<u>III- Dynamique</u>

1- Introduction

1-1-Définition :

La dynamique est l'étude du mouvement en tenant des causes qui l'engendre

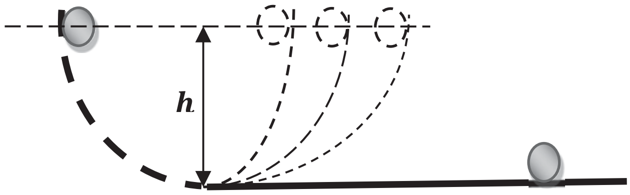
1-2-Référentiel inertiel (Galiléen)

Dans le cas du mouvement relatif on a défini les référentiels "$\mathcal{R}$" et "$\mathcal{R}_1$" l'un supposé absolu (fixe), l'autre est mobile. Mais la question pour "$\mathcal{R}$", il est fixe par rapport à quoi ? De cette faite, on suppose qu'un repère est fixe selon le problème étudié où les lois physiques deviennent simples. Le référentiel dans lequel un objet isolé (libre) maintient son état de mouvement c'est un repère privilégié qu'on appelle repère inertiel.

1.3- Constat :

- Si une bille est lâchée, à partir d'une hauteur" h" , dans une cuve lisse (pas de frottement), elle descend et remonte au même niveau " h"quelque soit la pente.
- Si on aplati le second côté de la cuve, après sa descente, la bille suit un trajet horizontal et continue son parcours avec un mouvement rectiligne uniforme.

Résultat : *Une bille isolée poursuit un parcours rectiligne uniforme.*



Résultat : *Une bille isolée poursuit un parcours rectiligne uniforme.*

2- Principe d'inertie

Dans un référentiel inertiel (Galiléen), un corps libre (isolé ou n'est soumis à aucun effort externe), continu à se déplacer en ligne droite et à vitesse constante (mouvement rectiligne uniforme) s'il était en mouvement, si non, il reste au repos s'il l'était déjà.

Remarque : *Le principe d'inertie nous rapproche de la notion de force.*

3- Masse et quantité de mouvement

3.1- Masse

Plus la masse d'un corps est grande, plus il est difficile de l'arrêter ou de le faire bouger.

La masse est la quantité de matière que contient un corps et qui caractérise son aptitude à résister au changement du mouvement (vitesse), elle caractérise son inertie.

3.2- Quantité de mouvement

- Pour deux corps ayant la même vitesse, il est plus facile d'arrêter (bouger) celui qui a la plus petite masse.
- Pour deux corps ayant la même masse, il est plus facile d'arrêter (bouger) celui qui a la plus petite vitesse.

3-2-1-Définition [$\vec{p} = m.\vec{v}$]

Le produit de la masse d'un corps par sa vitesse définit la ***quantité de mouvement*** *noté* "$\vec{P}$".

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

Remarque : *Le principe d'inertie peut s'énoncé comme suit :*
Un corps isolé possède une quantité de mouvement constante.

3-2-2-Quantité de mouvement d'un système de particules

Soit un système isolé constitué de "n" particules de vitesses respectives "$\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots, \vec{v}_n$". On définit le centre de masse"G" de vecteur position "$\vec{r}_G$" tels que :

$\vec{r}_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$; "$\vec{r}_i$" : est le vecteur position pour la $i^{ème}$ particule de masse"m_i"

Sachant que : $\frac{d\vec{r}_G}{dt} = \vec{v}_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$ et que : $\sum_{i=1}^{n} m_i = M$ la masse totale

Alors : $\vec{v}_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i}{M} \Rightarrow M\vec{v}_G = \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i$

D'où : la quantité du mouvement du système

$$\vec{P} = M\vec{v}_G = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \cdots + \vec{P}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i$$

La quantité du mouvement d'un système de "n" particules, est la même comme si toute sa masse est concentrée à son centre de masse.

3-2-3-Conservation de la quantité de mouvement

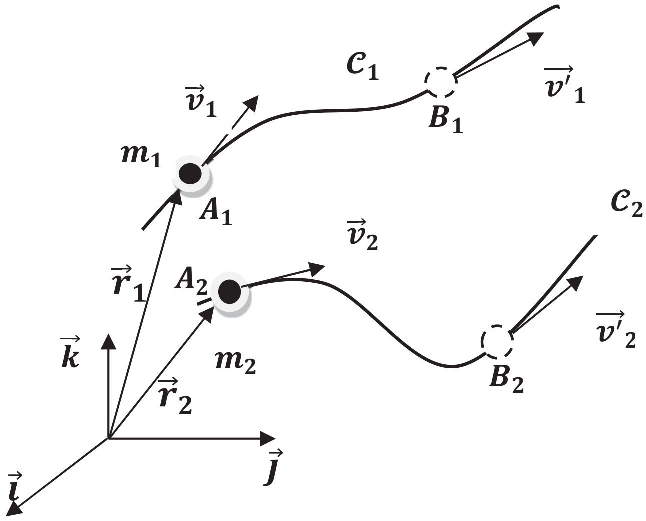
a – Conservation de la quantité de mouvement

Soit un système constitué de deux particules [$(m_1, \vec{v}_1)$;$(m_2, \vec{v}_2)$] en interaction. Chacune des particules suit un trajet curviligne du au changement de leurs vitesses.

