

C HAPITRE III

Symétrie des réseaux – réseaux de Bravais

III.1 Les réseaux cristallins

Il existe sept systèmes cristallins différents. Les 7 systèmes cristallins sont engendrés par les différentes combinaisons possibles d'un côté entre les paramètres linéaires (a , b et c) et de l'autre côté entre les paramètres angulaires (α , β et γ).

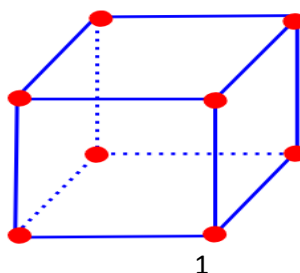
Système	Les arêtes	Angles entre les axes
Cubique	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Quadratique ou Tétragonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Orthorhombique	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Monoclinique	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ \beta \neq 90^\circ$
Triclinique	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$
Hexagonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ \gamma = 120^\circ$
Rhomboédrique	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$

III.2 Les modes des réseaux

Pour chaque réseau : 4 mailles (ou modes) possibles où la maille peut être unitaire ou multiple (celle qui contient plusieurs motifs).

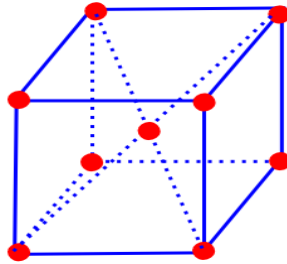
III.2.1 Mode simple ou primitif, P.

Maille unitaire où les motifs sont placés aux sommets (un seul site par maille).



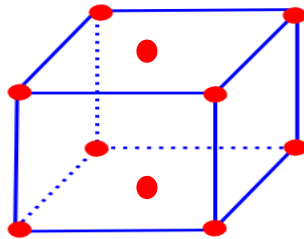
III.2.2 Mode centré, I.

Maille multiple où les motifs sont placés aux sommets et au centre de la maille (deux sites existent au par maille).



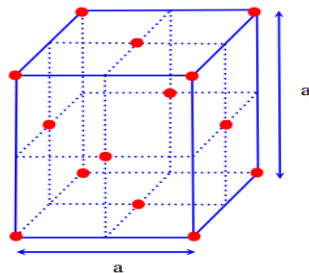
III.2.3 Mode à base centrée, S.

Maille multiple où les motifs sont placés aux sommets, au centre d'une face et au centre de la face opposée.



III.2.4 Mode à faces centrées, F

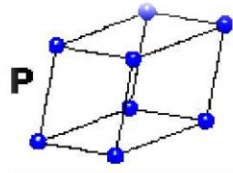
Maille multiple où les motifs sont placés aux sommets et au centre de toutes les faces du polyèdre.



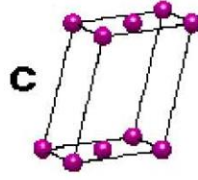
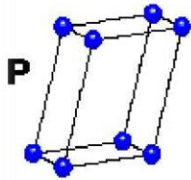
III.3 Les 14 Réseaux de Bravais

Toutes les combinaisons possibles entre les 7 systèmes cristallins (c'est-à-dire les 7 formes géométriques des mailles sans tenir compte de la présence des atomes) avec les 4 modes de réseaux (présence des atomes) aboutissant aux 14 réseaux de Bravais. Voici ces 14 types de réseaux (Figure 1).

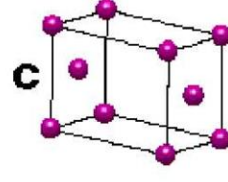
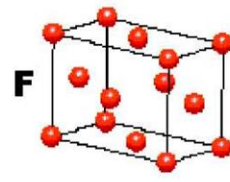
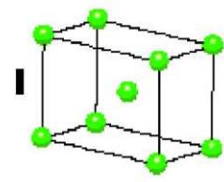
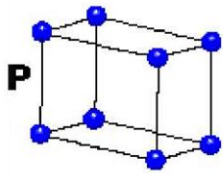
Système cristallin	Modes compatibles
Triclinique	P
Monoclinique	P S
Orthorhombique	P I S F
Rhomboédrique	P
Quadratique	P I
Hexagonal	P
Cubique	P I F



