Université de M'sila
Tronc-commun sciences de la matière
Faculté des sciences
Année $2021/2022$

Module *Math1* semestre 1

Série N 2
Applications

EX01:

Soient Les ensembles $E=\{0,1,2,3,,4,\}$, $F=\{a,b,c,d\}$ telles que $a,b,c,d\notin\mathbb{N}$ soient les relations suivantes $f_1\ E\rightarrow F$ définie par $f_1(0)=a,\ f_1(1)=b,$ $f_1(2)=b,\ ,f_1(3)=c,f_1(0)=d.$ et on définie la relation $f_2\ E\rightarrow F$ par $f_2(0)=a,\ f_2(1)=b,\ f_2(2)=b,\ ,f_2(3)=c,f_2(4)=d.$ quelle est entre f_1 et f_2 qui est une application ?

EX02:

Soient $E=\{0,1,2,3,,4,5,6\}$, $F=\{a,b,c,d\}$, $A=\{1,3,\}$, $B=\{a,b\}$ et soit $f:E\rightarrow F$ par $f(0)=a,\ f(1)=a,\ \ f(2)=b,\ ,f(3)=c,\ \ f(4)=d,$ $f(5)=c,$.Trouver $f(A)$ et $f^{-1}(B)$.

EX03 :

Soient $f:E\rightarrow F.$ une applcation A et B, deux parties de E montrer que:
1- Si $A\subset B$,Alors $f(A)\subset f(B)$.
2- $f(A\cup B)=f(A)\cup f(B)$.
3- $f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B)$. Donner un exemple pour montrer que l'égalité est fausse.
Soient $f:E\rightarrow F.$ une applcation C et D, deux parties de F
4- Si $C\subset D$,Alors, est ce que $f^{-1}(C)\subset f^{-1}(D)$ ou l'inverse ou ni l'un ni l'autre?.
.Montrer que:
5- $f^{-1}(C\cup D)=f^{-1}(C)\cup f^{-1}(D)$.
6- $f^{-1}(C\cap D)=f^{-1}(C)\cap f^{-1}(D)$.

EX 04:

Soit $f\epsilon A(IR,IR)$. Que signifient les formules suivantes? (x est une antécédent, y est une image)
1- $\exists y\epsilon IR,\forall x\epsilon IR:f(x)=y.$
2- $\forall x\epsilon IR,\exists y\epsilon IR:f(x)=y.$
3- $\forall y\epsilon IR,\exists x\epsilon IR:f(x)=y.$
4- $(\forall x_1,x_2\epsilon IR si f(x_1)=f(x_2))\Longrightarrow(x_1=x_2)$.

EX05:

Soient f et $g\ \epsilon A(IN,IN)$ définies comme suit:

$$f : IN \longrightarrow IN \text{ telle que } f(x) = 2x.$$
$$\text{et } g : IN \longrightarrow IN \text{ telle que } g(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{2} & \text{si } x \text{ est pair} \\ \dfrac{x-1}{2} & \text{si } x \text{ est impair} \end{cases}$$

1- Etudier l'injectivité et la surjectivité puis la bijectivité de f et g.
2- Déterminer $f \circ g$ et $g \circ f$.
3- Voir les mèmes questions pour $f \circ g$.

EX06:

Soient E, F et G trois ensembles. et soient $f : E \longrightarrow F$ et $g : F \longrightarrow G$ deux applications.

1- Montrer que si $g \circ f$ est injective alors f est injective.
2- Montrer que si f et g sont toutes les deux injectives alors $g \circ f$ est injective.
3- Montrer que si f et g sont toutes les deux surjective alors $g \circ f$ est surjective.
4- Déduire que si f et g sont toutes les deux bijectives alors $g \circ f$ est bijective.
5- Appliquer les résultats **2, 3, 4** pour l'exemple $f \circ g$ de l'exercice 5 pour voir la bijectivité ou non de $f \circ g$.

EX07:

Soit l'application f de IR_{-} dans IR_{+} définie par $f(x) = |x|^2$.
L'application f est elle bijective? Si oui, trouver l'application f^{-1}.

EX08:

Considérons l'application h de $IR / \{-1, +1\}$ dans $IR / \{1\}$ définie par

$$h(x) = \frac{2 + |x|}{|x| - 1}.$$

1- Soit $a \epsilon IR^* / \{-1, +1\}$, calculer $h(a)$ et $h(-a)$.
2- L'application h est elle injective?

EX09:

Soit l'application g de $IR / \{2\}$ dans $IR / \{2\}$ définie par:

$$g(x) = \frac{1 + 2x}{x - 2}.$$

1- L'application g est elle bijective? Si oui, trouver l'application g^{-1}.
2- Trouver l'application $g \circ g$.