- à l'instant "$t = t_0$" les deux particules sont en positions A_1 et A_2
- à l'instant "$t = t_1$" les deux particules sont en positions B_1 et B_2

Le vecteur position du centre de masse du système est :

$$\vec{r}_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$



Les quantités de mouvement sont :

- à l'instant "$t = t_0$" : $\vec{P} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$
- à l'instant "$t = t_1$" :

$\vec{P'} = m_1\vec{v'}_1 + m_2\vec{v'}_2$

Le vecteur vitesse du centre de masse du système est :

-à l'instant "$t = t_0$" : $\vec{v}_G = \frac{d\vec{r}_G}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}$

- à l'instant "$t = t_1$" : $\vec{v'}_G = \frac{d\vec{r}_G}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r'}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1\vec{v'}_1 + m_2\vec{v'}_2}{m_1+m_2}$

Puisque le système est isolé le centre de masse se déplace à vitesse constante $\vec{v}_G = \vec{v'}_G$.

-à l'instant "$t = t_0$" : $\vec{P} = M\vec{v}_G$

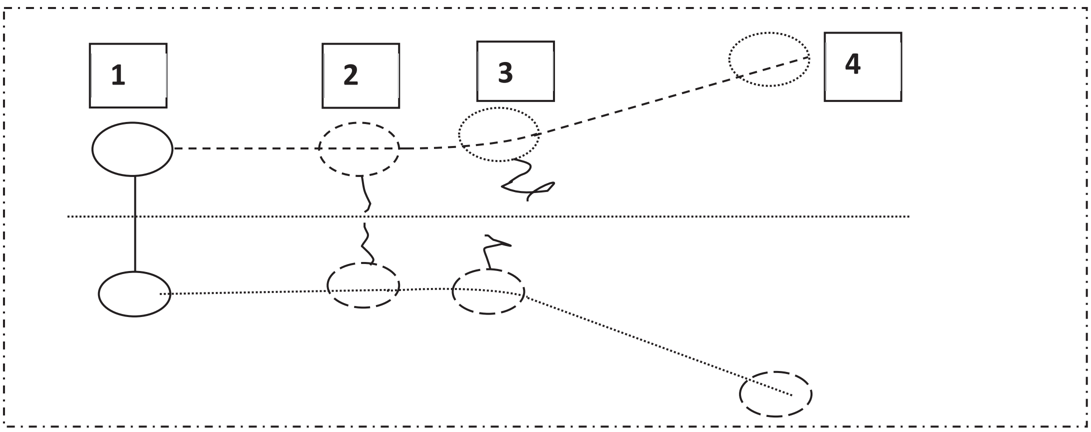
- à l'instant "$t = t_1$" : $\vec{P'} = M\vec{v'}_G$

$$\vec{v}_G = \vec{v'}_G \quad \Rightarrow \quad \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2} = \frac{m_1\vec{v'}_1 + m_2\vec{v'}_2}{m_1+m_2}$$

$$\Rightarrow m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = M\vec{v}_G = m_1\vec{v'}_1 + m_2\vec{v'}_2 = M\vec{v'}_G \Rightarrow : \vec{P} = \vec{P'}$$

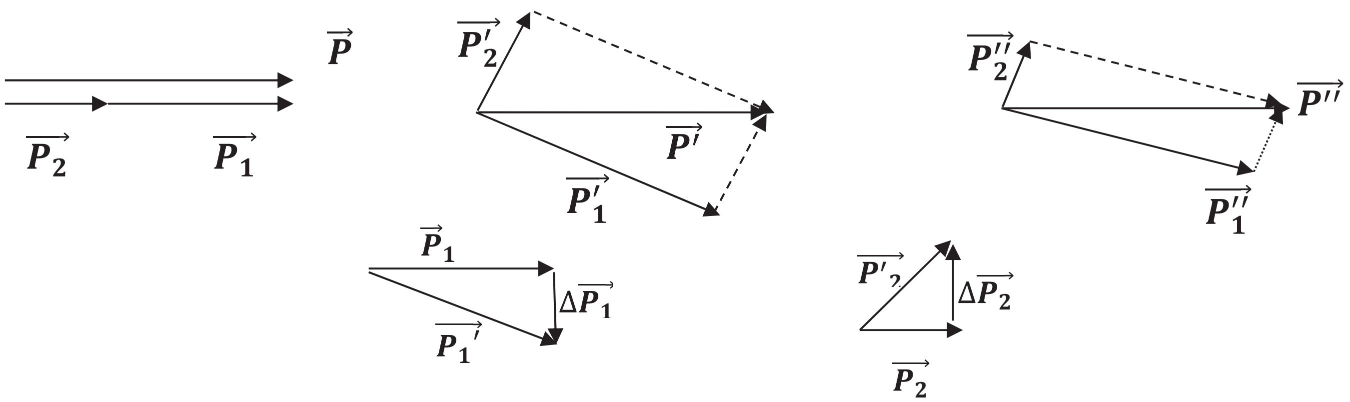
b - Egalité des variations des quantités de mouvement

Soient deux disques aimantés liés par une ficelle et lancés sur une table soufflante qui constitue un système isolé.



