ ,  $\mathcal{S}'_{\infty}(\mathbb{R})$ ,  $B_{p,q}^s(\mathbb{R})$  et  $\dot{B}_{p,q}^s(\mathbb{R})$ .

**Exercice 2.** Démontrer que  $L_p(\mathbb{R}^n)$  est complet.

**Exercice 3.** Démontrer que :  $B_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$  est un espace de Banach.

**Exercice 4.** Donner la définition de l'entier  $\nu$ , et démontrer que : si  $\nu \geq 1$  il existe  $f \in \dot{B}_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$  telle que la série  $\sum_{j \leq 0} Q_j f$  diverge dans  $\mathcal{S}'_{\nu-1}(\mathbb{R}^n)$ .

=====

Le 06.12.2021