

Devoir maison janvier 2021

À rendre le jour de l'examen final

\*\* On utilisera les notations du cours

**Exercice 1.** On définit  $B_{p,q}^s$  par

$$\|f\|_{B_{p,q}^s}^{(\gamma)} := \|S_0 f\|_p + \left( \sum_{j \geq 1} 2^{jsq} \|Q_j f\|_p^q \right)^{1/q} < +\infty.$$

Démontrer que  $\|\cdot\|_{B_{p,q}^s}^{(\gamma)}$  est équivalente à  $\|\cdot\|_{B_{p,q}^s}^{(\tilde{\gamma})}$  si  $\tilde{\gamma}$  est de même nature que  $\gamma$ .

**Exercice 2.** Appliquer le théorème de Nikol'skij à la suite  $(Q_j f)_{j \in \mathbb{N}}$  dans  $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$ .

**Exercice 3.** Démontrer que :  $f^{(m)} \in \dot{B}_{p,q}^s(\mathbb{R}) \Rightarrow f \in \dot{B}_{p,q}^{s+m}(\mathbb{R})$ .

**Exercice 4.** Démontrer que :  $B_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$  est un espace de Banach.

=====