التقنيات الكمية في إدارة الإنتاج

الفصل 01: طرق البرمجة الخطية

Chapter 01: Linear Programing Methods

الدرس 01

- مقدمة

المبحث 01: البرمجة الخطية **Linear Programing**

- مفاهيم عامة؛
- الطريقة البيانية؛
- طريقة **Simplex**؛
- **التحليل الحسسي.**

مقدمة

تشمل التقنيات الكمية الأساليب والأدوات التي تركز على القياس الموضوعي وتحليل الأرقام من أجل استخلاص النتائج حول مشكلة معينة، فهي مجموعة التقنيات المستخدمة في عالم الأعمال ومجالات الحياة الأخرى لإيجاد الحلول لمشاكل عالقة أو المساعدة في عملية اتخاذ القرار، فهي مكملة للحكم والحدس.

وقد امتد استخدام التحليل الكمي في عصرنا هذا على نطاق واسع في علوم الإدارة، حيث يعتبر الأسلوب الكمي منهج علمي مساعد في صنع القرار الإداري، فالاستخدام الناجح للتقنيات الكمية من شأنه أن يساعد المنظمات في حل المشاكل المعقدة في الوقت المناسب، وبدقة عالية وبأقل الكلف.

- **وظائف التقنيات الكمية**

للأساليب الكمية عدة وظائف يمكن إيجازها في ما يلي:

- تسهيل عملية صنع القرار؛
- توفير أدوات البحث العلمي؛
- تحديد الاستراتيجية أو الاستراتيجيات المناسبة؛
- المساعدة في تقليل التكلفة؛
- الحصول على التوزيع المناسب للموارد المتاحة؛
- المساعدة في تقليل الوقت المطلوب لإكمال الوظيفة أو المهمة.

- **أنواع التقنيات الكمية**

تتنوع التقنيات أو الأساليب الكمية في العصر الحديث فهي تشمل: التقنيات الرياضية، الأساليب الإحصائية والبرمجيات، ويتوقف اختيار أي التقنيات المناسبة على خصوصيات المشاكل المطروحة ومدى تعقيدها، إضافة إلى طبيعة الأرقام المتوفرة وتركيباتها، فتقدير مستويات الإنتاج المستقبلية على سبيل المثال إضافة إلى استخدامات السلاسل الزمنية بالإمكان استخدام البرمجة نظرا لتركيبة نظام الإنتاج وتعقده وطبيعة القرارات الواجب اتخاذها.

وسيتم التركيز في هذه المقياس على أهم التقنيات المساعدة في اتخاذ القرارات المرتبطة بالأنشطة الإنتاجية، ومن بينها البرمجة، مسائل النقل، طريقة التخصيص، التحليل الشبكي، مراقبة المخزونات، نظرية طوابير الانتظار والمحاكاة وغيرها من الأساليب.

المبحث 01: البرمجة الخطية *Linear Programming*

أولا - الإطار ألمفاهيمي لنموذج البرمجة الخطية

أ. مفهوم البرمجة الخطية

تعرف البرمجة الخطية على أنها "أسلوب أو تقنية رياضية تستخدم من اجل إيجاد حلول لمشكلة اقتصادية سواء كانت إنتاجية أو مالية أو تتعلق بالخدمات...، واختيار أفضلها".

هذه التقنية تستعمل من طرف الموظفين والمسيرين داخل المؤسسة لإيجاد الطرق المثلى لتوظيف الموارد المتاحة في الاستخدامات المختلفة من أجل تحقيق هدف تعظيم الإنتاج/ الربح أو تدنية التكاليف.

وتعرف أيضا على أنها "طريقة رياضية فعالة لاختيار الخطة المثلى، فهي أسلوب للبحث عن الحل الأمثل لمشاكل الأعمال واختيار أفضل مزيج للموارد المتاحة لتحقيق أقصى الأرباح أو أقل التكاليف".

من خلال التعريفين السابقين نستخلص أن البرمجة الخطية هي:

1- تقنية رياضية؛

2- مسائلها تهدف إما إلى تدنية التكاليف أو تعظيم الأرباح أو الإنتاج؛

3- تستخدم في حل مشاكل الإنتاج وتقدير مستوياته؛

4- تحقق أحسن توزيع للموارد المتاحة؛

كما تعتبر البرمجة الخطية من أكثر النماذج تطبيقا في الحياة العملية، خاصة في المسائل المرتبطة بنشاطات الشركات والمؤسسات، حيث ساعدت على حل المشاكل المطروحة بطريقة أفضل من اللجوء إلى الخبرة والحدس.

ب - مجالات استخدام البرمجة الخطية

تستخدم البرمجة الخطية في عديد المجالات من أجل حل المشكلات التي تواجه متخذ القرار على مستوى المؤسسة أو الاقتصاد، وأهم هذه المجالات ما يلي:

1 - توزيع الطاقة الإنتاجية المتاحة من قوى عاملة، مواد أولية، آلات... على العمليات الإنتاجية المختلفة، بما يحقق الاستخدام الأمثل لهذه الموارد وتحديد التشكيلة المثلى للمنتجات.

2 – تقدير مستويات الإنتاج بما يضمن تخفيض تكاليف الإنتاج إلى أدنى مستويات ممكنة مع الأخذ بعين الاعتبار حجم ونوعية الطلب المتوقع.

3- تمكين المؤسسة من توزيع الإنتاج من مراكز الإنتاج والتخزين إلى نقاط أو مراكز البيع بأقل كلف ممكنة.

إن استعمال هذه التقنية في مجالات الإنتاج ساعد العديد من المؤسسات كما تثبته بعض الدراسات الميدانية على تخطي عدة عقبات تتعلق بوضع الخطط والبرامج الإنتاجية، بسير عمليات الإنتاج، وفرة المواد ووفرة المنتج وتقديمه للزبائن في الوقت المناسب وبأقل تكلفة ممكنة.

إن تقنية البرمجة الخطية لا تقتصر على مجالات الإنتاج فحسب، بل تتعدد استخداماتها إلى مجالات أخرى، ففي مجال التسويق يمكن تطبيق هذه التقنية على وسائل الإعلان، وفي نشاط النقل والشحن، أما في التمويل فتستخدم في اختيار المحافظ المالية الاستثمارية، وفي تحديد الهيكل المالي الأمثل للمؤسسة.

ج - فرضيات استخدام البرمجة الخطية

تستند تقنية البرمجة الخطية على فكرتين أساسيتين وهما: فكرة النشاط (Activity)، وفكرة البدائل (Alternatives)، ويقصد بالنشاط في مجال الأعمال تلك الطريقة التي يمكن أن تتم بها العملية الإنتاجية، بينما يقصد بفكرة البدائل تلك الوسائل المختلفة المتاحة المساعدة على تحقيق الهدف المحدد.

إن تطبيق هذه التقنية في الأساس يقوم على خمسة افتراضات رئيسية تتعلق بالمشكلة محل الدراسة وهي:

1- فرضية التأكد التام (Certainty): تفترض تقنية البرمجة الخطية أن كافة عناصر المشكلة محل الدراسة محددة بدقة ومؤكدة، وأن القائمين على عمليات التقدير أو التنبؤ على دراية تامة بكافة جوانب وحيثيات المشكلة وبالظروف والعلاقات التي سوف تسود في المستقبل، وأن تكون دالة الهدف والقيود (الاحتياجات والطاقات المتوفرة) معروفة وثابتة وغير قابلة للتغيير أثناء فترة المعالجة.

2 - التناسبية (Proportionatity): فرضية التناسبية تعني أن كل نشاط يعتبر مستقلا عن الآخر، ذلك أن معيار الإنجاز هو حاصل جمع المساهمات للعوامل المختلفة، كما أن الكميات التي يتم استخدامها من الموارد المختلفة داخل المؤسسة تتناسب مع احتياجات العوامل المختلفة من كل من هذه الموارد، فإذا كنا نحتاج على سبيل المثال إلى وحدتين من مادة أولية ما لإنتاج

وحدة واحدة تامة الصنع من منتج معين، فإننا نحتاج إلى عدد محدد من الوحدات (اربعون وحدة) من نفس المادة الأولية لإنتاج عشرين وحدة من هذا المنتج.

3 - الإضافية (Additivity): فرضية الإضافية تعني أن الاستعمال الكلي للمصدر أو للطاقة في النشاط يساوي مجموع الكميات المتولدة أو الناجمة عن كل الأنشطة الفردية، وبشكل مستقل، فلو افترضنا أنه لدينا n منتج بالكميات $X_1, X_2, ..., X_n$، وكانت الأرباح الناجمة عن بيع وحدة واحدة من كل هذه المنتجات هي: $\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n$ على التوالي، فإن إجمالي الربح الناجم عن إنتـاج وبيع هذه المنتجات يساوي إلى: $\pi = \pi_1 + \pi_2 + ... + \pi_n$ وحدة نقدية.

4 - قابلية القسمة أو الكسرية (Divisibility or Fractionality): فرضية قابلية القسمة تعني أن الحل بتقنية البرمجة الخطية ليس بالضرورة أن يكون بأعداد صحيحة، وهذا يعني قبول كسور كقيم لعوامل القرار، وإذا كان من الصعب إنتاج أجزاء من المنتج، فعندئذ تستخدم البرمجة بالأعداد الصحيحة أو الرقمية Integer Programming كبديل لحل المشكلة.

5 - لا سلبية المتغيرات (Non-negativity): فرضية لا سلبية المتغيرات تعني أن قيم العوامل أو المتغيرات المشكلة للمسألة محل الدراسة تكون بالضرورة موجبة أو معدومة، فالقيم السالبة للكميات المادية حالة مستحيلة، فعلى سبيل المثال لا نستطيع إنتاج عدد سالب من منتج ما مهما كانت طبيعته ومهما كان حجمه.

د - شروط استخدام البرمجة الخطية

يتطلب استخدام تقنية البرمجة الخطية الشروط التالية في المسألة المراد دراستها:

1 - ندرة الموارد: لابد أن يتوفر عامل الندرة في الموارد والطاقات، فلو كانت هناك وفرة في الموارد لما كانت هناك ضرورة لاستخدام هذه التقنية، لأن مشكلة الندرة تمثل أحد أهم القيود التي تخضع لها الإدارة في سعيها لتحقيق الهدف، وندرة الموارد تشكل قيود تربط متغيرات المشكلة ببعضها البعض، وتكون على شكل معادلات أو علاقات رياضية تسمى بالقيود الهيكلية (Constraints Structural).

2 - الهدف: يجب أن يكون للمسألة محل الدراسة هدف واضحا ودقيقا، بحيث يمكن التعبير عنه كميا في شكل معادلة رياضية، وعادة ما يكون الهدف تعظيم الأرباح أو الإنتاج أو تخفيض التكاليف.

3 - وفرة البدائل: يفترض أن تضمن المسألة المدروسة بدائل مختلفة لتحقيق الهدف، ويكون لكل بديل عائد متوقع، وتستخدم البرمجة الخطية في اختيار البديل الذي يعطي أعلى عائد في حدود القيود المفروضة.

4 - الخطية: يفترض أن تكون العلاقات بين المتغيرات المشكلة للمسألة محل الدراسة خطية، ويقصد بذلك أن أي تغير ما في أحد عوامل المسألة يحدث تغيرا مناسبا تماما مع العامل الآخر، فمضاعفة الإنتاج مثلا تتطلب مضاعفة عوامل الإنتاج المستخدمة.

5 - التعبير الكمي (العددي): تشترط تقنية البرمجة الخطية توفر التعبير الكمي على متغيرات المسألة محل الدراسة والعلاقات فيما بينها.

هـ - صياغة نموذج البرمجة الخطية

إن أهم مرحلة في تطبيق تقنية البرمجة الخطية هي مرحلة تركيب النموذج الرياضي المعبر عن المسألة محل الدراسة بعلاقات رياضية مفترضة ومبنية على دراسة الواقع وتحليله، وتبعا لطبيعة المسألة يمكن إنشاء النموذج إما بيانيا أو رياضيا، وبعد الانتهاء من اختيار النموذج الملائم يجب التأكد من مطابقته للمسألة قيد الدراسة، أي أنه يحتوي على الهدف والقيود، ثم الانتقال إلى المرحلة الموالية والمتمثلة في تقييمه وتحليله للتعرف على تأثيرات العوامل المختلفة في المسالة.

و - عناصر نموذج البرمجة الخطيـة

يتكون نموذج البرمجة الخطية من العناصـر الأساسية التاليـة:

1 - المتغيـرات (Variables): وتسمى هذه المتغيرات بمتغيرات القرار، وبتحديـد قيمها يتشكل هدف أعظم ربح أو أقل تكلفة للمسألة المدروسة، ويشترط أن تكون غير سالبة وتخضع لنـوع معين من القياس، ويعبر عنها رياضيا بـ:

$$X_1, X_2, X_3, ..., X_n$$

حيث: n عدد المتغيرات في المسألة.
هذه المتغيرات قد تعبر عن كميات منتجة من سلع معينة أو كميات من المواد المنقولة إلى نقاط بيع مختلفة أو كميات المواد الأولية اللازمة لإنتاج سلع معينة...

2 ـ دالـة الهدف (Objective function): دالة الهدف تمثل العلاقة الرياضيـة التي تعكس هدف المسألة المدروسة والمراد تحقيقـــه، كتحقيق أكبـر ربح أو أدنــى تكلفـة ممكنة، والشكـل العام لهذه الدالـــة يكون كالتالي:

$$Z = z_1X_1 + z_2X_2 + ... + z_nX_n$$

حيث zi أعداد حقيقية يطلق عليها معاملات دالة الهدف، وتصنف الأهداف التي تعالجها البرمجة الخطية إلى مجموعتين:

- **مجموعة التعظيـم:** يكون الهدف هو تحقيق أعظم ربح ممكن أو أعظمية الإنتاج، ويرمز لدالة الهدف بحرف π والهدف يكون MAX أي:

$$MAX \cdot \pi = z_1X_1 + z_2X_2 + ... + z_nX_n$$

- **مجموعة التدنية**: دالة الهدف هي تخفيض التكاليف، كأن تسعى المؤسسة إلى تخفيض تكاليف الإنتاج إلى أدنى حد ممكن أو تقليل من الخسائر قدر الإمكان، وتكتب دالة الهدف في هذه الحالة كالتالي:

$$: MINc = z_1X_1 + z_2X_2 + ... + z_nX_n$$

ويستنتج مما سبق أن دالـة الهدف تتكون من المتغيرات المكونـة للمسألة، ومعاملات المتغيرات التي تمثل أرباح أو تكاليف المتغيرات.

