Cours 3 conception multicritères

1.1. Conception multicritères

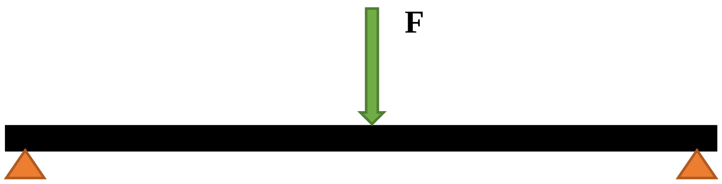
Introduction

L'étude du cahier des charges permet de traduire les exigences et de déterminer **les propriétés des matériaux et les objectifs de conception.** Tous ces critères permettront d'effectuer un choix optimisé du couple **matériau - procédé** en fonction des performances souhaitées. Les limites de ces propriétés sont incontournables et doivent être respectées. Les objectifs permettent d'optimiser la conception et ajoutent de la valeur au produit en minimisant

ou maximisant un ou plusieurs critères •

En générale, le choix d'un matériau doit satisfaire plusieurs contraintes.

Soit une poutre de forme carrée d'une largeur (b), on souhaite minimiser sa masse et qu'elle soit légère et résistante à la fois.



Objectif : Poids minimal.

Contraintes :

- La charge **F** appliquée ne doit pas générer des contraintes supérieures à la limite de plasticité du matériau (résistance).
- Déflexion pour cette charge est définie (rigidité).

Rigide et légère :

La rigidité étant égale :

$$S = \frac{F}{\delta}$$

La flèche δ

$$\delta = \frac{F.L^3}{C.E.I}$$

C : constante qui dépend du mode de chargement voir (annexes).
I : moment d'inertie :

$$I = \frac{b^4}{12} \Longrightarrow I = \frac{A^2}{12}$$

La première fonction objectif :

$$m1 = A.L.\rho$$

Sachant que :

$$S = \frac{F}{\delta} \Rightarrow S = \frac{F}{\frac{F.L^3}{C.E.I}} \Rightarrow S = \frac{C.E.I}{L^3} \Rightarrow S = \frac{C.E.A^2}{12.L^3} \Rightarrow A = \left(\frac{S.L^3.12}{C.E}\right)^{1/2}$$

La fonction performance

$$m1 = \left(\frac{S.L^3.12}{C.E}\right)^{1/2}.L.\rho$$

$$m1 = \left(\frac{12S}{C}\right)^{1/2}.L^{5/3}.\frac{\rho}{E^{1/2}}$$

L'indice de performance, donc, est :

$$IP1 = \frac{\rho}{E^{1/2}}$$

Résistante et légère :

$$F = \frac{C.I.\sigma}{Y_m.l}\,;\, I = \frac{b.b^3}{12}\,;\, Y_m = \frac{b}{2}$$

$$m2 = \left(\frac{6F}{C}\right)^{2/3}.l^{5/3}.\frac{\rho}{\sigma^{2/3}}$$

Indice de performance :

$$IP2 = \frac{\sigma^{2/3}}{\rho}$$

$$\begin{cases} \text{Rigidité et légère : } IP1 = \dfrac{E^{1/2}}{\rho} \\ \text{Résistante et légère : } IP2 = \dfrac{\sigma^{2/3}}{\rho} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M1 = \left(\dfrac{12S}{C1}\right)^{1/2}.L^{5/3}.\dfrac{\rho}{E^{1/2}} \\ M2 = \left(\dfrac{6F}{C2}\right)^{2/3}.l^{5/3}.\dfrac{\rho}{\sigma^{2/3}} \end{cases}$$

Le meilleur matériau est celui qui minimise la masse (m) pour chacun des cas (***Rigide-légère, résistante-légère***), donc on doit maximiser l'indice de performance pour chaque cas (IP1, IP2).

Pour les type de charges les coefficients C1 et C2 sont donnés dans ce qui suit :

C1 = 48

C2 = 4

Pour que la fonction performance prenne en charge les deux contraintes à savoir la résistance et la rigidité, on doit prendre la maximales des deux (M1, M2) données par leurs équations.

$$\tilde{m} = Min(Max(M1, M2, M3 \ldots \ldots \ldots .)$$

L'objectif étant de minimiser la masse, on aura à choisir entre plusieurs matériaux ayants les plus grands indices de performance.

Exemple

Soit une poutre avec une longueur de L=1m, de rigidité 10^6N.m^{-1} et la limite d'endommagement F_f=2.10^4 N.

Un tableau récapitulatif pour trois matériaux des résultats est donné dans ce qui suit :

Matériaux	**Densité(kg/m³)**	**Module de Young Pa**	**Résistance Pa**	**M1 Kg**	**M2 Kg**	**Max (M1, M2)**
Acier 1020	7850	2,05E+11	320000000	8,669	16,200	16,200
Al 6061	2700	7,00E+10	120000000	5,103	10,715	10,715
Ti-6-4	4400	1,15E+11	950000000	6,487	4,396	**6,487**

$$\tilde{m} = \text{Min}\left(\text{Max}(\text{M1}, \text{M2})\right) = 6.487 \text{ Kg}$$

Donc Ti-6-4 est le meilleur matériau.

Généralisation

$$\tilde{m} = \text{Min}\left(Max(\text{M1}, \text{M2}, \text{M3}, \text{M4}, \dots \dots \dots \dots ..)\right)$$