- **1** Position avant qu'on brûle la ficelle
  Le système est isolé et les disques restent encore liés.
- **2** Position où la ficelle est brûlée
  Le système est isolé et les disques commencent à se repoussés.
- **3** Position après que la ficelle est brûlée
  Le système est toujours isolé mais les disques deviennent non isolés et se repoussent (interaction) et changent leurs vitesses.
- **4** Position après un instant de la séparation des disques.
  Le système est toujours isolé mais les disques deviennent a nouveau libres et poursuivent un trajet rectiligne.

Avant qu'on brûle la ficelle **Lors** de la brûlure la ficelle **Après** qu'on brûle la ficelle



Puisque le système est isolé, la quantité de mouvement est conservée $\vec{P} = \vec{P'} = \vec{P''}$, mais pour les disques constituants ce système sont en interaction, ce qui change leurs quantités de mouvement $\vec{P_1}$ et $\vec{P_2}$.

Puisque : $\vec{P} = \vec{P'} \Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P'}_1 + \vec{P'}_2 \Rightarrow \vec{P'}_1 - \vec{P}_1 = \vec{P}_2 - \vec{P'}_2$

Sachant que la variation de la quantité de mouvement est :

$\Delta\vec{P} = \vec{P'} - \vec{P} \Rightarrow \Delta\vec{P}_1 = \vec{P'}_1 - \vec{P}_1$ et $\Delta\vec{P}_2 = \vec{P'}_2 - \vec{P}_2 \Rightarrow \Delta\vec{P}_1 = -\Delta\vec{P}_2$

C.à.d. que les variations des quantités de mouvement sont égales mais opposées

4- Lois de Newton

4.1 : 1^{ere} Loi : loi d'inertie

Dans un référentiel inertiel, la quantité de mouvement d'un corps libre est conservée, c.à.d. que le corps (système) est en mouvement rectiligne uniforme ou au repos selon son état initial

4.2 : 2eme Loi : principe fondamental de la dynamique

C'est la loi déjà évoquée c.à.d. que tout changement de vitesse (ou variation de la quantité de mouvement) d'un système isolé (libre), est le résultat d'une interaction qui se traduit par une ***force***.

La variation de la quantité de mouvement dans un intervalle de temps produit l'effort appliqué.

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i^{ex} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \quad \text{Où} \quad \begin{cases} \vec{F}\text{: est la résultante des forces extérieures} \\ \vec{P}\text{: est la quantité de mouvement du système} \end{cases}$$

a la limite : $\vec{F} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}\right) = \frac{d\vec{P}}{dt}$

Remarque : Dans le cas où la masse du système est constante la loi devient

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i^{ex} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{F} = m\vec{a}$$

4.3 : 3eme Loi : loi de réciprocité (ou loi de l'action et la réaction)

Comme déjà souligné, les quantités de mouvement échangées lors de l'interaction entre deux particules du système, sont les mêmes mais opposées.

$$\vec{P} = \vec{P'} \Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P'}_1 + \vec{P'}_2 \Rightarrow \vec{P'}_1 - \vec{P}_1 = \vec{P}_2 - \vec{P'}_2 \Rightarrow \Delta\vec{P}_1 = -\Delta\vec{P}_2$$

Si: $\vec{F}_{12}$ **:** est l'action de la particule (1) sur la particule(2)

$\vec{F}_{21}$ **:** est l'action de la particule (2) sur la particule (1)

Alors : $\vec{F}_{12} = \frac{\Delta\vec{P}_2}{\Delta t}$ et $\vec{F}_{21} = \frac{\Delta\vec{P}_1}{\Delta t}$ Puisque $\Delta\vec{P}_1 = -\Delta\vec{P}_2 \Rightarrow$

à la limite : $\Delta\vec{P}_1 \to d\vec{P}_1$ et $\Delta\vec{P}_2 \to d\vec{P}_2$

$\Rightarrow \vec{F}_{12} = \frac{d\vec{P}_2}{dt}$ et $\vec{F}_{21} = \frac{d\vec{P}_1}{dt}$ puisque $\Delta\vec{P}_1 = -\Delta\vec{P}_2 \Rightarrow d\vec{P}_1 = -d\vec{P}_2 \Rightarrow \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

Résultat : *Si un corps exerce un effort sur un autre, ce dernier réagit avec une force égale et opposée*

5- Quelques lois de forces

D'après la loi fondamentale de la dynamique on a :

$\vec{F} = m\vec{a} = m\ddot{\vec{r}}$ Où $\vec{F} = \vec{F}\,(\dot{\vec{r}}, \vec{r}, t)$