3 ـ القيود (Constraints): إن القيود في نموذج البرمجة الخطية تمثل التعبير الرياضي عن حالة الندرة التي تتميز بها المسألة محل الدراسة، وهي عبارة عن علاقات تأثير وتأثر بين المتغيرات، ويعبر عنها رياضيا بأحد الأشكال التالية:

- **الشكل الأول:** إذا كان الهدف هو التعظيم MAX.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i \qquad i = 1,2,.........,m.$$

حيث أن:
n: عدد المتغيـرات في النموذج الخطي؛
m: عـدد قيـود النموذج؛
a_{ij}: قيم المعاملات؛
b_i : قيم حقيقيـة تعبر عن الموارد المتاحة أو الطاقات اللازمة لكل قيـد من قيود المسألة.

- **الشكل الثاني:** إذا كان الهدف هو تخفيض التكاليف MIN.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \ge b_i \qquad i = 1,2,.........,m.$$

الشكـلان الأول أو الثاني يطلق عليهما باللغة الأجنبية *Canonical Form*.

- **الشكل الثالث**: عندما يكون الهدف تعظيم MAX أو تخفيض MIN:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i \qquad i = 1,2,.........,m.$$

ويطلق على هذا الشكل بالشكل المعياري (*Standard Form*) لنموذج البرمجة الخطية.

- **الشكل الرابع:** عندما يكون الهدف تعظيم MAX أو تخفيضMIN:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \begin{Bmatrix} \leq \\ = \\ \geq \end{Bmatrix} b_i \qquad i = 1,2,.........,m.$$

الشكل الأخير يطلق عليه بالشكل المختلط (*Mixed Form*) لنموذج البرمجة الخطية.

ثانيا ـ طرق البرمجة الخطية

تصنف طرق البرمجة الخطية إلى ثلاثة مجموعات رئيسية وهي:

أـ الطرق العامة: تستخدم هذه الطرق في حل معظم مسائل البرمجة الخطية، وتعد الطريقة البيانية وطريقة *Simplex* من أكثر الطرق العامة شيوعا واستخداما.

ب ـ الطرق الخاصة: تستعمل الطرق الخاصة لحل أنواع معينة من مسائل البرمجة الخطية، ويعتبر أسلوبي النقل والتخصيص من أهم هذه الطرق.

ج ـ الطرق التقريبية: وتمثل مجموعة الطرق والأساليب التي توصف بأنها لا تتمكن من الوصول إلى الحل الأمثل بدقة، بل بصورة تقريبية، كأساليب تحديد مواقع المشروعات الصناعية واساليب الترتيب الداخلي .

سيتم التطرق في هذا المحور إلى أهم طرق نموذج البرمجة الخطية وهي:

- الطريقة البيانية؛
- طريقة *Simplex*؛
- طرق النقل *Transportation Methods*؛
- طريقة التخصيص *Assignment Method*.

أ ـ الطريقة البيانية *Graphic Method*

تستخدم هذه الطريقة عادة عندما لا يزيد عدد متغيرات النموذج الخطي عن متغيرين اثنين، ويمكن تلخيص خطوات استخدام هذه الطريقة فيما يلي:

1 ـ صياغة المسألة محل الدراسة في شكل نموذج رياضي.

2- تمثيل القيود في معلم في شكل خطوط مستقيمة، ويمثل كل محور في المعلم متغير (منتج) معين، ومن خلال الرسم يتم تحديد منطقة الحلول الممكنة (*Area of Feasible Solution*) والتي تفي بكل شروط أو قيود النموذج.

3 - اختيار الحل الأمثل، ويتم ذلك عن طريق أحد الطريقتين التاليتين:

- **تقييم الربح أو التكلفة عند النقاط الركنية في منطقة الحل الأمثل:**

يتم فيها اختبار قيم المتغيرات عند كل أركان منطقة الحلول الممكنة، ثم يتم اختبار الركن الذي يحقق الهدف، فإذا كان الهدف تعظيم (*Max*) يتم اختيار الركن الذي يحتوي على أكبر قيمة، وإذا كان الهدف هو التخفيض(*Min*) يتم اختيار الركن بأقل قيمة.

- **رسم دالة الهدف بيانيا:**

يمكن استخدام خط دالة الهدف للتوصل إلى الحل الأمثل، وذلك عن طريق رسم سلسلة من خطوط الربح أو التكلفة الموازية للخط الأول، ويتم التوصل إلى الحل الأمثل عندما يلامس خط الربح أعلى نقطة في منطقة الحلول الممكنة إذا كان الهدف تعظيم الربح (*Max*)، وأدنى نقطة في منطقة الحلول الممكنة إذا كان الهدف تخفيض التكاليف (*Min*).

❖ **مثال توضيحي:**

نظرا للطلب المتزايد على المنتجين A وB قررت مؤسسة ما زيادة إنتاجها وبعد دراسة معمقة للموارد الواجب توفرها تم التوصل إلى ما يلي:

ـ إنتاج الوحدة من المنتج A يتطلب 2 كغ من المادة الأولية X و0.5 كغ من المادة الأولية Y ويستغرق 2 سا/ع في القسم الإنتاجي α.

ـ إنتاج الوحدة من المنتج B يتطلب 1 كغ من المادة الأولية X و1 كغ من المادة الأولية Y ويستغرق 1.5 سا/ع في القسم الإنتاجي β.

- القدرات المالية للمؤسسة لا تسمح بتوفير أكثر من 400 كغ من المادة الأولية X و300 كغ من المادة الأولية Y. كما أن العمال المتواجدين بالقسمين لا يمكن أن يقدموا أكثر من 300 سا/ع في القسم الإنتاجي α و400 سا/ع في القسم الإنتاجي β.
تتوقع المؤسسة وبعد دراسة تحليلية لالسوق أن تحقق ربح قدره 4دج على الوحدة من المنتج A، و3دج على الوحدة من المنتج B.

المطلوب: ما هي التشكيلة من المنتجين A وB التي تحقق أعظم ربح للمؤسسة؟

الحـــل:

يكون حل المسألة باستخدام الطريقة البيانية من خلال تتبع الخطوات التالية:

- **الخطوة الأولى:** صياغة المسالة في شكل نموذج رياضي على النحو التالي:

$$MAX\ \pi = 4A+3B$$
$$s.t:$$
$$2A+B \le 400 \qquad X \text{ قيد المادة الأولية}$$
$$0.5A+B \le 300 \qquad Y \text{ قيد المادة الأولية}$$
$$2A \le 300 \qquad \alpha \text{ القسم الإنتاجي}$$
$$1.5B \le 400 \qquad \beta \text{ القسم الإنتاجي}$$
$$A,B \ge 0$$

- **الخطوة الثانية:** رسم القيود في الشكل البياني، حيث يمثل المحور الأفقي الكميات المنتجة من المنتج (A)، في حين يمثل المحور العمودي الكميات المنتجة من المنتج (B) مع تجاهل علاقة (≤) وافتراض علاقة المساواة (=)، وهي تعبر على فرضية استخدام كل الموارد المتاحة، وأفضل طريقة للرسم هي تحديد نقطتي التقاطع مع المحورين وتوصيلها أي:

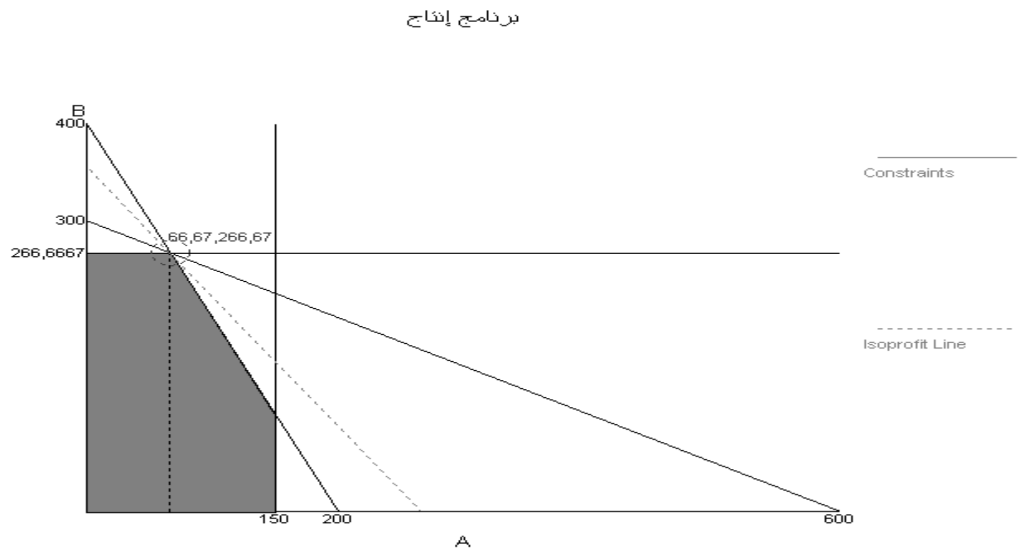
القيد الأول: $2A+B \le 400 \Rightarrow A= 0,\ B = 400$

$B = 0,\ A = 200$

القيد الثاني: $0.5\ A+B \le 300 \Rightarrow A = 0,\ B = 300$

$B = 0,\ A = 600$

وهكذا بالنسبة لبقية القيود، والتمثيل البياني لقيود المسألة موضح بالشكل التالي:



الشكل (01): القيود ومنطقة الحل الأمثل

من خلال رسم القيود تتشكل منطقة الحل الأمثل، كما هو مبين في الشكل أعلاه، كما يجب الإشارة هنا إلى أن هذه المنطقة ليست بالضرورة أن تحتوي نقطة الأصل (0, 0) أو تتلامس مع المحاور، حيث من الممكن أن تأخذ أي شكل هندسي آخر له أضلاع مستقيمة.

الخطوة الثالثة: اختيار الحل الأمثل

يتم في هذه المرحلة اختيار الحل الأمثل، وذلك من بين كل الحلول الممكنة للمسألة، وهو الحل الذي يعظم الربح، واختيار الحل الأمثل يكون بإحدى الطريقتين التاليتين:

- **تقييم النقاط الركنية:** طالما أن القيود الموجودة في المسألة هي قيود خطية، ودالة الهدف دالة خطية فإن قواعد الرسم البياني تقتضي أن يقع هذا الحل في واحدة على الأقل من النقاط الركنية الأربع، وبالنظر إلى الشكل أعلاه يتضح أن هذه النقاط هي:

$$(A=0,B=0), (A=150, B=0), (A=0, B=266.67),$$
$$(A=150, B=100)), (A=66.67, B=266.67)$$

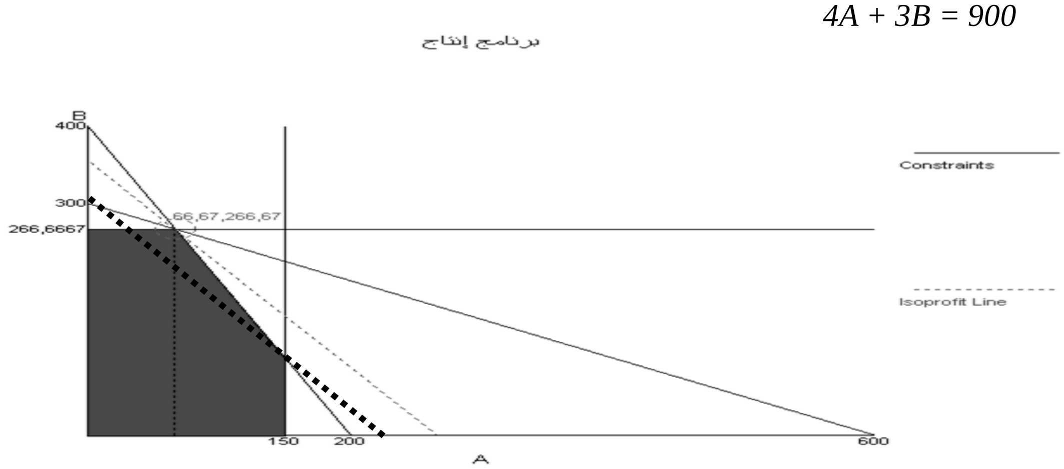
ومن خلال جملة الحلول يستخلص أن النقطة الركنية $(A=66.67, B=266.67)$ هي نقطة الحل الأمثل بربح إجمالي قدره 1066.67دج، ويمكن التأكد من ذلك من خلال التعويض في دالة الربح، كما هو مبين في جدول تقدير الأرباح التالي:

الجدول (01): الأرباح المقدرة

النقطة الركنية		مقدار الأرباح
A	B	(دج)
0	0	0 =3×0+4×0
150	0	600=3×0+4×150
0	266.67	800 =3×266.670+4×0
150	100	900 =3×100+4×150
66.67	266.67	1066.67 =3×266.67+4×66.67

إذا التشكيلة التي تحقق أعظم ربح تتكون من 66.67 وحدة من المنتج A و266.67 وحدة من المنتج B.