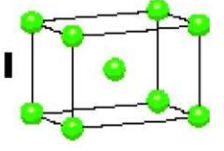
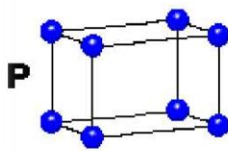
Triclinique



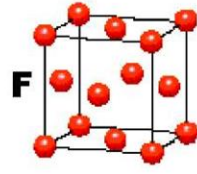
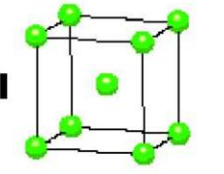
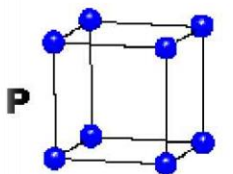
Monoclinique



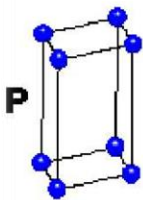
Orthorhombique



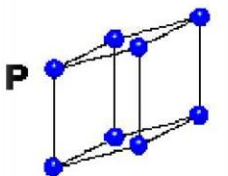
Quadratique



Cubique



*Hexagonal
Maille simple losange*



*Trigonal
(Rhomboédrique)*

Figure 10. Les 14 réseaux de *Bravais*

III.4 Classification des classes de symétrie en 7 systèmes cristallines

La classe de symétrie d'un cristal est le groupe ponctuel qui lui est associé. Les classes de symétrie permettent de discuter l'anisotropie des propriétés physiques macroscopiques d'un cristal.

Les classes de symétrie peuvent être réparties dans 7 systèmes cristallins en fonction de leurs symétries. A chaque système cristallin est associée une métrique particulière de la maille cristallographique.

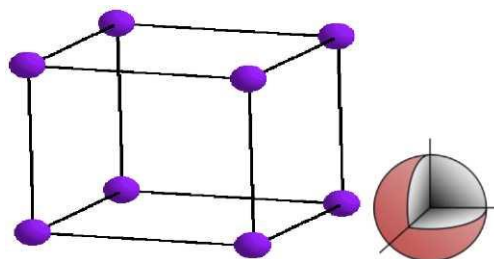
Système cristallin	Groupe de symétrie
Triclinique	1, $\bar{1}$
Monoclinique	2, m, 2/m
Orthorhombique	mm2, 222, mmm
Rhomboédrique	3, $\bar{3}$, 3m, $\bar{3}m$, 32
Quadratique	4, $\bar{4}$, 4/m, 4mm, $\bar{4}2m$, 422, 4/mm
Hexagonal	6, $\bar{6}$, 6/m, 6mm, $\bar{6}2m$, 622, 6/mm
Cubique	23, m3, $\bar{4}3m$, 432, m3m

III.5 Structures cristallines principales des métaux purs et des alliages

solide appartiennent comme le montre le tableau ci-contre aux systèmes cubique et hexagonal. Trois structures principales y sont représentées : la structure cubique centrée (cc), la structure cubique à faces centrées (cfc), la structure hexagonale compacte (HC).

III.5.1 la structure cubique simple (c s)

Définit par un maille primitive de 1 atome (8 aux sommets du cube mais appartenant chacun à 8 maille)



Nombre d'atome par maille: $1 \cdot (1/8)$

à chaque sommet : $8 \cdot (1/8) = 1$

paramètre de maille : a

distance interatomique : a

rayon atomique : $a = 2r$ donc $r = a/2$

La coordinence : 6

La compacité: $C = \frac{V_{occ}}{V_{maille}}$

$$C = N \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{a^3}$$

N = 1 atomes/maille

$$C = 1 \cdot \frac{4}{3} \pi \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^3}{a^3} = 0.52$$

Pour la structure c.s : C = 52%

• Autrement : 52% du volume de la maille est remplie par les atomes.