5.1- Force constante

Dans ce cas la force résultante est : $\vec{F} = \vec{F}\left(\dot{\vec{r}}, \vec{r}, t\right) = \vec{F}_0 = constante$

$$\vec{F} = \vec{F}\left(\dot{\vec{r}}, \vec{r}, t\right) = \vec{F}_0 = m\ddot{\vec{r}} \quad \Rightarrow \ddot{\vec{r}} = \frac{\vec{F}_0}{m} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\dot{\vec{r}}}{dt}\right) \quad \Rightarrow d\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) = \frac{\vec{F}_0}{m}dt$$

$$\Rightarrow \int_{\dot{\vec{r}}_0}^{\dot{\vec{r}}} d\left(\dot{\vec{r}}\right) = \frac{\vec{F}_0}{m}\int_{t_0}^{t} dt \quad \Rightarrow \dot{\vec{r}} - \dot{\vec{r}}_0 = \frac{\vec{F}_0}{m}(t - t_0) \Rightarrow \dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}_0 + \frac{\vec{F}_0}{m}(t - t_0)$$

Finalement : $\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t}\left[\dot{\vec{r}}_0 + \frac{\vec{F}_0}{m}(t - t_0)\right]dt \quad \Rightarrow \quad \vec{r} = \frac{1}{2}\frac{\vec{F}_0}{m}(t - t_0)^2 + \dot{\vec{r}}_0(t - t_0) + \vec{r}_0$

C'est la loi du mouvement uniformément varié

Exemple : chute libre $\vec{F}_0 = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \ddot{\vec{r}} \Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$

$$\vec{r} = \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2 + \vec{v}_0(t - t_0) + \vec{r}_0$$

puisque le déplacement se fait suivant une ligne droite $\Rightarrow r = = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + h_0$

5.2- Force dépendante du temps

$$\vec{F}\left(\dot{\vec{r}},\vec{r},t\right)=\vec{F}(t)\ \Rightarrow\ \ddot{\vec{r}}=\frac{\vec{F}(t)}{m}=\frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)\ \Rightarrow\ \int_{\dot{\vec{r}}_0}^{\dot{\vec{r}}}d\left(\dot{\vec{r}}\right)=\frac{1}{m}\int_{t_0}^{t}\vec{F}(t)dt$$

$$\Rightarrow\ \dot{\vec{r}}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\dot{\vec{r}}_0+\frac{1}{m}\int_{t_0}^{t}\vec{F}(t)dt\ \Rightarrow\ \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}}d\vec{r}=\int_{t_0}^{t}\left[\dot{\vec{r}}_0+\frac{1}{m}\int_{t_0}^{t}\vec{F}(t)dt\right]dt$$

Finalement : $\vec{r}=\int_{t_0}^{t}\left[\dot{\vec{r}}_0+\frac{1}{m}\int_{t_0}^{t}\vec{F}(t)dt\right]dt+\vec{r}_0$

Exemple : Charge ponctuelle Q dans un champ électrique variable $E(t)=E_0 sin(\omega t)$.

Sachant que : $F=QE(t)=QE_0 sin(\omega t)\ \Rightarrow\ F=ma=QE_0 sin(\omega t)\ \Rightarrow\ a=\frac{QE_0 sin(\omega t)}{m}$

$$r=\int_0^t\left[\dot{r}_0+\int_0^t\frac{QE_0 sin(\omega t)}{m}\right]dt+r_0=r_0+v_0 t+\frac{QE_0}{m\omega^2}(\omega t-sin\omega t)$$

Si on prend les conditions initiales suivantes : $t_0=0\ ;\ v_0=0\ ;\ r_0=0$

$$r=\frac{QE_0}{m\omega^2}(\omega t-sin\omega t)$$

5.3- Force dépendante de la vitesse

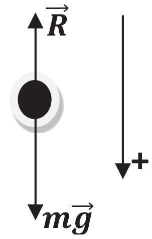
$$\vec{F}\left(\dot{\vec{r}},\vec{r},t\right)=\vec{F}\left(\dot{\vec{r}}\right)=\vec{F}(\vec{v})\ \Rightarrow\ \ddot{\vec{r}}=\frac{\vec{F}(\vec{v})}{m}=\frac{d}{dt}(\vec{v})$$ on enlève le côté vectoriel

$$\Rightarrow\ dt=m\frac{dv}{F(v)}\ \Rightarrow\ t-t_0=\int_{v_0}^{v}m\frac{dv}{F(v)}\ \Rightarrow\ t=t_0+f(v;v_0)$$

Ou bien : $ma=\frac{mdv}{dt}=m\frac{dv}{dr}.\frac{dr}{dt}=mv\frac{dv}{dr}=F(v)\ \Rightarrow\ dr=m\frac{vdv}{F(v)}$

$$\Rightarrow\ \int_{r_0}^{r}dr=m\int_{v_0}^{v}\frac{vdv}{F(v)}\ \Rightarrow\ r=r_0+m\int_{v_0}^{v}\frac{vdv}{F(v)}$$

Exemple : force de frottement (résistance de l'aire $\vec{R}=-k\vec{v}$) agissant sur un corps en chute libre



$$\sum\vec{F}^{ex}=m\vec{g}+\vec{R}\ \Rightarrow\ mg-kv=\frac{mdv}{dt}\ \Rightarrow\ \frac{dv}{\left(g-\frac{k}{m}v\right)}=dt\ \Rightarrow\ \int\frac{dv}{\left(g-\frac{k}{m}v\right)}=\int dt$$