- **خط دالة الهدف:** كما يمكن التوصل إلى نفس الحل عن طريق رسم دالة الهدف، حيث تبدأ هذه الطريقة باختيار رقما للربح، (يفضل أن يكون رقما تسهل معه العمليات الحسابية في دالة الهدف) وليكن 900 دج، بحيث يسمح بالقسمة على 4 وعلى 3 في دالة الهدف دون وجود قيم غير صحيحة لـ A وB، وتكون الخطوة الموالية رسم الخط الهدف كما هو مبين في الشكل (02)، وعند رسم خط دالة الهدف، يجب أن تكون أي نقطة على الخط تحقق المعادلة: $4A + 3B = 900$



الشكل (02): خط دالة الهدف

عند التأمل في الخطوط المتقطعة المرسومة على الشكل يتضح أن خط الربح للرقم 900 لا يمثل أفضل الأرباح، نظرا لمروره بداخل منطقة الحل المثل وهو ما يدل على أنه مازالت فرص أخرى للزيادة في الربح، فإذا تم أخذ أي رقم للأرباح أكبر من 900، فإن ذلك سوف يؤدي إلى خط موازي للخط الحالي، ويقع أعلى منه، وترجع خاصية التوازي إلى حقيقة أن ميل الخط ثابت على الرغم من تغير قيمتي A وB، وباستمرار عملية التحريك إلى أعلى، يتم الحصول على نقطة تقاطع القيدين $(A=66.67, B=266.67)$ أين يمس خط الربح منطقة الحل الأمثل، وأي محاولة بعد ذلك لتحريك الخط إلى أعلى يترتب عليها الخروج من تلك المنطقة، وعليه بتحقق الحل الأمثل عند نقطة المماس المذكورة.

ويتم حساب الربح بالتعويض في دالة الهدف وهو ما يعادل 1066.67دج وهي نفس النتائج التي تم التوصل إليها بالطريقة السابقة.

ب ـ الطريقة المبسطة *Simplex Method*

جاءت الطريقة المبسطة أو كما تعرف بأسلوب *Simplex* كبديل للطريقة السابقة لاستحالة استخدامها في المسائل التي يتعدى عدد متغيراتها اثنان أو ثلاثة كحد أقصى.

ويقوم أسلوب *Simplex* الذي قدمه G.B.Dantzig الأمريكي في عام 1947م على مجموعة من الخطوات للوصول إلى الحل الأمثل يمكن تلخيصها في الآتي:

1- تفهم المسألة وإحصاء عدد المتغيرات والقيود.
2- وضع برنامج رياضي معياري للمسألة محل الدراسة، حيث تضاف متغيرات وهمية (Si) وأخرى اصطناعية (Ai).
3- وضع معطيات البرنامج في جدول يعرف بجدول *Simplex*.
4- تقييم إمكانية تحسين الحل.
5- إذا كان التحسين ممكنا يتم العمل بالخطوات التالية:
- تحديد المتغير غير الأساسي (المتغيرات الوهمية) غير الموجود في الحل الحالي والواجب إدخاله في الحل واعتباره متغيرا أساسيا؛
- تحديد المتغير الأساسي الموجود في الحل الحالي والواجب خروجه من الحل، واعتباره متغير غير أساسي.

6- إذا كان التحسين غير ممكن فإن الحل الذي تم التوصل إليه يكون هو الحل الأمثل.

ولمعرفة كيفية استخدام طريقة *Simplex* بوضوح أكثر نستخدم المثال التالي:

❖ **مثال توضيحي:** لنأخذ معطيات المثال السابق لإيجاد التشكيلة المثلى من A وB والتي تحقق للمؤسسة أعظم ربح باستخدام طريقة *Simplex*.

الحـــل:

1 ـ تفهم المسألة: وتتمثل هذه الخطوة في إحصاء عدد القيود وعدد المتغيرات في المسألة وتبويبها، والجدول التالي يوضح ذلك:

الجدول (02): معلومات حول المتغيرات وقيود المسألة

المنتج / الموارد	المنتج A	المنتج B	الطاقة القصوى
ـ المادة الأولية X (كغ)	2	1	400
ـ المادة الأولية y (كغ)	1/2	1	300
ـ القسم الإنتاجي α (س/ع)	2	-	300
ـ القسم الإنتاجي β (س/ع)	-	3/2	400
ـ الربح (دج)	4	3	-

2 ـ وضع البرنامج الرياضي للمسألة:

$$MAX\ \pi = 4A+3B$$

$S.T:$

$2A+B \le 400$ *قيد المادة الأولية* X

$1/2A+B \le 300$ *قيد المادة الأولية* Y

$2A \le 300$ *القسم الإنتاجي* α

$3/2B \le 400$ *القسم الإنتاجي* β

$A,B \ge 0$

3 ـ التحويل إلى الشكل المعياري:

$$MAX\ \pi = 4A + 3B + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4$$

$S.T:$

$$2A+B+S_1 = 400$$
$$1/2A+B+S_2 = 300$$
$$2A+S_3 = 300$$
$$3/2B+S_4 = 400$$
$$A,B,S_1,S_2,S_3,S_4 \ge 0$$

4 ـ وضع المعطيات في جدول Simplex:

جدول Simplex (1)

الربح	المتغيرات	الكمية	A	B	S_1	S_2	S_3	S_4	
0	S_1	400	2	1	1	0	0	0	
0	S_2	300	0.5	1	0	1	0	0	
0	S_3	300	2	0	0	0	1	0	
0	S_4	400	0	1.5	0	0	0	1	
$\pi = 0$			0	0	0	0	0	0	Cj
			4	3	0	0	0	0	πj

ـ يتم اختيار عمود الدوران على أساس أكبر قيمة لـ $(\pi j - Cj)$؛

ـ يتم اختيار سطر الدوران على أساس أقل حاصل قسمة موجب لعمود الكمية على قيم عمود الدوران؛

ـ تسمى قيمة تقاطع عمود الدوران بسطر الدوران، بقيمة عنصر الدوران (*Pivot*)؛

ـ شرط الأمثلية أن يتحقق $\pi j \leq Cj$، وفي هذه الحالة الشرط غير محقق. لذا يجب الانتقال إلى الخطوة الموالية من أجل تحسين الحل.

ـ يتم إدخال المنتج A مكان المورد S_3 بربح مقداره 4دج.

ـ تقسم كل قيم سطر الدوران على عنصر الدوران.

ـ يتم حساب باقي القيم من خلال استخدام العلاقة التالية:

العنصر الجديد= العنصر القديم – ((المقابل في عمود الدوران× المقابل في سطر الدوران) /عنصر الدوران).

على سبيل المثال: $100 = 400-[(2\times300)/2]$

ـ يتم حساب Cj بضرب معاملات الربح للمتغيرات الوهمية S_j في معاملات متغيرات القيود، وعلى سبيل المثال:

$$C_{jA}= 0\times0+0\times0+4\times1+0\times0=4$$

ـ التأكد من أمثلية الحل، ومرة أخرى من خلال شرط الأمثلية $\pi j \leq Cj$ الشرط غير محقق وبالتالي يتم الانتقال إلى جدول موالي بإتباع نفس الخطوات السابقة.

جدول Simplex (2)

الربح	المتغيرات	الكمية	A	B	S_1	S_2	S_3	S_4	
0	S_1	100	0	1	1	0	-1	0	
0	S_2	225	0	1	0	1	-1/4	0	
4	A	125	1	0	0	0	0.5	0	
0	S_4	400	0	1.5	0	0	0	1	
$\pi = 600$			4	0	0	0	2	0	Cj
			4	3	0	0	0	0	πi

. تتبع نفس الخطوات السابقة للتأكد من أمثلية الحل في كل المراحل.

جدول Simplex (3)

الربح	المتغيرات	الكمية	A	B	S_1	S_2	S_3	S_4	
3	B	100	0	1	1	0	-1	0	
0	S_2	125	0	0	-1	1	¾	0	
4	A	150	1	0	0	0	½	0	
0	S_4	250	0	0	-3/2	0	3/2	1	
$\pi = 900$			4	3	3	0	-1	0	Cj
			4	3	0	0	0	0	πi

ـ شرط الأمثلية $\pi j \leq Cj$ غير محقق في عمود S_3، ليتم الانتقال إلى الجدول الموالي من أجل تحسين الحل.

جدول Simplex (4)

الربح	المتغيرات	الكمية	A	B	S_1	S_2	S_3	S_4	
3	B	266.66	0	1	0	0	0	2/3	
0	S_2	0	0	0	-1/4	1	0	-1/2	
4	A	66.66	1	0	1/2	0	0	-1/3	
0	S_3	166.66	0	0	1	0	1	2/3	
π =1066.66			4	3	2	0	0	2/3	Cj
			4	3	0	0	0	0	πj

- شرط الأمثلية $\pi j \leq Cj$ محقق في الجدول (4).

- <u>تحليل النتائج</u>

لتحقيق أعظم ربح والمقدر بـ: 1066.66 على المؤسسة أن تنتج 266.66 وحدة من المنتج B و66.66 وحدة من المنتج A.

المورد S_3 يساوي 166.66سا/ع وهو يمثل قيمة الفائض في ساعات عمل القسم الإنتاجي α، في حين نجد أن المؤسسة استغلت ما مقداره (300-166.66)= 133.33 ساعة عمل في القسم نفسه.

المورد S_2=0 وهذا يعني أنه تم استغلال كامل للمادة الأولية Y، أي لم يبقى فائض.

أما بالنسبة لقيم السطر Cj فتفسر كالتالي:

المورد S_1= 2 دج فهي عبارة مساهمة الكغ الواحد من المادة الأولية X في الربح.

المورد $S4$= 2/3دج فهي عبارة مساهمة الساعة الواحدة في القسم β في الربح.

. حساب الربح عن طريق المدخلات يكون كتالي:

$$2\times400+3/2\times400=1066.66 \text{ دج}$$

. حساب الربح عن طريق المخرجات يكون كما يلي:

$$4\times66.66+3\times266.66=1066.66 \text{ دج}$$

تمارينات

تمرين 01: ليكن لدينا البرنامج الخطي التالي:

$Max\ \pi = 2X_1 - X_2 + X_3$

St:

$3X_1 + X_2 + X_3 \leq 600$ المورد A

$X_1 - X_2 + 2X_3 \geq 100$ المورد B

$X_1 + X_2 - X_3 = 50$ المورد C

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

حيث: X_1 ، X_2 و X_3 منتجات مؤسسة ما.

1- أوجد الحل الأمثل للبرنامج.

2- ما قيمة الربح π_j التي تسمح بإدخال المتغير X المفقود في الحل؟.

تمرين 02: ليكن لدينا البرنامج الخطي التالي:

$Min\ c = 4000A + 3000B + 2000C$

St :

$2A + C \geq 2$ (x) المنتج

$2A + 2B \geq 4$ (y) المنتج

$1.5B \geq 2$ (z) المنتج

$A, B, C \geq 0$

1. أحسب قيمتي x و y والتي تحقق أعظم ربح π باستخدام الطريقة المناسبة.
2. قدر الاحتياجات من الموارد: A، B و C عند تحقق الحل الأمثل.

تمرين 03: الجدول التالي يمثل أحد مراحل الحل لمسألة متعلقة بنشاط إنتاجي لمؤسسة ما:

π_j	المتغير	الكمية	X_1	X_2	X_3	…	…	…
0	S_1	113.75	0.125	0	-0.125	1	0	-2
0	S_2	220	-1	0	-1	0	1	0.5
5	….	115	0.5	1	1.5	0	0	0.5
$\pi = …$			…	…	…	…	…	…
			2	…	6	…	…	…

1- أكمل الحل، ثم حدد ما يجب أن تنتجه وما توفره المؤسسة من موارد لتحقيق أعظم ربح ممكن.

2- ما هي قيم الربح π_j التي تسمح بإدخال المتغيرات المفقودة في الحل؟.

تمرين 04: لنعتبر البرنامج الخطي التالي:

$Min\ C = 350x + 450y + 600z$

St;

$2x + 2.5z \geq 20$ (A المنتج)

$2x + y + z \geq 18$ (B المنتج)

$x, y, z \geq 0$

1- ابحث عن التشكيلة المثلى من المنتجين A و B لتعظيم الربح π، باستخدام طريقة غير طريقة *Simplex*.

2- كم يجب على المؤسسة أن توفر من الموارد x، y و z؟.

3- هل يؤثر التغير في المورد y على الحل الأمثل؟

التقنيات الكمية في إدارة الإنتاج

الفصل 01: طرق البرمجة الخطية
Chapter 01: Linear Programing Methods

الدرس 02

المبحث 01: البرمجة الخطية Linear Programing
- التحليل الحسسي Sensitivity Analysis

المبحث 02: طرق (أساليب) النقل.
- طريقة *North West Corner*
- طريقة *Least Cost Cell*

ثالثا: التحليل الحسسي *Sensitivity Analysis*

تحليل الحساسية هو عبارة عن تقنية تساعد على إيجاد الحلول الممكنة في حالات عدم التأكد تتعلق بموارد المؤسسة أو الطاقات المتاحة لها بسبب توقع حدوث تغيرات في أسعار بعض عوامل الإنتاج المستخدمة، أو عدم التأكد من الكميات المباعة نظرا لتذبذب أسعار المنتجات المراد تصنيعها بالمؤسسة، وسيتم التطرق في هذه الفقرة إلى حالتين وهما: حالة التغير في الموارد (الطاقات) وحالة التغير في الأسعار (معاملات دالة الهدف).

أ- التغير في الموارد:

تقنية التحليل الحسسي تمكن من تحديد المجالات التي لا تؤثر على برنامج الحل الأمثل المتوصل إليه بطريقة *Simplex*، ولتوضيح ذلك أكثر نفترض أن المؤسسة في المثال التوضيحي السابق تتوقع تغير في سعر المادة الأولية X مستقبلا، حيث يصبح القيد كما يلي:

$2A+B+S_1 = 400 \pm \Delta_x$ قيد المادة الأولية X

ولتحديد مجال التغير في المادة الأولية (أي قيمة Δ_x) يستخدم عمود S_1 في جدول الحل الأمثل (جدول Simplex 4) وجمعه مع عمود الكمية كما يلي:

جدول *Simplex* 1 (افتراضي)

الربح	المتغيرات	الكمية	A	B	S_1	S_2	S_3	S_4
3	B	266.66	0	1	0	0	0	2/3
0	S_2	0	0	0	-1/4	1	0	-1/2
4	A	66.66	1	0	1/2	0	0	-1/3
0	S_3	166.66	0	0	1	0	1	2/3
π =1066.66			4	3	2	0	0	2/3
			4	3	0	0	0	0

المنتج $B = 266.66 + 0\Delta x \geq 0$

الفائض $S_2 = 0 - 1/4\Delta x \geq 0$

المنتج $A = 66.66 + 1/2\Delta x \geq 0 \Rightarrow \Delta x \geq -133.33$

الفائض $S_3 = 166.66 + \Delta x \geq 0 \Rightarrow \Delta x \geq -166.66$

وبعد الحل بالنسبة للمعادلات الأربعة يتم الحصول على مجال التغير في المادة الأولية (Δx) والذي يساوي:

$$0 \geq \Delta x \geq -133.33$$

أي أنه بإمكان المؤسسة أن تغير كمية المادة الأولية x بتخفيض الكمية بـ 133.33 كغ كحد أدنى وعدم الزيادة حتى لا يتأثر البرنامج (الحل الأمثل).

