Universitée de Msila

Faculté de Mathématiques et informatique — Département de Mathématiques

Master Analyse fonctionnelle — 1ère année S_1 (2021 - 2022)

Equations différentielles ordinaires (Série de TD N° 02)

Exercice 1 :

Calculer $W_{\varphi_1,\varphi_2}(x)$, tels que :

1. $\varphi_1 = \cos x, \varphi_2 = \sin x$
2. $\varphi_1 = x^2 + x + 1, \varphi_2 = x^2 + x - 3$
3. $\varphi_1 = \ln x, \varphi_2 = \tan x$

Exercice 2 :

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^{-x}$
2. $y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^{x}$
3. $y'' - 2y' + y = (x^2 + 1)e^{x} + e^{3x}$
4. $y'' - 4y' + 3y = x^2e^{x} + xe^{2x}cosx$

Exercice 3 :

On considère l'équation différentielle : $(x^2 + x)y" + (x - 1)y' - y = 0 \qquad (E)$

1. *Déterminer les solutions polynômiales de* (E).
2. *En déduire toutes les solutions de* (E) *sur* $]1, +\infty[$.

Exercice 4 :

On considère l'équation d'Euler : $x^2y" + \alpha xy' + \beta y = 0 \qquad (Eu)$

Montrer que $x^r (r \in \mathbb{R})$ *lest une solution de* (Eu) *si et seulement si :* $r^2 + (\alpha - 1)r + \beta = 0$

Exercice 5 :

On considère l'équation différentielle : $y" + \dfrac{4}{x}y' + \dfrac{2}{x^2}y = \dfrac{\sin x}{x} \qquad (*)$

1. *Montrer que* $y_1(x) = \dfrac{1}{x}, y_2(x) = \dfrac{1}{x^2}$ *est un système fondamentale de* $(*)$.
2. *Trouver y la solution de l'équation* $(*)$, *qui vérifie* $y(1) = 1, y'(1) = 0$
   (*On pose :* $y = c_1(x)y_1 + c_2(x)y_2$)