Si on pose $g-\frac{k}{m}v=u\ \Rightarrow\ -\frac{k}{m}dv=du\ \Rightarrow\ \int\frac{du}{u}=-\frac{m}{k}\int dt\ \Rightarrow Ln(u)=-\frac{m}{k}t$

Si à $t_0=0$, $v_0=0\ \Rightarrow\ v=\alpha(1-e^{-\beta t})$ $\quad\beta=\frac{m}{k}$ et $\alpha=\frac{mg}{k}$

5.4- Force dépendante de la position

$\vec{F}\left(\dot{\vec{r}},\vec{r},t\right)=\vec{F}(\vec{r})$ Généralement ce type de forces sont conservatives, alors elles dérivent d'un potentiel.

$F=-\frac{dV}{dr}$ Où V :est une fonction potentielle (énergie potentielle)

$$F=-\frac{dV}{dr}=ma=m\ddot{r}\ \Rightarrow\ \vec{F}\circ\dot{\vec{r}}=m\ddot{\vec{r}}\circ\dot{\vec{r}}\ \Rightarrow\ \vec{F}\circ\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{1}{2}\frac{d(m\dot{r}^2)}{dt}$$

$$\Rightarrow\ \int_{r_0}^{r}\vec{F}\circ d\vec{r}=\int_{\dot{r}_0}^{\dot{r}}d\left(\frac{1}{2}m\dot{r}^2\right)=-\int_{V_0}^{V}dV\ \Rightarrow\ \frac{1}{2}\left(m\dot{r}^2-m{\dot{r}_0}^2\right)=V(r_0)-V(r)$$

$$\Rightarrow\ \frac{1}{2}m\dot{r}^2+V(r)=\frac{1}{2}m{\dot{r}_0}^2+V(r_0)=Constante=E$$

E : énergie totale (mécanique)

Sachant que : $\frac{dr}{dt} = \dot{r} = \mp\sqrt{\frac{2}{m}}\sqrt{E - V(r)} \quad \Rightarrow \quad dt = \mp\sqrt{\frac{m}{2}}.\frac{dr}{\sqrt{E-V(r)}}$

$$\Rightarrow \quad t - t_0 = \mp\sqrt{\frac{m}{2}}.\int_{r_0}^{r}\frac{dr}{\sqrt{E-V(r)}} \quad \Rightarrow t = t_0 \mp \sqrt{\frac{m}{2}}.\int_{r_0}^{r}\frac{dr}{\sqrt{E-V(r)}} = T(r)$$

Le temps est une fonction de "r", inversement on peut déterminer la fonction "$r = R(t)$" qui décrit la position du mobile

6- Moment cinétique (angulaire)

On sait qu'une particule de masse "m" et de vitesse "$\vec{v}$", possède une quantité de mouvement "$\vec{P}$" et soumise à des forces données par la deuxième loi de newton.

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i^{ex} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \Rightarrow \vec{r}\wedge\vec{F} = \sum_i \vec{r}\wedge\vec{F}_i^{ex} = \sum_i \overrightarrow{\mathcal{M}}_i(\vec{F}_i^{ex})_{/o} = \vec{r}\wedge\frac{d\vec{P}}{dt}$$

Si on ajoute la quantité "$\frac{d\vec{r}}{dt}\wedge\vec{P} = 0$" qui ne modifie en rien l'expression précédente on aura :

$$\sum_i \overrightarrow{\mathcal{M}}_{i_{/o}} = \vec{r}\wedge\frac{d\vec{P}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt}\wedge\vec{P} = \frac{d(\vec{r}\wedge\vec{P})}{dt}$$

La quantité "$\vec{r}\wedge\vec{P}$" joue un rôle important en mouvement de rotation que la quantité de mouvement en translation. Cette quantité s'appelle moment cinétique.

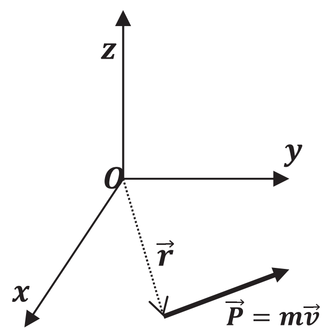
6.1- Définition

Le moment cinétique par rapport à un point « **O** », noté "$\vec{L}_O$", d'une particule de masse "m" et de vitesse "$\vec{v}$", est la rotation qui résulte de l'effet de sa quantité de mouvement.

$$\vec{L}_O = \overrightarrow{\mathcal{M}}(\vec{P})_{/o} = \overrightarrow{OM}\wedge\vec{P} = \vec{r}\wedge\vec{P}.$$

6.2- relation entre Moment cinétique et résultante des forces (2eme Loi de Newton)