- **عند تخفيض المادة الأولية *X* بـ 133.33 كغ:** ينتج عن ذلك تغير في عدد الوحدات المنتجة والفوائض والأرباح كالتالي:

المنتج $B = 266.66$

الفائض $S_2 = 0 - 1/4(-133.33) = 33.33$

المنتج $A = 66.66 + 1/2(-133.33) = 0$

الفائض $S_3 = 166.66 + (-133.33) = 33.33$

أي أن المؤسسة تنتج 266.66 وحدة من المنتج *B* وعدم إنتاج *A*، مما يترتب عليه تحقيق ربح قدره: 3 × 266.66 = 800 دج، أي انخفاض بقيمة 266.66 دج.

كما يترتب عن ذلك فائض في عدد ساعات العمل بالورشة α بـ 33.33 ساعة، وفائض في المادة الأولية β بـ33.33 كغ.

ب- التغير في معاملات دالة الهدف:

إذا توقعت المؤسسة على سبيل المثال تغير في أسعار بعض المنتجات والتي تؤثر بشكل مباشر على ربحيتها، هنا تكون المؤسسة أمام تحدي آخر ويتمثل في تقديرها المسبق لحجم هذا التأثير على برنامجها الإنتاجي (الحل الأمثل).

عمليا تستطيع المؤسسة التأكد من حجم التأثير من خلال السطرين C_j و π_j في جدول الحل الأمثل، فإذا كان هذا الحل يقضي بإنتاج السلعة B وعدم إنتاج السلعة A على سبيل المثال، فإنه يتعين على إدارة المؤسسة معرفة السبب والذي يفسر عادة من خلال السطرين C_j و π_j. إذا افترضنا على سبيل المثال أن جدول الحل الأمثل هو كالتالي:

جدول *Simplex* 2 (افتراضي)

الربح	المتغيرات	الكمية	A	B	S_1	S_2	S_3	S_4
3	B	266.66	2	1	2/3	0	0	0
0	S_2	0	0.5	4	-1/4	1	0	0
0	S_4	66.66	1	0	1/2	0	1	0
0	S_3	166.66	0	2	1	0	0	1
$\pi = 800$			6	3	2	0	0	0
			4	3	0	0	0	0

ما يلاحظ على الحل الأمثل أن المتغير A لم يدخل لعملية الحل لأن الجدول يحقق الأمثلية، ولو بحثنا عن سبب عدم دخول A للحل فهو يرجع للقيمة 6 $C_A=$ وهي أكبر من $\pi_A=4$، هو ما يدل على أنه لإدخال المتغير (إنتاج المنتج) A لابد أن تكون: $\pi_A >$ $C_A=6$، وحتى يبقى هذا الحل أمثل لابد وأن يتوفر الشرط التالي:
$C_A - \pi_A \leq 2$، وهذا الشرط يمكن أن يطبق على بقية معاملات متغيرات دالة الهدف.

المبحث 02: طرق (أساليب) النقل *Transportation Methods*

تعتبر طرق أو أساليب النقل من الطرق الخاصة في البرمجة الخطية كما ذكرنا سابقا لأنها تتعامل مع مسائل تتوفر فيها إضافة إلى خطية العلاقات بين المتغيرات الشروط التالية:

1- وجود نقاط عرض (موارد) ونقاط طلب (احتياجات).
2- الهدف الرئيس هو تخفيض تكاليف أو تعظيم ربح النقل بين نقاط العرض ونقاط الطلب.
3- التعبير عن العرض والطلب بوحدات قياس متشابهة.
4- توفر بيانات كمية كاملة عن الموارد المنقلة من نقاط العرض إلى نقاط الطلب.

سيتم التطرق في هذا المبحث إلى ثلاثة طرق للنقل وهي: طريقة الزاوية الشمالية الغربية *NWC* وطريقة الأقل تكلفة *LCC* وطريقة *Vogel* وفي حالتي تدنية التكاليف وتعظيم الربح.

أولا: أساليب النقل في حالة تدنية التكاليف *Cost Minimization*

نستعرض في هذه الفقرة استخدام الطرق الثلاث المذكورة في إيجاد أسلوب النقل الأمثل لتدنية تكاليف النقل، ولتتبع خطوات الحل لكل طريقة نأخذ المثال التوضيحي التالي:

❖ **مثال توضيحي:**

قررت مؤسسة ما إنتاج السلعة x، وذلك بعد التوصل إلى أن الطلب على هذه السلعة يعرف تزايدا ملحوظا في السوق، وتتوفر المؤسسة على أربعة مراكز للبيع A ، B ، C وD، كما تمتلك إمكانية إنتاج السلعة x في ثلاث وحدات إنتاجية تابعة لها، والبيانات التالية خاصة بطاقة التسويقية لكل مركز، تكاليف نقل الوحدة والطاقة الإنتاجية والطلب:

الجدول (03) تكاليف النقل، الطلب والطاقة الإنتاجية الوحدة (دج)

مراكز البيع / الوحدات الانتاجية	المركز A	المركز B	المركز C	المركز D	الطاقة الإنتاجية
الوحدة 1	2	5	6	2	1000 وحدة
الوحدة 2	4	5	7	4	2000 وحدة
الوحدة 3	3	4	4	3	500 وحدة
الطلب	1500	1000	800	500	---

ابحث عن أسلوب النقل الأمثل للمؤسسة باستخدام:

أ- طريقة *NWC*.
ب- طريقة *LCC*.
ج- طريقة *Vogel*.

الحـــل:

أ- طريقة الزاوية الشمالية الغربية *North West Corner Method*

1 - الخطوة الأولى:

نقل معطيات المسألة إلى جدول النقل والذي يأخذ عادة الشكل التالي:

جدول (1)

مراكـــز البيع / الوحدات الإنتاجية	المركز A	المركز B	المركز C	المركز D	الطاقة الإنتاجية	
الوحدة 1	1000 $\boxed{2}$ -	3 $\boxed{5}$ $\boxed{5}$	5 $\boxed{6}$	4 $\boxed{2}$ +	1000	$U_1= 0$
الوحدة 2	500 $\boxed{4}$	1000	500 $\boxed{7}$	6 $\boxed{4}$	2000	$U_2= 2$
الوحدة 3	$\boxed{3}$ +	2 $\boxed{4}$	300 $\boxed{4}$ -	200 $\boxed{3}$	500	$U_3=-1$
Dummy	$\boxed{0}$	-1 $\boxed{0}$	1 $\boxed{0}$ +	300 $\boxed{0}$	300	$U_4=-4$
الطلب	1500	1000	800	500	3800	
	$V_1=2$	$V_2=3$	$V_3=5$	$V_4=4$		

ملاحظة: يضاف السطر *Dummy* لامتصاص الفارق بين الإنتاج (الموارد) والطلب (الإحتياج).

2 ـ الخطوة الثانية:
توزيع إنتاج الوحدات الإنتاجية الثلاث على مراكز البيع بدءا بالزاوية الشمالية الغربية، كما هو مبين في الجدول أعلاه.
- بعد إكمال عملية التوزيع لابد من تحقق الشرط التالي:
عدد الخانات المملوءة = عدد الأسطر (n)+ عدد الأعمدة (m) -1 = (4+4-1)= 7 (محقق).
- حساب تكاليف النقل الإجمالية:
تكاليف النقل = 1000×2+500×4+1000×5+ 500×7+300×4+ 200×3+ 300×0= **14300دج**.

3 ـ الخطوة الثالثة
التأكد من أمثلية الحل من خلال حساب معاملات التحسين (تكاليف الظل) U_i، V_j حيث: i:السطر و j: العمود
ويفترض دائما أن: $C_{ij} = U_i+ V_j$ حيث C_{ij}: هي تكلفة النقل للوحدة الواحدة في السطر i والعمود j .
- تحسب معاملات التحسين على أساس الخانات المملوءة فقط، كما هو مبين في الجدول (1).
- حساب المجموع $U_I+ V_j$ بالنسبة للخانات الشاغرة.
- يتحقق شرط الأمثلية في حالة تدنية التكاليف عند تحقق: $U_I+ V_j \le C_{ij}$

4 ـ الخطوة الرابعة:
- في حالة عدم تحقق شرط الأمثلية تتم إعادة توزيع الوحدات المنتجة على المراكز الأربعة بإضافة إشارة + أو – ، وتؤخذ بعين الاعتبار الخانات التي لا يتوفر فيها شرط الأمثلية وهي الخانات المرقمة باللون الأحمر مع البدء بالخانة بأكبر فارق بين $U_I+ V_j$ C_{ij} ، كما هو مبين في الجدول (1).
- يتم تطبيق نفس الخطوات السابقة حتى المرحلة التي يتوفر فيها شرط الأمثلية $U_I+ V_j \le C_{ij}$.

جدول (2)

مراكز البيع / الوحدات الإنتاجية	المركز A	المركز B	المركز C	المركز D	الطاقة الإنتاجية	
الوحدة 1	800 $\boxed{2}$	3 $\boxed{5}$	5 $\boxed{6}$	200 $\boxed{2}$	1000	$U_1= 0$
الوحدة 2	7(- $\boxed{4}$	1000 $\boxed{5}$	300 $\boxed{7}$	4 + $\boxed{4}$	2000	$U_2=2$
الوحدة 3	1 + $\boxed{3}$	2 $\boxed{4}$	500 - $\boxed{4}$	1 $\boxed{3}$	500	$U_3=-1$
Dummy	0 $\boxed{0}$	1 $\boxed{0}$	3 + $\boxed{0}$	30 - $\boxed{0}$	300	$U_4=-2$
الطلب	1500	1000	800	500	3800	
	$V_1=2$	$V_2=3$	$V_3=5$	$V_4=2$		

- بعد إكمال عملية التوزيع لابد من تحقق الشرط التالي:
عدد الخانات المملوءة = عدد الأسطر (n)+ عدد الأعمدة (m) -1 = (4+4-1)= 7 (محقق).
- حساب تكاليف النقل الإجمالية:
تكاليف النقل = 800×2+200×2+700×4+ 1000×5+500×4+ 300×7+ 300×0= **13900دج**.
- بعد حساب معاملات التحسين (تكاليف الظل) يلاحظ أن شرط الأمثلية غير محقق، ليتم الانتقال إلى الجدول (3).

جدول (3)

مراكـــــز البيع / الوحدات الإنتاجية	المركز A	المركز B	المركز C	المركز D	الطاقة الإنتاجية	
الوحدة 1	**500** $\boxed{2}$	3 $\boxed{5}$	3 $\boxed{6}$	**500** $\boxed{2}$	1000	$U_1= 0$
الوحدة 2	**1000** $\boxed{4}$	**1000** $\boxed{5}$	5 $\boxed{7}$	4 $\boxed{4}$	2000	$U_2=2$
الوحدة 3	3 $\boxed{3}$	4 $\boxed{4}$	**500** $\boxed{4}$	3 $\boxed{3}$	500	$U_3=1$
Dummy	-1 $\boxed{0}$	0 $\boxed{0}$	**300** $\boxed{0}$	-1 $\boxed{0}$	300	$U_4=-3$
الطلب	1500	1000	800	500	3800	
	$V_1=2$	$V_2=3$	$V_3=3$	$V_4=2$		

- بعد إكمال عملية التوزيع لابد أن تحقق الشرط: عدد الخانات المملوءة = عدد الأسطر (n)+ عدد الأعمدة (m) - 1 = (4+4-1)= 7 (غير محقق) وطرح **مشكل** ***Degeneracy*** ويعالج بإضافة القيمة 0 في خانة بأقل تكلفة واعتبارها خانة مملوءة، حيث تسمح بمواصلة حساب تكاليف الظل لبقية الأسطر والأعمدة.
- حساب تكاليف النقل الإجمالية:

تكاليف النقل = 500×2+500×2+1000×4+ 1000×5+500×4+ 300×0= **13000دج**.

- ما يلاحظ على الجدول (3) أن شرط الأمثلية متوفر، و هو ما نعتبره الحل الأمثل.
- يتخذ قرار توزيع الإنتاج للوحدات الثلاث على مراكز البيع وفق التوزيع الموجود في الجدول (3).

ب- طريقة الأقل تكلفة *Least Cost Cell Method*

تستند هذه الطريقة على توزيع الموارد على مبدأ التوزيع الأقل كلفة (أي التوزيع يستند على الخانات الأقل تكلفة نقل *Cij*).

الجدول (1)

مراكـــــز البيع / الوحدات الإنتاجية	المركز A	المركز B	المركز C	المركز D	الطاقة الإنتاجية	
الوحدة 1	**1000** $\boxed{2}$ -	3 $\boxed{5}$	5 $\boxed{6}$	4 $\boxed{2}$ +	1000	$U_1= 0$
الوحدة 2	**500** $\boxed{4}$ +	**1000** $\boxed{5}$	**500** $\boxed{7}$ -	6 $\boxed{4}$	2000	$U_2= 2$
الوحدة 3	1 $\boxed{3}$	2 $\boxed{4}$	0 $\boxed{4}$ +	**500** $\boxed{3}$ -	500	$U_3=-1$
Dummy	-3 $\boxed{0}$	-2 $\boxed{0}$	**300** $\boxed{0}$	-1 $\boxed{0}$	300	$U_4=-5$
الطلب	1500	1000	800	500	3800	
	$V_1=2$	$V_2=3$	$V_3=5$	$V_4=4$		

- حساب تكاليف النقل الإجمالية:

تكاليف النقل = 1000×2+500×4+1000×5+ 500×7+500×3+ 300×0= **14000دج**.