III.5.2 Structure cubique centrée (c.c)

Nombre d'atome par maille: chaque atome au sommet se compte $\frac{1}{8}$ et un atome au centre se compte en 1

$$N = 8 \cdot \frac{1}{8} + 1 = 2 \text{ atomes/maille}$$

Paramètre de maille : a

Distance interatomique : $a\sqrt{3}/2$

Rayon atomique : R : rayon du motif

La diagonale de la face :

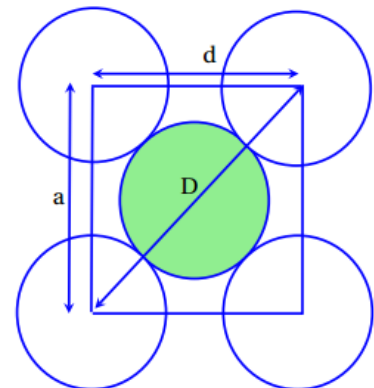
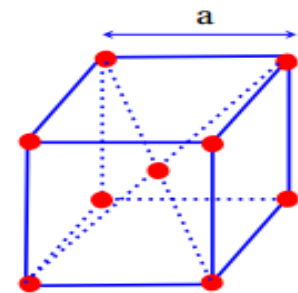
$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \quad \text{donc : } d = a\sqrt{2}$$

La diagonale du cube :

$$D^2 = a^2 + d^2 = 3a^2 \quad \text{donc : } D = a\sqrt{3}$$

$$D = 4R$$

$$R = (a\sqrt{3})/4$$



La coordinnence : Chaque atome est entouré par 8 atomes à une distance $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, donc la coordinnence est 8.

La compacité: $C = \frac{V_{occ}}{V_{maille}}$

$$C = N \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{a^3}$$

$N = 2$ atomes/maille

$$C = 2 \cdot \frac{4}{3} \pi \frac{(\frac{a\sqrt{3}}{4})^3}{a^3} = \frac{2}{16} \pi \sqrt{3} = 0,68$$

Pour la structure c.c : $C = 68\%$

Autrement : 68% du volume de la maille est remplie par les atomes.

III.5.3 Structure cubique à faces centrées (cfc)

Nombre d'atome par maille: chaque atome au sommet se compte $\frac{1}{8}$ et 6 atomes au centre des faces se comptent en $\frac{1}{2}$

$$N = 8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4 \text{ atomes/maille}$$

Paramètre de maille : a

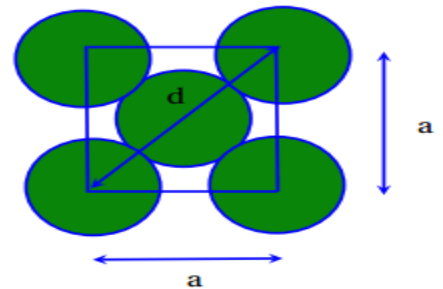
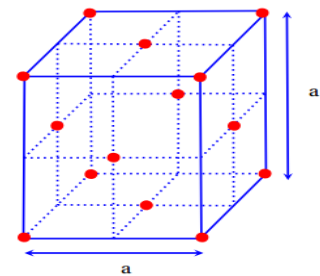
Distance interatomique : $a\sqrt{2}/2$