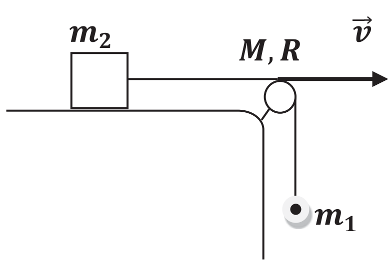
La seconde loi de Newton pour un mouvement de rotation d'un corps peut s'écrire de la manière suivante :



$$\overrightarrow{\mathcal{M}}(\vec{F})_{/o} = \sum_i \overrightarrow{\mathcal{M}}_{i_{/o}} = \frac{d(\vec{r}\wedge\vec{P})}{dt} = \frac{d\vec{L}_O}{dt}$$

Exemple : La masse m_2 , glisse sans frottements, sur une table, entrainée par la sphère m_1, à l'aide d'un fil inextensible passant par la gorge d'une poulie de rayon R et de masse M répartie sur sa jante.
Calculer l'accélération de la masse m_1 ou m_2
Le moment cinétique par rapport à un axe passant par le centre de la poulie.

- Le moment cinétique de m_2 : $L_2 = |\vec{r}_2\wedge m_2\vec{v}_2| = m_2vR$
- Le moment cinétique de m_1 : $L_1 = |\vec{r}_1\wedge m_1\vec{v}_1| = m_1vR$
- Le moment cinétique de M : $L_3 = |\vec{R}\wedge M\vec{v}| = MvR$



Masse de la poulie répartie sur la jante (périphérie)

$$\boldsymbol{L_{/\Delta} = L_1 + L_2 + L_3}$$

$$\sum_i \mathcal{M}(\vec{F})_{/\Delta} = \frac{dL_{/\Delta}}{dt} = \frac{d(L_1 + L_2 + L_3)}{dt} = \frac{d(m_1 vR + m_2 vR + MvR)}{dt}$$

$$\sum_i \mathcal{M}\left(\vec{F}\right)_{/\Delta} = \mathcal{M}\left(m_1\vec{\vec{g}}\right)_{/\Delta} = m_1 gR = (m_1 + m_2 + M)Ra \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m_1 g}{(m_1 + m_2 + M)}$$

6.3- Moment cinétique d'un corps rigide (non déformable)

a-Expression du moment cinétique

La rotation se fait autour de l'axe $\overrightarrow{oz}$, le point m_i possède la vitesse $\vec{v}_i$

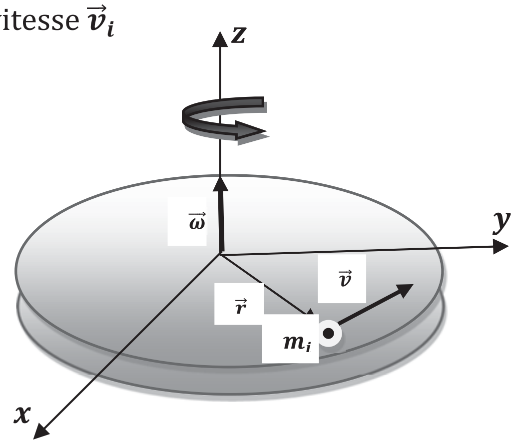
- $\vec{L}_{i/O} = \vec{r}_i \wedge \vec{P}_i$ or $\vec{v}_i = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_i$ et $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$

$\Rightarrow \vec{L}_{i/O} = m_i\vec{r}_i \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}_i) = m_i\vec{r}_i \wedge \left(\omega\vec{k} \wedge \vec{r}_i\right)$

$\Rightarrow \vec{L}_{i/O} = m_i {r_i}^2 \omega\vec{k}$

- $L_{i/\overrightarrow{oz}} = \vec{L}_{i/O} \circ \vec{k} = [\vec{r}_i \wedge (m_i\vec{v}_i)] \circ \vec{k}$

$\Rightarrow L_{i/\overrightarrow{oz}} = m_i {r_i}^2 \omega\vec{k} \circ \vec{k} = m_i {r_i}^2 \omega$



Le moment cinétique d'un point "m_i" du solide est "L_i"

Le moment cinétique total est :

$\vec{L}_O = \sum_i m_i {r_i}^2 \omega\vec{k}$ et $L_{/\overrightarrow{oz}} = L_z = \sum_i L_{i/\overrightarrow{oz}} = \sum_i m_i {r_i}^2 \omega$

Sachant que le moment d'inertie d'un ensemble de point qui tournent autour d'un axe est :

$$I = \sum_i m_i {r_i}^2$$

Pour un solide continu le moment d'inertie est :

$$I = \int r^2 dm$$

Le moment cinétique par rapport à un point est :

$$\vec{L}_O = \left(\sum_i m_i {r_i}^2\right).\vec{\omega} = I\vec{\omega}$$

Le moment cinétique par rapport à un axe "$(\overrightarrow{oz})$" est :

$$L_{/\overrightarrow{oz}} = L_z = \left(\sum_i m_i {r_i}^2\right).\omega = I.\omega$$

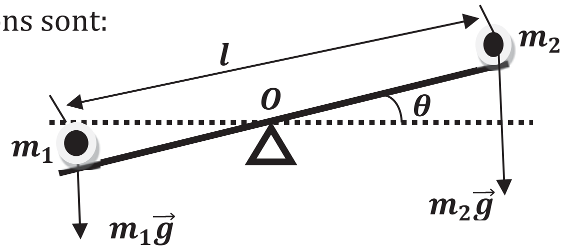
La seconde loi de Newton devient :

$\sum_i \overrightarrow{\mathcal{M}}_{i/O} = \frac{d\vec{L}_O}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = I\vec{\varepsilon}$ avec $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ et I : moment d'inertie (constant)

C'est la loi de Newton appliquée au mouvement de rotation

Exemple : Sur une balançoire, longue de "l" et de masse "M", deux garçons de masses, m_1 et m_2, se distraient. Calculer leur accélération angulaire $\boldsymbol{\varepsilon}$.