بعد حساب معاملات التحسين (تكاليف الظل) يلاحظ أن شرط الأمثلية غير محقق، ليتم الانتقال إلى الجدول (2).

الجدول (2)

مراكز البيع / الوحدات الإنتاجية	المركز A	المركز B	المركز C	المركز D	الطاقة الإنتاجية	
الوحدة 1	**500** $\boxed{2}$	3 $\boxed{5}$	3 $\boxed{6}$	**500** $\boxed{2}$	1000	$U_1= 0$
الوحدة 2	**1000** $\boxed{4}$	**1000** $\boxed{5}$	$\boxed{7}$	4 $\boxed{4}$	2000	$U_2= 2$
الوحدة 3	3 $\boxed{3}$	4 $\boxed{4}$	**500** $\boxed{4}$	0 $\boxed{3}$	500	$U_3=1$
Dummy	-1 $\boxed{0}$	0 $\boxed{0}$	**300** $\boxed{0}$	-1 $\boxed{0}$	300	$U_4=-3$
الطلب	1500	1000	800	500	3800	
	$V_1=2$	$V_2=3$	$V_3=3$	$V_4=2$		

- حساب تكاليف النقل الإجمالية:

تكاليف النقل = $2\times500+4\times1000+5\times1000+4\times500+2\times500+0\times300=$ **13000دج**.

- ما يلاحظ على الجدول (2) أن شرط الأمثلية متوفر، و هو ما نعتبره الحل الأمثل.
- يتخذ قرار توزيع الإنتاج للوحدات الثلاث على مراكز البيع وفق التوزيع الموجود في الجدول (2).

التقنيات الكمية في إدارة الإنتاج

الفصل 01: طرق البرمجة الخطية
Chapter 01: Linear Programing Methods

الدرس 03

المبحث 02: طرق (أساليب) النقل.

- طريقة فوجل *Vogel's Approximation Method*
- أساليب النقل في حالة تعظيم الربح

ج- طريقة فوجل *Vogel's Approximation Method*

تعتبر طريقة *Vogel* هي الأخرى من الطرق الواسعة الاستخدام في مسائل النقل و هي ترتكز على عدد من الخطوات للوصول إلى الحل الأمثل ومن أهمها:

1- اختيار الخانتين بأقل تكلفة نقل ($Min\ C_i$) في كل سطر من جدول النقل، ثم أخذ الفارق بينهما كمعامل تحسين (تكلفة الظل).

2- اختيار الخانتين بأقل تكلفة نقل ($Min\ C_j$) في كل عمود من جدول النقل، ثم أخذ الفارق بينهما كمعامل تحسين (تكلفة الظل).

3- يتم اختيار أكبر معامل تحسين في الجدول، والبدء في عملية توزيع الموارد في السطر أو العمود المقابل لذلك، مع اختيار الخانة بأصغر تكلفة ($Min\ C_{ij}$).

4- يتم شطب السطر و/أو العمود الذي استوفى الموارد اللازمة، لتتكرر العملية من جديد (أي البدء من الخطوة الأولى).

- مثال توضيحي: لنأخذ المثال السابق كما هو مبين في الجدول التالي:

الجدول (1)

مراكز البيع / الوحدات الإنتاجية	المركز A	المركز B	المركز C	المركز D	الطاقة الإنتاجية	(1)	(2)	(3)
الوحدة 1	1000 [2]	[5]	[6]	[2]	1000	$U_1=0$	$U_1=0$	$U_1=0$
الوحدة 2	500 [4]	1000 [5]	[7]	500 [4]	2000	$U_2=0$	$U_2=0$	$U_2=0$
الوحدة 3	[3]	[4]	500 [4]	[3]	500	$U_3=0$	$U_3=0$	
Dummy	[0]	[0]	300 [0]	[0]	300	$U_4=0$		
الطلب	1500	1000	800	500	3800			
(1)	$V_1=2$	$V_2=4$	$V_3=4$	$V_4=2$				
(2)	$V_1=1$	$V_2=1$	$V_3=2$					
(3)	$V_1=2$	$V_2=0$						

- حساب تكاليف النقل الإجمالية:

تكاليف النقل = 500×2+1000×4+1000×5+ 500×4+500×2+ 300×0= **13000دج**.

- بعد تتبع كل خطوات الحل بطريقة سليمة يتم التوصل إلى الحل الأمثل مباشرة، ففي المثال التوضيحي تم التوصل للأمثلية بعد ثلاثة مراحل للحل.
- تعتبر طريقة Vogel من أبسط الطرق وأقصرها على الإطلاق في الوصول للحل الأمثل إذا ما تم تتبع الخطوات بطريقة سليمة وفي كل مراحل الحل.

ثانيا: أساليب النقل في حالة تعظيم الربح *Profit Maximization*

بعد أن تم التطرق إلى استخدام أساليب النقل في تدنية التكليف سنستعرض في هذه الفقرة استخدام الطرق المذكورة في إيجاد أسلوب النقل الأمثل لتعظيم الربح، ونستهل دراستنا بالمثال التوضيحي التالي:

❖ **مثال توضيحي:**

قررت مؤسسة ما إنتاج السلعــــة y، وتتوفر المؤسسة على أربعة مراكز للبيع وهي: a ، b ، c وd، كما تمتلك إمكانية إنتاج السلعة في ثلاث وحدات إنتاجية تابعة لها، والبيانات التالية خاصة بالطاقة التسويقية لكل مركز، الربح المقدر لنقل الوحدة، الطاقة الإنتاجية والطلب:

الجدول (03) الأرباح التقديرية للنقل، الطلب والطاقة الإنتاجية 　　**الوحدة (دج)**

مراكز البيع / الوحدات الانتاجية	المركز a	المركز b	المركز c	المركز d	الطاقة الإنتاجية
الوحدة 1	2	5	4	2	1200 وحدة
الوحدة 2	3	1	4	2	2500 وحدة
الوحدة 3	4	3	2	5	500 وحدة
الطلب	1500	1000	1000	500	---

ابحث عن أسلوب النقل الأمثل للمؤسسة باستخدام:

أ- طريقة *NWC*.

ب - طريقة *Vogel*.

الحـــل:

أ- طريقة الزاوية الشمالية الغربية *North West Corner Method*

1 - الخطوة الأولى: نقل معطيات المسألة إلى جدول النقل والذي يأخذ عادة الشكل التالي:

جدول (1)

مراكـــــز البيع / الوحدات الإنتاجية	المركز a	المركز b	المركز c	المركز d	*Dummy*	الطاقة الإنتاجية	
الوحدة 1	1200 [2]	0 [5]	3 [4]	1 [2]	-4 [0] +	1200	$U_1=0$
الوحدة 2	300 + [3]	1000 [1]	1000 [4]	200 - [2]	-3 [0]	2500	$U_2=1$
الوحدة 3	6 [4]	4 [3]	7 [2]	300 + [5]	200 - [0]	500	$U_3=4$
الطلب	1500	1000	1000	500	200	4200	
	$V_1=2$	$V_2=0$	$V_3=3$	$V_4=1$	$V_5=-4$		

ملاحظة: يضاف العمود *Dummy* لامتصاص الفارق بين الإنتاج (الموارد) والطلب (الاحتياج).

2 - الخطوة الثانية:

توزيع إنتاج الوحدات الإنتاجية الثلاث على مراكز البيع بدءا بالزاوية الشمالية الغربية، كما هو مبين في الجدول أعلاه.

- بعد إكمال عملية التوزيع لابد أن تحقق الشرط التالي:

عدد الخانات المملوءة = عدد الأسطر (n)+ عدد الأعمدة (m) -1 = (4+4-1)= 7 (والشرط محقق).

- حساب الربح الإجمالي:

أرباح النقل = 2×1200+3×300+1×1000+4×1000+2×200+5×300+0×200= **10200دج**.

3 - الخطوة الثالثة

التأكد من أمثلية الحل من خلال حساب معاملات التحسين (تكاليف الظل) U_i، V_j حيث: i:السطر و j: العمود

يفترض دائما أن: $\pi_{ij} = U_i+V_j$ حيث π_{ij}: ربح نقل للوحدة الواحدة في السطر i والعمود j .

- تحسب معاملات التحسين على أساس الخانات المملوءة فقط، كما هو مبين في الجدول (1).

- حساب المجموع U_I+V_j بالنسبة للخانات الشاغرة.
- يتحقق شرط الأمثلية في حالة تعظيم الربح عند تحقق: $U_I+V_j \geq \pi_{ij}$، وما يلاحظ من الجدول (1) أن الشرط غير محقق في 5 خانات، وهو ما يتطلب تحسين الحل.

4 - الخطوة الرابعة:

- في حالة عدم تحقق شرط الأمثلية تتم إعادة توزيع الوحدات المنتجة على المراكز الأربعة بإضافة إشارة + أو – ، وتؤخذ بعين الاعتبار الخانات التي لا يتوفر فيها شرط الأمثلية وهي الخانات المرقمة باللون الأحمر مع البدء بالخانة بأكبر فارق بين U_I+V_j و π_{ij} كما هو مبين في الجدول (1).
- يتم تطبيق نفس الخطوات السابقة حتى المرحلة التي يتوفر فيها شرط الأمثلية $U_I+V_j \geq \pi_{ij}$.
- بعد إكمال عملية التوزيع لابد من تحقق الشرط التالي:

عدد الخانات المملوءة = عدد الأسطر (n)+ عدد الأعمدة (m) -1 = (4+4-1)= 7 (غير محقق) وطرح **مشكل** ***Degeneracy*** ويعالج بإضافة القيمة 0 للخانة بأكبر قيمة π_{ij} تسمح بتكملة حساب معاملات التحسين.

الجدول (2)

مراكز البيع / الوحدات الإنتاجية	المركز a	المركز b	المركز c	المركز d	*Dummy*	الطاقة الإنتاجية	
الوحدة 1	1000 [2] -	0 [5] +	3 [4]	1 [2]	200 [0]	1200	$U_1=0$
الوحدة 2	500 [3] +	1000 [1] -	1000 [4]	0 [2]	1 [0]	2500	$U_2=1$
الوحدة 3	6 [4]	4 [3]	7 [2]	500 [5]	4 [0]	500	$U_3=4$
الطلب	1500	1000	1000	500	200	4200	
	$V_1=2$	$V_2=0$	$V_3=3$	$V_4=1$	$V_5=0$		

- حساب الربح الإجمالي:

أرباح النقل = 1000×2+ 500×3+1000×1+ 1000×4+ 500×5+ 200×0= **11500دج**.

- بعد حساب معاملات التحسين (أسعار الظل) شرط الأمثلية $U_I+V_j \geq \pi_{ij}$ غير محقق في 3 خانات، ليتم الانتقال إلى الجدول (3)، مع إتباع نفس الخطوات السابقة.

الجدول (3)

مراكز البيع / الوحدات الإنتاجية	المركز a	المركز b	المركز c	المركز d	*Dummy*	الطاقة الإنتاجية	
الوحدة 1	3 [2]	1000 [5]	0 [4]	2 [2]	200 [0]	1200	$U_1=0$
الوحدة 2	1500 [3]	5 [1]	1000 [4]	0 [2]	0 [0]	2500	$U_2=0$
الوحدة 3	6 [4]	8 [3]	7 [2]	500 [5]	3 [0]	500	$U_3=3$
الطلب	1500	1000	1000	500	200	4200	
	$V_1=3$	$V_2=5$	$V_3=4$	$V_4=2$	$V_5=0$		

- حساب الربح الإجمالي:

أرباح النقل = 1000×5+ 1500×3+1000×4+ 500×5+ 200×0= **14000دج**.

- بعد حساب معاملات التحسين (أسعار الظل) شرط الأمثلية $U_I+V_j \geq \pi_{ij}$ محقق في الجدول (3)، بتحقيق أعظم ربح قدره 14000دج.

ب- طريقة فوجل *Vogel's Approximation Method*

تستخدم طريقة *Vogel* هي الأخرى في حالة تعظيم الأرباح، وترتكز على عدد من الخطوات للوصول إلى الحل الأمثل ومن أهمها:

1- اختيار الخانتين بأكبر ربح نقل ($Max\ \pi_i$) في كل سطر من جدول النقل، ثم أخذ الفارق بينهما كمعامل تحسين (سعر الظل).
2- اختيار الخانتين بأكبر ربح نقل ($Max\ \pi_j$) في كل عمود من جدول النقل، ثم أخذ الفارق بينهما كمعامل تحسين (سعر الظل).
3- يتم اختيار أكبر معامل تحسين في الجدول، والبدء في عملية توزيع الموارد في السطر أو العمود المقابل لذلك، مع اختيار الخانة بأكبر ربح ($Max\ \pi_{ij}$).
4- يتم شطب السطر و/أو العمود الذي استوفى الموارد اللازمة، لتتكرر العملية من جديد (أي البدء من الخطوة الأولى).

❖ **مثال توضيحي**: لنأخذ المثال السابق كما هو مبين في الجدول التالي:

الجدول (1)

(1) (2) (3) (4)

مراكز البيع / الوحدات الإنتاجية	المركز a	المركز b	المركز c	المركز d	*Dummy*	الطاقة الإنتاجية
الوحدة 1	2	.1000 5	200 4	2 .	0	1200
الوحدة 2	.1500 3	1	.1000 4	2	0	2500
الوحدة 3	4	3	2	500 5	0	500
الطلب	1500	1000	1000	500	200	4200

(1): $U_1=1$, $U_2=1$, $U_3=1$ — $V_1=1$, $V_2=2$, $V_3=0$, $V_4=3$, $V_5=0$

(2): $U_1=1$, $U_2=1$ — $V_1=1$, $V_2=4$, $V_3=0$, $V_5=0$

(3): $U_1=2$, $U_2=1$ — $V_1=1$, $V_3=0$, $V_5=0$

(4): $V_1=1$, $V_5=0$

▪ حساب الربح الإجمالي:

أرباح النقل = $5\times1000+3\times1500+4\times1000+5\times500+0\times200=$ **14000دج**.