Rayon atomique : R : rayon du motif

Les atomes sont tangents suivant la diagonale de la face

$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \text{ et } d = 4R$$

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$



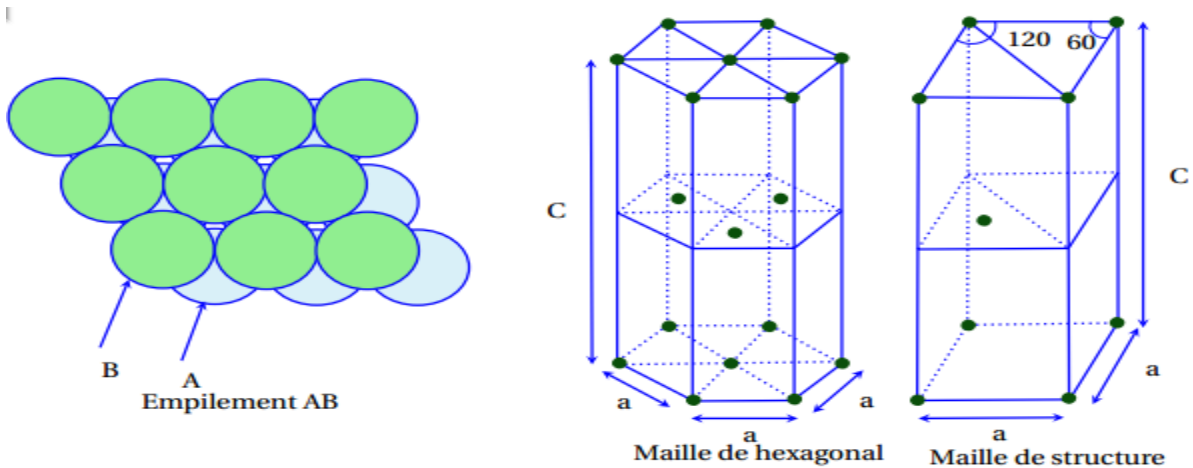
La coordinnence: Chaque atome est entouré par 12 atomes à une distance $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ donc la coordinnence est 12.

La compacité:

$$C = \frac{V_{occ}}{V_{maille}} = \frac{4 \frac{4}{3} \pi R^3}{a^3} = \frac{4 \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^3}{a^3} = \frac{\pi 2\sqrt{2}}{4 \cdot 3} = 0,74$$

Pour une structure cfc la compacité : $C = 74\%$

III.5.4 Structure hexagonale compact (hc)



- nombre de motif/maille : $N = 8 \frac{1}{8} + 1 = 2$ atomes/maille

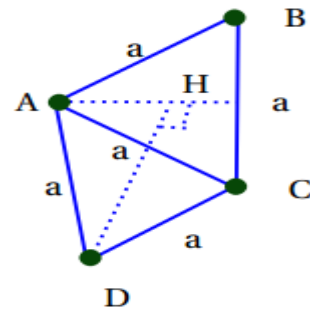
- Relation entre a et c

$$a = 2R$$

ABC : triangle équilatéral : M : milieu de BC

$$AM^2 + MC^2 = AC^2 = a^2 \quad \text{avec} \quad MC = \frac{a}{2}$$

$$AM^2 = \frac{3}{4} a^2$$



$$AH = \frac{2}{3} AM \Rightarrow AH^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{4} a^2 \quad \text{donc} \quad AH^2 = \frac{a^2}{3}$$

dans le triangle AHD : $AD^2 = AH^2 + HD^2$ avec $HD = \frac{c}{2}$ donc $a^2 = \frac{a^2}{3} + \frac{c^2}{4}$

$$c = 2 \sqrt{\frac{2}{3}} a$$

avec $a = 2R$

$$c = 4R \sqrt{\frac{2}{3}}$$

• Volume de la maille

$$\triangleright V = (\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \vec{c} \quad \text{avec} \quad a = b \quad \text{et} \quad c = 2a \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\triangleright \vec{a} \wedge \vec{b} = a^2 \sin \frac{\pi}{3} \vec{c} \quad \text{donc} \quad V = a^2 \cdot c \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 \cdot c = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 \cdot 2 \frac{\sqrt{2}}{3} a$$

$$V = 8\sqrt{2} \cdot R^3$$

-la coordinnence:

Chaque atome est entouré par 12 atomes donc il s'agit de la coordinnence 12 (propriété d'une structure compacte)

-la compacité:

$$C = \frac{V_{occ}}{V_{maille}} = \frac{2 \frac{4}{3} \pi R^3}{8\sqrt{2} R^3} = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} = 0,74$$

pour une structure hc : $C = 74\%$

-la masse volumique

$$\rho = \frac{2M}{N_A a^3 \sqrt{2}}$$