Sachant que les moment d'inertie de la barre et des garçons sont:



$I_b = \frac{Ml^2}{12}$ $\quad I_1 = m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2$ $\quad I_2 = m_2\left(\frac{l}{2}\right)^2$

Le moment cinétique est :

$$\vec{L}_O = I\vec{\omega} = (I_b + I_1 + I_2)\vec{\omega}$$

Or $\theta = \omega t \implies \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \omega$ et $\varepsilon = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \dot{\omega}$

D'où: $\sum_i \vec{\mathcal{M}}_{i/o} = \vec{\mathcal{M}}_{1/o} + \vec{\mathcal{M}}_{2/o} = \frac{d\vec{L}_O}{dt} = \frac{d(I_b+I_1+I_2)\vec{\omega}}{dt} = (I_b + I_1 + I_2)\frac{d\vec{\omega}}{dt} = (I_b + I_1 + I_2)\vec{\varepsilon}$

$$\implies (m_1 - m_2)g\frac{l}{2}\cos\theta = \frac{l^2}{4}\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right)\vec{\varepsilon} \quad \implies \quad \varepsilon = \ddot{\theta} = \frac{2(m_1-m_2)g\cos\theta}{l\left(\frac{M}{3}+m_1+m_2\right)}$$

b-Conservation du moment cinétique

Lorsque le système est isolé, alors les efforts extérieurs sont nuls ($\sum_i \vec{\mathcal{M}}_{i/o} = 0$), le moment cinétique est constant.

$$\sum_i \vec{\mathcal{M}}_{i/o} = \frac{d\vec{L}_O}{dt} = 0 \implies \vec{L}_O = Constante$$

6.4- Moment cinétique d'un corps déformable

Si le corps est déformable, lors du mouvement, il subit des redistributions de la masse et le moment d'inertie change, mais son moment cinétique reste constant s'il est isolé.

$\vec{L}_O = I\vec{\omega} = Constante \implies$ Le changement de "I",provoque le changement de "ω", c.à.d. que :

Si "I" augmente la vitesse angulaire "ω"diminue et vice versa.

Remarque : Ce résultat est valable pour un corps en rotation par rapport à un axe fixe quelconque ou un axe passant par son centre de masse mais reste fixe en direction

Exemple : Dans une patinoire, lorsque les patineurs (corps déformable) replis leurs bras vers leurs tronc, le moment d'inertie diminue mais la vitesse angulaire augmente (il tourne plus vite) ensuite ils étalent leurs bras, dans ce cas le moment d'inertie augmente, mais la vitesse angulaire diminue jusqu'à ce qu'il s'arrête.

Finalement : Si le moment cinétique est constant :

$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v} = Constante \implies \dot{\vec{L}} = \vec{\mathcal{M}} = \vec{r} \wedge \vec{F} = 0$

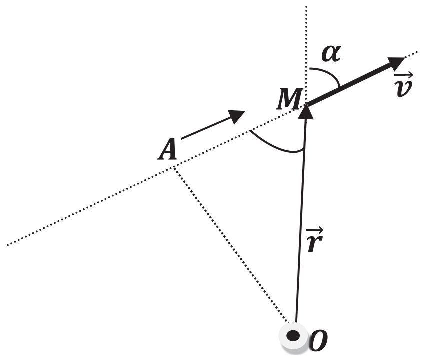
$|\vec{F}| = 0 \implies$ Le système est libre et se déplace à vitesse constante

$\vec{L} = \vec{r} \wedge m\vec{v} = mr\sin\alpha\,\vec{u}$

$\forall$ la position du point **M :** $r\sin\alpha = OA$ est constante

de plus la masse est constante $\implies \vec{v} = constante$

$\implies$ le mouvement est rectiligne uniforme.



$|\vec{r}| = 0 \implies$ Il n'y a pas de mouvement, la particule est au repos.

$\vec{r} \parallel \vec{F} \implies$ la force passe par le centre « **O »,** c.à.d. que la force est centrale.