▪ بعد تتبع كل خطوات الحل بطريقة سليمة يتم التوصل إلى الحل الأمثل مباشرة، ففي المثال التوضيحي تم التوصل للأمثلية بعد 04 مراحل للحل.

▪ تعتبر طريقة Vogel من أبسط الطرق وأقصرها على الإطلاق حتى في حالة التعظيم في الوصول للحل الأمثل إذا ما تم تتبع الخطوات بطريقة سليمة وفي كل مراحل الحل.

التقنيات الكمية في إدارة الإنتاج

الفصل 01: طرق البرمجة الخطية
Chapter 01: Linear Programing Methods

الدرس 04

المبحث 03: طريقة التخصيص Assignment Method

- حالة تدنية التكاليف؛
- حالة تعظيم الربح.

المبحث 03: طريقة التخصيص *Assignment Method*

طريقة أخرى من الطرق الخاصة للبرمجة الخطية هي طريقة التخصيص، فهي تعتبر شكل من الأشكال الخاصة لأساليب النقل، فرغم أن بعض المسائل يمكن حلها من خلال البرمجة الخطية أو خوارزمية القفز على الصخور، هناك طريقة أسهل لحل هذا النوع من المسائل وهي الطريقة التخصيص الهنغارية (المجرية) والتي تم تطويرها من طرف H.w.Kuhu.

هذه الطريقة تعتمد على فرضية توفر مادة واحدة يتم نقلها من **مصادر العرض إلى مصادر الطلب والتي تكون متساوية بالضرورة من حيث العدد،** كأن تتم عملية نقل عدد معين من الآلات من المخزن أو من المورد ونصبها في الأماكن المخصص لها في الورشات.

سيتم التطرق في هذه الفقرة إلى استخدامات طريقة التخصيص في حالتي تخفيض التكاليف وتعظيم الربح.

أولا: تدنية التكاليف Cost Minimization

تعتبر الخوارزمية الهنغارية من أبسط الطرق للتعامل مع هذا النوع من المسائل، فإذا كان الهدف هو تخفيض التكاليف، فهي تبحث في أفضل الطرق على الإطلاق المحققة لهذا الهدف، ولتوضيح تطبيقات هذه الطريقة نأخذ المثال التوضيحي التالي:

- **مثال توضيحي 01:** نظرا للطلب المتزايد على منتجها، قررت مؤسسة ما زيادة ورشة إنتاجية أخرى بـ 5 آلات جدد: a, b, c, d, e والبيانات في الجدول التالي تظهر تكاليف تركيب الآلة الواحدة في الأماكن المخصصة في الورشة وهي: A, B, C, D, E:

الجدول (04) تكلفة تركيب الآلة الواحدة (دج)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	40	15	10	9	18
b	25	12	14	12	14
c	24	14	16	14	8
d	15	10	13	10	10
e	10	6	8	16	13

المطلوب هو البحث عن أسلوب التخصيص الأمثل لتدنية تكاليف تركيب الآلات.

الحـــــل: لإيجاد الأسلوب الأمثل لابد من المرور بالخطوات التالية:

1- اختيار أصغر قيمة في كل سطر (أو عمود) وطرح هذه القيمة من بقية القيم في السطر (أو العمود) (أنظر الجدول 1).

الجدول (1)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	31	6	1	0	9
b	13	0	2	0	2
c	16	6	8	6	0
d	5	0	3	0	0
e	4	0	2	10	7

2- اختيار أصغر قيمة في كل عمود (أو سطر) وطرح هذه القيمة من بقية القيم في العمود (أو السطر) (أنظر الجدول2).

الجدول (2)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	31	6	1	0	9
b	13	0	2	0	2
c	16	6	8	6	0
d	5	0	3	0	0
e	4	0	2	10	7

3- تغطية كل قيم "الصفر" الموجودة في الجدول بأقل عدد ممكن من الخطوط (أنظر الجدول 3).

الجدول (3)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	27	6	0	0	0
b	9	0	1	0	2
c	12	6	7	6	0
d	1	0	2	0	0
e	0	0	1	10	7

4- إذا كان عدد خطوط التغطية **يساوي إلى عدد الأسطر أو الأعمدة** نعتبر أن الحل أمثل، وتتم عملية التخصيص كما يلي:
- تتم عملية تركيب الآلة E في المكان c بتكلفة 8دج؛
- تتم عملية تركيب الآلة D في المكان b بتكلفة 12دج؛
- تتم عملية تركيب الآلة C في المكان a بتكلفة 10دج؛
- تتم عملية تركيب الآلة B في المكان d بتكلفة 10دج:
- تتم عملية تركيب الآلة A في المكان e بتكلفة 10دج.

أدنى تكاليف تركيب = **50دج.**

قد لا تتحقق الأمثلية في الخطوة الرابعة في بعض المسائل وهو ما يتطلب المرور إلى خطوات إضافية للوصول إلى الحل الأمثل، ولمعرفة ذلك نأخذ المثال التالي:

❖ **مثال توضيحي 02:** لنأخذ المسألة السابقة ولنفرض أن تكليف تركيب الآلات مرتبة كما هو مبين في الجدول التالي:
❖

الجدول (05) تكلفة تركيب الآلة الواحدة (دج)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	40	9	10	15	18
b	25	12	13	16	17
c	24	14	8	14	16
d	15	10	10	12	13
e	10	6	8	16	13

الحـــل: لإيجاد الأسلوب الأمثل لابد من المرور بالخطوات التالية:

1- اختيار أصغر قيمة في كل سطر (أو عمود) وطرح هذه القيمة من بقية القيم في السطر (أو العمود) (أنظر الجدول 1).

2-

الجدول (1)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	31	0	1	6	9
b	13	0	1	4	5
c	16	6	0	6	8
d	5	0	0	2	3
e	4	0	2	10	7

ملاحظة: إذا تم اختيار السطر في الخطوة 1 يتم اختيار العمود في الخطوة 2 والعكس.

3- اختيار أصغر قيمة في كل عمود (أو سطر) وطرح هذه القيمة من بقية القيم في العمود (أو السطر) (أنظر الجدول2).

الجدول (2)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	27	0	1	4	6
b	9	0	1	2	2
c	12	6	0	4	5
d	1	0	0	0	0
e	0	0	2	8	4

4- تغطية كل قيم "الصفر" الموجودة في الجدول بأقل عدد ممكن من الخطوط (أنظر الجدول 3).

الجدول (3)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	**27**	0	1	**4**	**6**
b	**9**	0	1	**2**	**2**
c	**12**	6	0	**4**	**5**
d	1	0	0	0	0
e	0	0	2	8	4

5- إذا كان عدد خطوط التغطية أقل من **عدد الأسطر أو الأعمدة** كما هو مبين في الجدول 3، أين عدد خطوط التغطية 4 وعدد أعمدة أو أسطر الجدول 5 يتم تحسين الحل.

6- يتم تعيين أقل قيمة من القيم غير المغطاة وطرحها منهم مع إضافة أقل قيمة إلى قيم الخانات المشتركة بين السطر والعمود (القيم باللون الأخضر في الجدول 3 أعلاه)، كما هو مبين في الجدول 4 الموالي:

الجدول (4)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	**25**	**0**	1	**2**	**4**
b	**7**	0	1	**0**	**0**
c	**10**	6	**0**	**4**	**5**
d	1	2	2	0	**0**
e	**0**	2	4	8	4

ما يلاحظ من الجدول 4 أن عدد خطوط التغطية 5 (2 عمودي و 3 أفقي) وهو متساوي مع عدد الأسطر أو الأعمدة، وهنا تتحقق الأمثلية حيث تتم عملية توزيع الآلات على الأماكن المخصصة كالتالي:

- تتم عملية تركيب الآلة A في المكان e بتكلفة 10 دج؛
- تتم عملية تركيب الآلة B في المكان a بتكلفة 9 دج؛
- تتم عملية تركيب الآلة C في المكان c بتكلفة 8 دج؛
- تتم عملية تركيب الآلة D في المكان b بتكلفة 16 دج:
- تتم عملية تركيب الآلة E في المكان d بتكلفة 13 دج.

أدنى تكاليف تركيب = **56 دج.**

ثانيا: تعظيم الربح ***Profit Maximization***

تستخدم الخوارزمية الهنغارية أيضا في المسائل ذات الهدف "تعظيم الربح"، وهي لا تختلف كثيرا عن حالة تدنية التكاليف إلا في الخطوة الأولى فقط، ولتوضيح تطبيقات الطريقة في هذه الحالة نأخذ المثال التوضيحي التالي:

❖ **مثال توضيحي 03:** لنأخذ معطيات المثال التوضيحي السابق ونفترض أن القيم المعطاة تمثل الأرباح المقدرة من تركيب الآلة الواحدة في مختلف الأماكن كما هو مبين في الجدول التالي:

الجدول (06) الربح المقدر تركيب الآلة الواحدة (دج)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	40	9	10	15	18
b	25	12	13	16	17
c	24	14	8	14	16
d	15	10	10	12	13
e	10	6	8	16	13

المطلوب هو البحث عن أسلوب التخصيص الأمثل لتعظيم الربح من عملية تركيب الآلات.

الحـــل: لإيجاد الأسلوب الأمثل لابد من المرور بالخطوات التالية:

1- اختيار **أكبر قيمة** في كل سطر (أو عمود) وطرح بقية القيم منها (أنظر الجدول 06).

الجدول (1)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	**0**	31	30	25	22
b	0	13	12	9	8
c	0	10	16	10	8
d	0	**5**	**5**	3	**2**
e	6	10	8	**0**	3

ملاحظة: إذا تم اختيار السطر في الخطوة 1 يتم اختيار العمود في الخطوة 2 والعكس.

2- اختيار أصغر قيمة في كل عمود (أو سطر) وطرح هذه القيمة من بقية القيم في العمود (أو السطر) (أنظر الجدول2).

الجدول (2)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	**0**	26	25	25	20
b	0	8	7	9	6
c	0	5	11	10	6
d	0	0	0	3	0
e	6	5	3	**0**	1

3- تغطية كل قيم "الصفر" الموجودة في الجدول بأقل عدد ممكن من الخطوط (أنظر الجدول 3).

الجدول (3)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	0	26	25	25	20
b	0	8	7	9	6
c	0	**5**	11	10	6
d	0	0	0	3	0
e	6	5	3	0	1

4- إذا كان عدد خطوط التغطية أقل من **عدد الأسطر أو الأعمدة** كما هو مبين في الجدول 3، أين عدد خطوط التغطية 3 وعدد أعمدة أو أسطر الجدول 5 يتم تحسين الحل.

5- يتم تعيين أقل قيمة من القيم غير المغطاة وطرحها منهم مع إضافة أقل قيمة إلى قيم الخانات المشتركة بين السطر والعمود (القيم باللون الأخضر في الجدول 3 أعلاه)، كما هو مبين في الجدول 4 الموالي:

الجدول (4)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	0	21	20	20	15
b	0	3	2	4	1
c	0	**0**	6	5	**1**
d	5	0	0	3	0
e	11	5	3	0	1

6- ما يلاحظ من الجدول 4 أن عدد خطوط التغطية 4 (2 عمودي و 2 أفقي) وهو أقل من عدد الأسطر أو الأعمدة، وهنا تستمر عملية تحسين الحل كما هو مبين في الجدول 5 الموالي:

الجدول (5)

الآلة / المكان المخصص	A	B	C	D	E
a	0	21	19	19	14
b	0	3	1	3	0
c	0	0	5	4	0
d	6	1	0	3	0
e	12	6	3	0	1

ما يلاحظ على الجدول 5 أنه تم تغطية كل القيم "الصفرية" بـ 3 خطوط عمودية و 2 (خطين) أفقين وهو عدد يتساوى مع عدد الأسطر أو الأعمدة في الجدول (5) ومنه تتم عملية التخصيص التي تحقق أعظم ربح على النحو التالي:

- تتم عملية تركيب الآلة A في المكان a بربح قدره 40 دج؛
- تتم عملية تركيب الآلة B في المكان c بربح قدره 14 دج؛
- تتم عملية تركيب الآلة C في المكان d بربح قدره 10 دج؛
- تتم عملية تركيب الآلة D في المكان e بربح قدره 16 دج:
- تتم عملية تركيب الآلة E في المكان b بربح قدره 17 دج.

أعظم ربح لعملية التركيب= 97 دج.

تمارينات

تمرين 01: لنعتبر برنامج النقل التالية:

الوحدة الإنتاجية / مركز التوزيع	C_1	C_2	C_3	C_4	الإنتاج
U1	5	6	8	10	2500
U2	8	4	6	2	2500
U3	6	10	4	4	2400
الطلب	2300	1200	1400	2600	-

- لنفرض أن القيم في الجدول هي أرباح الوحدات المنقولة من الوحدات الإنتاجية إلى مختلف مراكز التوزيع، أوجد أسلوب النقل الأمثل باستخدام طريقة Vogel.

تمرين 02: تنتج مؤسسة ما السلعة w في الوحدات الإنتاجية U_1،U_2 وU_3 ويتم تسويقها عبر ثلاثة مراكز للتوزيع C_1، C_2 وC_3 والبيانات في الجدول التالي تمثل أرباح نقل الوحدة الواحدة من مختلف الوحدات إلى مراكز التوزيع:

الوحدة (دج)

الوحدة الإنتاجية / مركز التوزيع	C_1	C_2	C_3	الإنتاج
U_1	5	4	3	4000
U_2	2	4	1	6000
U_3	5	2	3	4500
الطلب	2400	5000	6600	

- أوجد الأسلوب الأمثل للنقل والذي يحقق أعظم ربح ممكن للمؤسسة، باستخدام طريقة LCC.

