# Université de M'sila

**Faculté de : Technologie** **Socle commun**

## Série de TD N° 01

### Exercice 01 :

*Dans une base orthonormée* $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, *on donne les vecteurs* $\vec{A}$ *et* $\vec{B}$ *tel que :*

$$\vec{A} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \qquad et \qquad \vec{B} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

**1°/** *Calculer :* $\vec{A} + \vec{B}$, $\vec{A} - \vec{B}$, $|3\vec{A} - 2\vec{B}|$, $\vec{A} \circ \vec{B}$, $\vec{A} \wedge \vec{B}$

**2°/** *Quel est l'angle* $\theta$ *entre les vecteurs* $\vec{A}$ *et* $\vec{B}$

***Questions supplémentaires*** *: Si* $\vec{A} + \vec{B} = 5\vec{i} - \vec{j}$ *et* $\vec{B} - \vec{A} = \vec{i} + \vec{j}$

**3°/** *Que vaut les modules* $|\vec{A}|$ *et* $|\vec{B}|$ *?*

**4°/** *Donner les composantes de* $\vec{n}$ *la normale au plan formé par les vecteurs* $\vec{A}$ *et* $\vec{B}$

**5°/** *Quelles sont les composantes de* $\vec{A}$ *et* $\vec{B}$ *le long des directions* $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ *et* $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$ *?*

### Exercice 02 :

***D**ans une base orthonormée* $(\vec{i},\vec{j})$, *on donne le vecteur* $\vec{A}$ *tel que :* $\vec{A} = \vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}$

**1°/** *Ecrire le vecteur unitaire* $\vec{u}_A$ *(vecteur unitaire de* $\vec{A}$*) dans la base* $(\vec{i},\vec{j})$.

***O**n prend ce vecteur unitaire* $\vec{u}_A$ *comme un vecteur de la base polaire,* $\vec{u}_A = \vec{u}_\rho$

**2°/** *Donner l'expression (dans la base cartésienne) du second vecteur* $\vec{u}_\theta$ *de cette base.*

**3°/** *Ecrire le vecteur* $\vec{A}$ *dans la base polaire.*

***O**n donne dans la base polaire le vecteur* $\vec{B} = \rho\vec{u}_\rho + \sin\theta\vec{u}_\theta$

**4°/** *Donner l'expression de* $\vec{B}$ *dans la base cartésienne*

### Exercice 03 :

***O**n donne le vecteur* $\vec{A} = \vec{i} - \sqrt{3}\vec{j} - 2\vec{k}$

**1°/** *Donner les coordonnées sphériques de* $\vec{A}$*?*

**2°/** *Que vaut les expressions de la base sphérique* $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi)$, *dans la base cartésienne pour* $\vec{A}$

**3°/** *Refaire la même chose pour le vecteur* $\vec{A}$ *dans la base cylindrique* $(\vec{u}_\rho,\vec{u}_\theta,\vec{k})$.

*L. Laïssaoui*

## ***Exercice 04 :***

***D**ans une base orthonormée* $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$, *on donne le point* $\boldsymbol{M}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\1\end{pmatrix}$ *sur le cercle de rayon* $\boldsymbol{R}=\mathbf{2}$ *et de centre* $\boldsymbol{C}(\mathbf{0},\mathbf{0})$*:*

***1°/*** *Ecrire les vecteurs unitaires de la base polaire* $(\vec{u}_\rho,\vec{u}_\theta)$ *dans la base cartésienne* $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

*Donner* $\vec{u}_\rho$ *et* $\vec{u}_\theta$ *pour le point* $\boldsymbol{M}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\1\end{pmatrix}$.

***2°/*** *Ecrire les dérivées* $\frac{d\vec{u}_\rho}{dt}$ *et* $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}$ *des vecteurs unitaires* $\vec{u}_\rho,\vec{u}_\theta$ *dans la même base polaire si* $\frac{d\theta}{dt}=\dot{\theta}=t$ .

***3°/*** *Ecrire les vecteurs unitaires de la base intrinsèque* $(\vec{u}_T,\vec{u}_N)$ *dans la base cartésienne* $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

*Donner* $\vec{u}_T$ *et* $\vec{u}_N$ *pour le point* $\boldsymbol{M}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\1\end{pmatrix}$.

***4°/*** *Ecrire les dérivées* $\frac{d\vec{u}_T}{dt}$ *et* $\frac{d\vec{u}_N}{dt}$ *des vecteurs unitaires* $\vec{u}_T,\vec{u}_N$ *dans la même base intrinsèque.*

***5°/*** *Représenter les base polaire et intrinsèque au point* $\boldsymbol{M}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\1\end{pmatrix}$

## ***Exercice 05*** *: (**Supplémentaire**)*

***O**n donne le vecteur* $\vec{A}=3\vec{\imath}+2\vec{\jmath}+\vec{k}$

***1°/*** *Donner les coordonnées sphériques de* $\vec{A}$*?*

***2°/*** *Ecrire les expressions de la base sphérique* $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi)$, *dans la base cartésienne*

***3°/*** *Refaire la même chose pour le vecteur* $\vec{A}$ *dans la base cylindrique* $(\vec{u}_\rho,\vec{u}_\theta,\vec{k})$.

## ***Exercice 06*** *: (**D.M**)*

**1°/** *Ecrire la base cartésienne* $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ *dans la base sphérique* $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_\varphi)$

**2°/** *Montrer que les vecteurs unitaires de la base sphérique s'écrivent comme suit :*

$\frac{d\vec{u}_r}{dt}=\vec{\Omega}_1\wedge\vec{u}_r$ $\quad\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}=\vec{\Omega}_2\wedge\vec{u}_\theta$ $\quad\frac{d\vec{u}_\varphi}{dt}=\vec{\Omega}_3\wedge\vec{u}_\varphi$. Donner l'expression de $\vec{\Omega}_i$

*L. Laïssaoui*