تمرين 03: البيانات في الجدول التالي تتعلق بعمليات تركيب 04 آلات في الورشات A، B، C وD:

الوحدة: (دج)

الورشة / الآلــة	(1)	(2)	(3)	(4)
A	10	8	12	6
B	25	15	14	11
C	42	24	18	14
D	12	20	16	25

1- إذا افترضنا أن القيم في الجدول هي تكاليف تركيب الآلة الواحدة في مختلف الورشات، أحسب أدنى تكلفة للعملية.
2- إذا افترضنا أن القيم في الجدول هي أرباح تركيب الآلة الواحدة في مختلف الورشات، أحسب أعظم ربح للعملية؟.

تمرين 02: البيانات في الجدول التالي تتعلق بنصب 04 آلات في الورشات *A*، *B*،*C* و*D*:

الوحدة: (دج)

الألة / الورشة	A	B	C	D
01	8	14	22	22
02	22	18	18	25
03	15	16	19	20
04	21	9	12	23

1- إذا افترضنا أن القيم في الجدول هي تكاليف نصب الآلة الواحدة، أوجد الأسلوب الأمثل لنصب الآلات في مختلف الورشات والذي يحقق أدنى تكاليف.
2- إذا افترضنا أن القيم في الجدول هي أرباح نصب الآلة الواحدة، أوجد الأسلوب الأمثل لنصب الآلات في مختلف الورشات والذي يحقق أعظم ربح.

حلول التمارينات

<u>حل التمرين 01:</u> الأسلوب النقل الأمثل باستخدام طريقة Vogel:

Iteration 1

	C1	C2	C3	C4
U1	(7-)	(10-)	(2-)	2500
U2	2300	(8-)	200	(4-)
U3	(0)	1200	1200	(0)
Dum	(2-)	(6-)	(0)	100

From	To	Shipment	Cost per unit	Shipment cost
U1	C4	2500	10	25000
U2	C1	2300	8	18400
U2	C3	200	6	1200
U3	C2	1200	10	12000
U3	C3	1200	4	4800
U3	C4	0	4	0
Dum		100	0	0

أعظم ربح = 25000+18400+1200+12000+4800= **61400 ون**.

<u>حل التمرين 03:</u>

1- إذا افترضنا أن القيم في الجدول هي تكاليف تركيب الآلة الواحدة في مختلف الورشات، أدنى تكلفة للعملية تحسب كالتالي:

JOB	Assigned to	Cost
ATEL 1	Machine 2	8
ATEL 2	Machine 3	14
ATEL 3	Machine 4	14
ATEL 4	Machine 1	12
Total		**48** = **أدنى تكاليف لعميلة التركيب**

2- إذا افترضنا أن القيم في الجدول هي أرباح تركيب الآلة الواحدة في مختلف الورشات، أعظم ربح للعملية يحسب كالتالي:.

JOB	Assigned to	Profit
ATEL 1	Machine 3	12
ATEL 2	Machine 2	15
ATEL 3	Machine 1	42
ATEL 4	Machine 4	25
Total		**94** = **أعظم ربح مقدر لعملية التركيب**

التقنيات الكمية في إدارة الإنتاج

الفصل 02: التحليل الشبكي
Chapter 02: Network Analysis

الدرس 05

المبحث 01: طريقة المسار الحرج *Critical Path Method*
المبحث 02: طريقة تقييم ومراجعة البرامج *Program Evaluation and Review Technique*
المبحث 03: المفاضلة بين التكاليف والزمن *Cost/Time Trade-off*

الفصل 02: التحليل الشبكي *Network Analysis*

التحليل الشبكي هو عبارة عن مجموعة من التقنيات طورت لمساعدة الإدارة في تخطيط ومراقبة المشاريع، وهذه التقنيات تظهر العلاقات المتشابكة بين المهام أو الأنشطة المختلفة والتي تشكل في مجملها المشروع ككل، كما توفر المعلومات الكاملة حول الزمن والموارد لأجل التخطيط والمراقبة.

إن استخدام تقنيات التحليل الشبكي يكون ذو أهمية قصوى في تخطيط ومراقبة المشروعات التي تتميز بالخصائص التالية:

- تكون معقدة وتحتوي على العديد من العلاقات وتكون الأنشطة متشابكة ومترابطة فيما بينها؛
- تكون كبيرة الحجم، أين تتوفر العديد من أنواع التسهيلات، رؤوس أموال ضخمة وحجم عمالة كبير؛
- وجود قيود تتعلق بالزمن أو الموارد، كتحديد فترات الإنجاز أو توفر عدد محدود من المواد والمورد البشري ...الخ.

- أدوات التحليل الشبكي:

تعتمد تقنيات التحليل الشبكي على مجموعة من الأدوات أهمها:

- **النشاط:** *Activity*

وهو عبارة عن المهمة أو الوظيفة التي تستغرق الوقت وتستغل فيها الموارد، وتمثل بسهم يتجه من اليمين إلى اليسار، حيث يمثل أوله بداية النشاط ورأسه أو آخره نهاية النشاط.

- **الحدث:** *Event*

الحدث هو عبارة عن نقطة من الزمن تبين بداية أو نهاية النشاط، ويمثل عادة بدائرة في التحليل الشبكي، ومهمته إظهار المرحلة التي تقدم بها المشروع من حيث الزمن واستغلال الموارد المختلفة.

- **النشاط الوهمي:** *Dummy Activity*

النشاط الوهمي لا يستغرق الوقت ولا تستغل فيه الموارد، ومهمته إظهار التسلسل والتتابع المنطقي لمختلف الأنشطة، ويمثل عادة بسهم متقطع من اليسار إلى اليمين.

- **الشبكة:** *Network*

الشبكة هي عبارة عن مجموعة من الأسهم والأسهم المتقطعة تتجه من اليسار إلى اليمين وتربطها دوائر وتبدأ بدائرة وتنتهي بدائرة، فهي تعبر على الأنشطة الفرعية للمشروع وتتابعها المنطقي من خلال ارتباطها بدوائر في البداية والنهاية.
سيتم التطرق في هذا الفصل إلى أهم الطرق المستخدمة في التحليل الشبكي مع التركيز على طريقتي: المسار الحرج CPM وطريقة تقييم ومتابعة البرامج PERT.

المبحث 01: طريقة المسار الحرج *Critiical Path Method*

أول استخدام لهذه الطريقة كان من طرف شركة *Du-pont* الأمريكية، حيث قامت بإجراء دراسات وتجارب للوصول إلى طريقة تستطيع من خلالها تقليص الزمن اللازم لإجراء عمليات الصيانة على معدات الشركة، واستطاعت سنة 1957 من الوصول إلى طريقة حققت بموجبها تقليص في الزمن اللازم للصيانة من 125 ساعة إلى 78 ساعة، وقد أطلق على الطريقة بطريقة المسار الحرج، ومنذ ذلك الوقت أصبحت أحد أساليب التحليل الشبكي المساعدة في تخطيط ومتابعة الزمن الذي يستغرقه تنفيذ المشروع بالكامل.

ويتطلب استخدام هذه الطريقة إتباع الخطوات التالية:

- القيام بتجزئة المشروع إلى أنشطة فرعية يعطي لكل منها رمز خاص (رقم، حرف...)؛

- معرفة التسلسل والتتابع بين الأنشطة الفرعية من خلال توضيح الأنشطة السابقة واللاحقة لكل منها؛

- حساب أزمنة البداية والنهاية لكل الأنشطة أو المهام الفرعية، حيث يأخذ حدث البداية القيمة واحد (أو القيمة صفر في بعض أنواع الشبكات الأخرى)، وبإتباع طريقة الخطوة إلى الأمام *Forward* يتم الحصول على حدث بداية النشاط والأنشطة الموالية من خلال العلاقة: $Max\ (ES_{ij} + D_{ij})$ حيث: D_{ij}: المدة التي يستغرقها النشاط أو المهمة الفرعية وES_i الزمن المبكر لبداية النشاط.

الخطوات المذكورة تسمح بمعرفة أو تقدير المدة الإجمالية التي يستغرقها المشروع، ولمعرفة أهم الأنشطة أو المهام الفرعية التي لا يمكن إحداث تأخر فيها،لابد من القيام بخطوات إضافية أهمها:

- حساب الأزمنة المتأخرة للأنشطة الفرعية وتبدأ من اليمين إلى اليسار، حيث يتم إعطاء الزمن المتأخر لنهاية النشاط قيمة مساوية للزمن المبكر لنهاية النشاط:؛ $EF_i = LF_i$ وبإتباع طريقة الخطوة إلى الوراء *Backward* يتم تحديد الأزمنة المتأخرة للأنشطة مع تدنية الفارق $Min\ (Lf_{ij} - D_{ij})$.

- تحديد المسار الحرج وهو عبارة عن سلسلة من الأنشطة المهمة بأطول زمن إنجاز تربط بداية ونهاية الأحداث بالأنشطة، أي أنه هو المسار الذي يتكون من أنشطة ذات هامش تغيرات زمنية يساوي صفر $(LF_{ij} = 0)$، ويبين في الشبكة بأسهم مترابطة بخط عريض أو بخطين متوازيين.

يتم حساب توقيت الشبكة عادة باستخدام العلاقات الزمنية التالية:

- $ES_{ij} + D_{ij} = EF_{ij}$؛
- $LF_{ij} = LS_{ij} + D_{ij}$؛
- $F_{ij} = LF_{ij} - EF_{ij}$.

حيث:

ES_{ij}: الوقت المبكر لبداية النشاط؛

LS_{ij}: الوقت المتأخر لبداية النشاط؛

D_{ij}: الزمن المتوقع للنشاط؛

EF_{ij}: الوقت المبكر لنهاية النشاط؛

LF_{ij}: الوقت المتأخر لنهاية النشاط؛

F_{ij}: هامش التغيرات (التأخر في الزمن).

❖ **مثال توضيحي01:** شركة ما تنوي القيام بعملية صيانة شاملة لمختلف الآلات والمعدات، هذه العملية تتضمن 11 نشاطا فرعيا، والبيانات المتعلقة بالأنشطة، تتابعها ومددها معطاة في الجدول التالي:

الجدول 07: عملية صيانة معدات الشركة

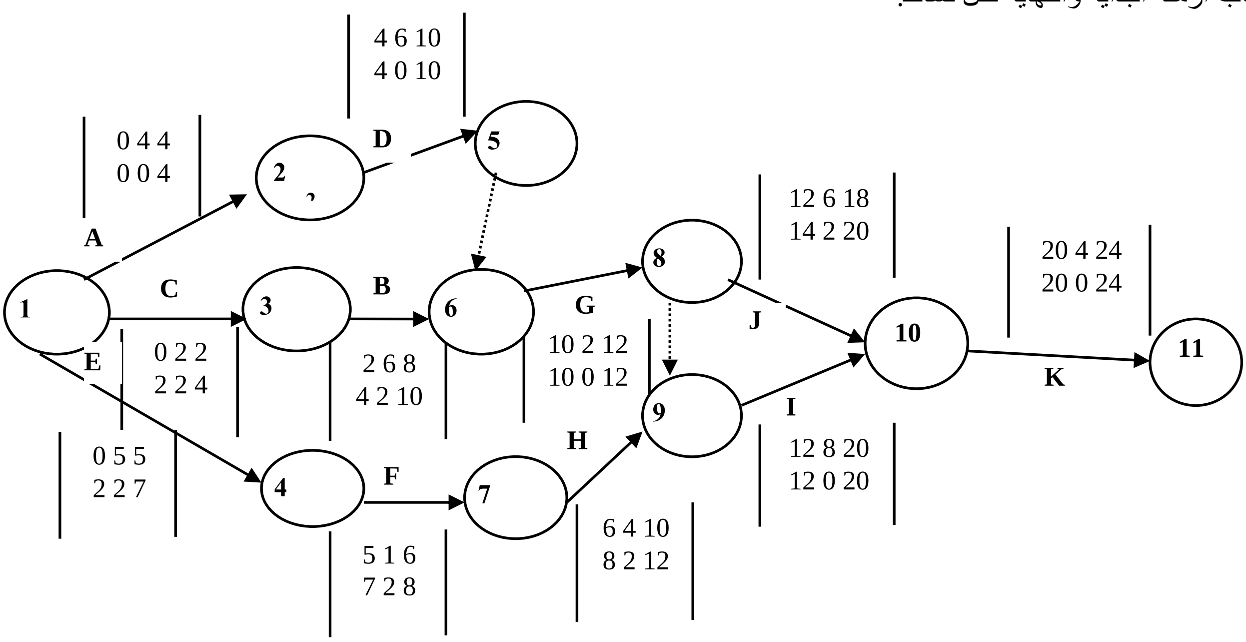
دليل النشاط	المتابعـة	مدة النشاط (اليوم)
A	-	4
B	C	6
C	-	2
D	A	6
E	-	5
F	E	1
G	B,D	2
H	F	4
I	G ,H	8
J	G	6
K	J,I	4

1- ما هي المدة الإجمالية لعملية الصيانة؟

2- حدد المسار الحرج لعملية الصيانة.

الحــل: حساب المدة الإجمالية لعملية الصيانة تتم بتتبع الخطوات التالية:

- التمثيل الشبكي للمشروع:
- حساب أزمنة البداية والنهاية لكل نشاط.



الشكل 03: الشبكة 1

- **المدة الإجمالية لعملية الصيانة = 24 يوم.**

2- تحديد المسار الحرج يتم من خلال حساب الزمن المتأخر للأنشطة ويبدأ من اليمين إلى اليسار مع الأخذ بعين الاعتبار القواعد المذكورة سابقا أي:

- **المسار الحرج:** الأنشطة التي تمثل المسار الحرج هي الأنشطة التي يكون فيها هامش التغيرات معدوم أي: $F_{ij} = 0$ وهي الأنشطة: **A, D, G, I ,K.**

المبحث 02: طريقة PERT *(Program Evaluation and Review Tchniques)*

ظهرت طريقة PERT عندما قامت شركة لوكهيد "Lockheed" بدراسة تخطيط مشروع إطلاق الصاروخ (*Polaris*) لحساب البحرية الأمريكية بهدف تخفيض الوقت المطلوب لإنجاز المشروع، وبالفعل فقد أدى استخدام هذه الطريقة إلى تخفيض الفترة الزمنية التي كانت مخططة أصلا من ست سنوات إلى أربع، حيث اعتماد هذا الأسلوب قد حقق اقتصادا في الوقت بلغ عامين، وعلى أثر ذلك فقد شاع استخدام طريقة PERT في العديد من المجالات الإدارية التنفيذية.

إن النقطة الجوهرية التي تتميز بها طريقة PERT عن طريقة CPM أنها تستند على **مبدأ الاحتمالية** (*Probabilistic principle*)، في تحديد الأزمنة المتوقعة التي تستغرقها الأنشطة، أي أنها تستخدم في جدولة المشروعات الجديدة، في حين أن طريقة CPM تقوم على أساس زمن مقدم ومؤكد (*Deterministic*) للأنشطة ولزمن إنجاز المشروع ككل.

إضافة إلى ذلك، فإن طريقة PERT تقوم على أساس التوزيع الاحتمالي لقيم المتغير العشوائي التي يجب أن يكون مجموعها في النهاية الواحد الصحيح، كما أن وجود فرض الاحتمالية في هذه الطريقة يعني وجود ظاهرة عدم التأكد في تحديد الفترة الزمنية اللازمة لإنجاز المشروع، فهي تضع تقديرات زمنية متباينة في حساب الأزمنة المبكرة والمتأخرة لأنشطة المشروع، ويستخدم التوزيع الاحتمالي لأزمنة الأنشطة لاستخراج الوسط الحسابي والانحراف المعياري استنادا لتوزيع *Beta* لعدم وجود بيانات تاريخية موثوق بها، حيث تستند عملية تقدير مدة النشاط على ثلاثة تقديرات زمنية وهي:

- **الزمن التفاؤلي** *OptimisticTime*

وهو أقصر زمن مقدر لتنفيذ النشاط عندما تكون جميع الظروف المحيطة بعملية التنفيذ مناسبة ووفق متطلبات العمل، ويرمز له بـ "T_o".

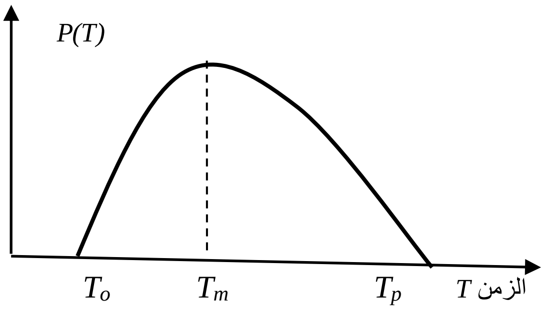
- **الزمن التشاؤمي** *Pessimistic Time*

ويمثل أطول زمن مقدر لتنفيذ النشاط ويقدر مع الأخذ في الحسبان جميع العقبات التي يمكن أن تعترض تنفيذ النشاط، أي وجود بعض الظروف الداخلية والخارجية للمشروع تعيق عملية التنفيذ ويرمز له بـ" T_P".

- **الزمن الأكثر احتمالا** *Most Probabilistic Time*

وهو الزمن المقدر والأكثر ملائمة لتنفيذ النشاط في الظروف العادية، أي الزمن الذي يستغرقه تنفيذ النشاط إذا كانت الجهات المعنية لديها الخبرة الكافية للقيام بهذه الأنشطة ويرمز له بـ:" T_m".

التوزيع الاحتمالي للأزمنة المقدرة الثلاث يكون كما هو مبين في الشكل التالي:



الشكل 04: توزيع *Beta* للتقديرات الزمنية

ومن خلال الأزمنة الثلاثة المذكورة يتم تقدير زمن تنفيذ النشاط كما يلي:

$$Te = \frac{T_o + 4T_m + T_p}{6}$$

حيث: Te الزمن المقدر للنشاط ويمثل المتوسط الحسابي للأزمنة الثلاثة.

أما تباين الزمن المقدر فيحسب بالطريقة التالية:

$$\delta^2 = \left(\frac{Tp - To}{6}\right)^2$$

ويمكن حساب احتمال تنفيذ المشروع $P(t_p)$ في أي مدة يتم تحديدها من قبل إدارة المشروع وفق ما يلي:

- حساب الوقت المتوقع لإنجاز كل نشاط من أنشطة المشروع؛
- تحديد الأنشطة المكونة للمسار الحرج؛
- حساب تباين مدة إنجاز المشروع، وهي تساوي مجموع تباينات جميع الأنشطة الواقعة على المسار الحرج، وإذا وجد أكثر من مسار حرج يؤخذ التباين الأكبر من بين تباينات المسارات الحرجة؛

- حساب قيمة التوزيع الاحتمالي Zp كالتالي:

$$Zp = \left(\frac{Ts - E(T_P)}{\delta} \right)$$

حيث:

Ts: الوقت المحدد من قبل إدارة المشروع.

$E(T_P)$: الوقت المتوقع لإنهاء المشروع.

بعد ذلك يتم استخراج الاحتمال المقابل لهذه القيم $P(Z_p)$ من جدول التوزيع الطبيعي، وهذا الاحتمال الزمني لإنجاز تنفيذ نشاطات المشروع يكون كوسيلة لإدارة المشروع لتقييم ومراجعة أزمنة تنفيذ أنشطة المشروع وإعادة الجدولة الزمنية لها.

❖ **مثال توضيحي02:** لنأخذ معطيات المثال السابق ولنفرض أن مدة النشاط تعتمد على التقديرات الزمنية الثلاثة كما هو مبين في الجدول الموالي:

الجدول 08: الأزمنة التقديرية لأنشطة عملية صيانة معدات الشركة

دليل النشاط	المتابعـة	الأزمنة التقديرية للنشاط (يوم)			المدة المقدرة للنشاط (يوم)
		تفاؤلي	أ/ احتمال	تشاؤمي	
A	-	2	4	6	4
B	C	6	6	6	6
C	-	1	2	3	2
D	A	2	4	18	6
E	-	2	5	8	5
F	E	1	1	1	1
G	B,D	1	2	3	2
H	F	1	2	15	4
I	G ,H	5	7	15	8
J	G	4	6	8	6
K	J,I	1	3	11	4

1- أحسب المدة التي تستغرقها عملية الصيانة.

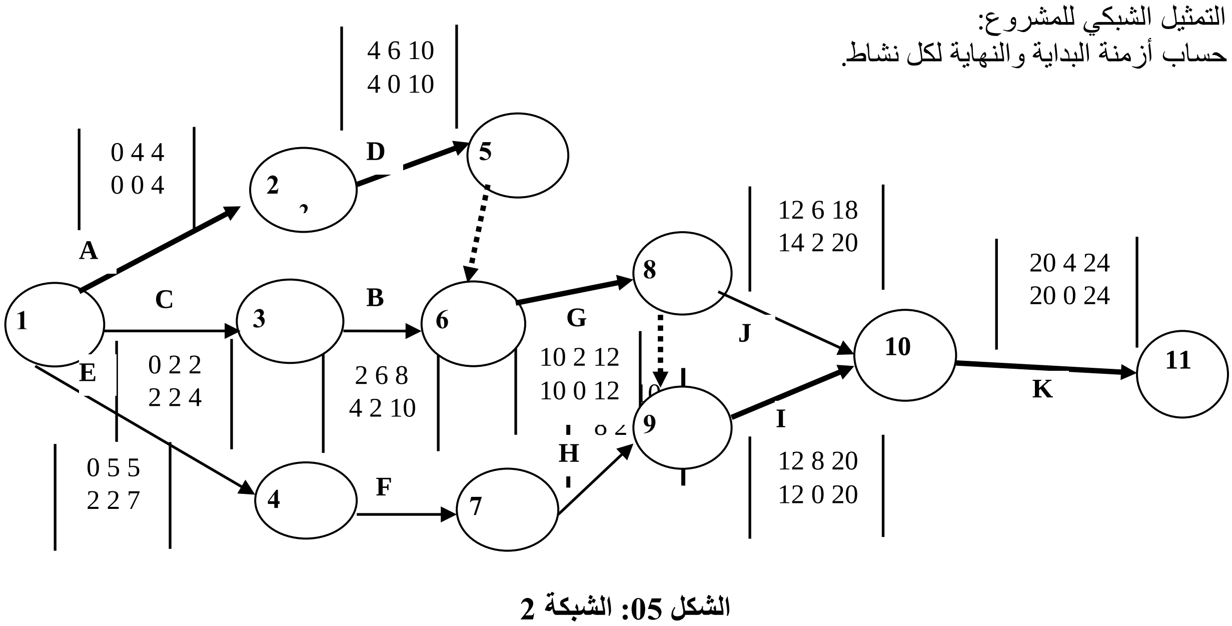
2- ما هي الأنشطة التي لا تتوزع مددها طبيعيا؟

3- أحسب احتمال انتهاء عملية الصيانة في 26 يوم.

الحــل:

1- حساب المدة التي تستغرقها عملية الصيانة:

- حساب المدة المقدرة لكل نشاط كما هو مبين في الجدول أعلاه (العمود 6).
- التمثيل الشبكي للمشروع:
- حساب أزمنة البداية والنهاية لكل نشاط.



الشكل 05: الشبكة 2

- **المدة الإجمالية لعملية الصيانة = 24 يوم.**

2- الأنشطة التي لا تتوزع مددها طبيعيا هي الأنشطة التي تكون فوارقها الزمنية غير متساوية أي:$(T_p - T_m) \neq (T_m - T_o)$، وهي الأنشطة: D, H, I, K.

3- حساب احتمال إنجاز العملية في 26 يوم:

$$\sigma^2_p = 1+7.11+0.11+2.77+2.77 = 13.76 \Rightarrow \sigma_p = 3.7$$

$$Z = \frac{26-24}{3.7} = 0.54$$

$$P(T_p \leq 26) = \mathbf{0.7054}$$

أي أن احتمال إنجاز عملية الصيانة في 26 يوم هو 0.70.

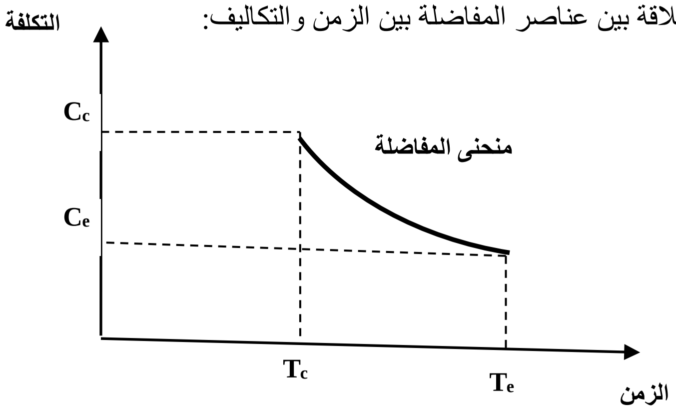
المبحث 03: المفاضلة بين الزمن والتكاليف

تكتسي عملية المفاضلة بين مدة إنجاز المشروع وتكاليفه أهمية كبرى في اتخاذ القرارات المتعلقة بالتنبؤ والمراقبة، خاصة عندما تكون القرارات رهينة العلاقات مع الزبائن، كأن يتقدم زبون باقتراح إنتاج طلبية من منتج ما في وقت قياسي، مما يتطلب استغلال موارد إضافية في مختلف الأنشطة أو المهام الفرعية للمشروع.

وترتكز عملية المفاضلة بين زمن إنجاز المشروع وتكاليفه على أربعة عناصر أساسية هي:

- المدة المتوقعة T_e؛ *Expected Time*؛
- أدنى مدة متوقعة للنشاط T_c؛ *Crash Time*
- التكاليف المتوقعة للنشاط C_e؛ *Expected Cost*
- التكاليف المتوقعة للنشاط والمرتبطة بالتنبؤ C_c؛ *Crash Cost*

الشكل البياني التالي يظهر العلاقة بين عناصر المفاضلة بين الزمن والتكاليف:



الشكل 06: منحنى المفاضلة *Trade off Curve*

كما يشترط قبل بداية عملية المفاضلة توفر العنصرين التاليين:

- المدة القصوى المخفضة للنشاط المهم: $T_d = T_e - T_c$؛
- تكلفة كل وحدة زمنية مخفضة: $C_s=(C_c-C_e)/T_d$

❖ **مثال توضيحي03:** لنأخذ معطيات المثال السابق ولنفرض أن البيانات المتعلقة بالأنشطة، تتابعها، مددها وتكاليفها معطاة في الجدول التالي:

الجدول 09: الأزمنة التقديرية وتكاليف أنشطة عملية صيانة معدات الشركة

دليل النشاط	المتابعة	المدة المتوقعة (يوم) تفاؤلي	أ/ احتمال	تشاؤمي	أدنى مدة (يوم)	التكاليف المقدرة (دج)	التكاليف القصوى (دج)
A	-	2	4	6	3	100	140
B	C	6	6	6	6	40	40
C	-	1	2	3	1	120	145
D	A	2	4	18	5	150	190
E	-	2	5	8	4	200	280
F	E	1	1	1	1	60	60
G	B,D	1	2	3	2	260	260
H	F	1	2	15	3	180	210
I	G ,H	5	7	15	7	120	155
J	G	4	6	8	5	160	200
K	J,I	1	3	11	4	140	140

- أحسب أدنى مدة تنتهي بها عملية صيانة المعدات، وكم تكلف الشركة؟

الحــل: حساب أدنى مدة تستغرقها عملية الصيانة وتكاليفها يمكن تلخيصها في الجدول التالي:

الجدول 10: خطوات عملية المفاضلة بين الزمن والتكاليف

النشاط	مدة العملية	التكاليف (دج)	المسار الحرج
-	24 يوم	1530	A,D,G,I,K
D	23 يوم	1550	A,D,G,I,K
D	22 يوم	1570	A,D,G,I,K C,B,G,I,K E,F,H,I,K
I	21 يوم	1605	A,D,G,I,K C,B,G,I,K E,F,H,I,K
A,C,E	20 يوم	1710	A,D,G,I,K C,B,G,I,K E,F,H,I,K A,D,G,J,K C,B,G,J ,K

- تكون أدنى مدة لإنجاز عملية الصيانة هي **20** يوم وبتكاليف إجمالية قدرها **1710دج.**