6.5- Théorèmes des aires

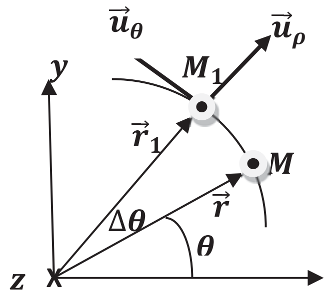
Lors du mouvement la position du mobile est donnée par : $\overrightarrow{OM} = \rho\vec{u}_\rho$

Sa vitesse est : $\vec{v} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta$

Son moment cinétique sera :

$\vec{L} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v} = \rho\vec{u}_\rho \wedge m(\dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta) = m\rho^2\dot{\theta}\vec{k}$

Lorsque le point "M" se déplace vers "M_1", le vecteur "$\vec{r}$" balaie l'aire "OMM_1"



$\Rightarrow \quad \Delta A_{OMM_1} = \frac{1}{2}\rho^2\Delta\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta A_{OMM_1}}{\Delta t} = \frac{1}{2}\rho^2\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

À la limite on aura : $\frac{dA_{OMM_1}}{dt} = \frac{1}{2}\rho^2\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}\rho^2\dot{\theta}$

Pour les forces centrales, le moment cinétique est constant.

$\vec{L} = Const \quad \Rightarrow \quad |\vec{L}| = m\rho^2\dot{\theta} \qquad \Rightarrow \quad \frac{|\vec{L}|}{2m} = Const = \frac{\rho^2\dot{\theta}}{2} = \frac{dA_{OMM_1}}{dt}$

Lors du mouvement d'un mobile soumis à l'action des forces centrales, les aires balayés pendant les mêmes intervalles de temps sont égales. C'est le théorème des aires

7- Types de forces

7.1- Forces conservatives

Ce sont les forces qui dérivent d'un potentiel et qui dépendent de la position de la particule.

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$$

Où $\quad \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \vec{k}}{\partial k}$ est le gradient ; $\quad V(\vec{r})$ est un scalaire qui est l'énergie potentielle

Exemple : le poids d'un corps : $V(\vec{r}) = mgr$ ou la force de rappelle d'un ressort : $V(\vec{r}) = \frac{1}{2}kr^2$

7.2- Forces de Lorenz

La force dépend de la position et de la vitesse.

Exemple : Charge électrique "q" plongée dans un champ électromagnétique :

$\vec{F}(\vec{r};\dot{\vec{r}};t) = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \qquad \vec{E}$: champ électrique $\qquad \vec{B}$: champ magnétique

7.3- Forces élastiques

C'est des forces du aux déformations élastique des matériaux

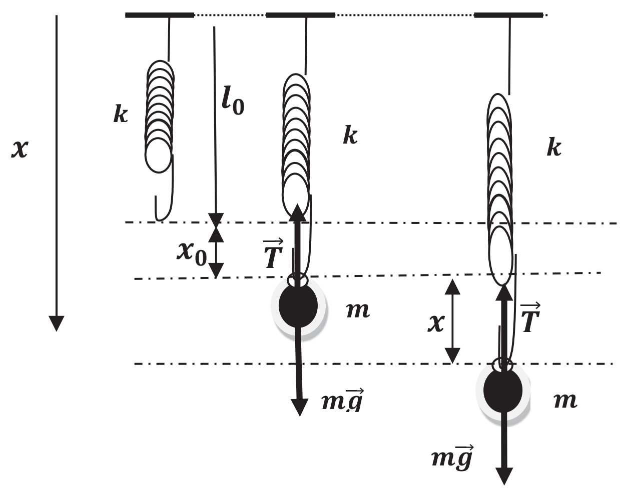
Exemple : Une masse "m" suspendue à un ressort de raideur "k" subit une force dite de rappelle qui obéit à la loi de Hooke c.à.d. qu'elle est proportionnelle à la déformation

- Ressort à vide : longueur "l_0".
- Ressort tendu dû à la suspension de la masse

  Mais reste en équilibre. $T = -kx$

  La loi de Newton donne :

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i^{ex} = m\vec{g} + \vec{T} = \vec{0}$$

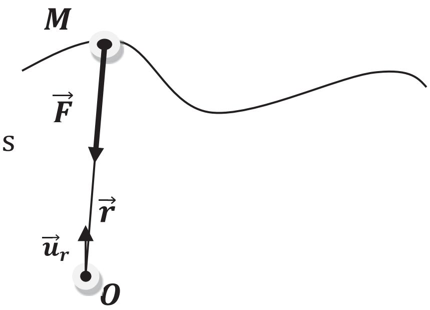


Après projection sur $\overrightarrow{ox}$: $mg = T = kx_0$

- Donner une élongation "x" au ressort puis laisser
  Le système seul, il exécute des oscillations.
  La loi de Newton donne : $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i^{ex} = m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}$
  Par projection sur $\overrightarrow{ox}$: $mg - T = mg - k(x + x_0) = m\ddot{x}$
  $\Rightarrow \quad m\ddot{x} + kx = 0 \qquad \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ où $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$
  $\Rightarrow$ Solution de l'équation : $x = A\cos(\omega t + \varphi) \rightarrow$ c'est un mouvement harmonique

7.4- Forces centrales

Un corps est soumis à l'action d'une force centrale, si elle est constamment dirigée vers un point fixe du référentiel considéré. Ces forces sont généralement conservatives.



$\vec{F} = -f(\vec{r})\vec{u}_r$

Exemple :

Forces gravitationnelles : $\vec{F}_g = -G.\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_r$; $m_1; m_2$: masses des 2 corps

Forces electrostatique : $\vec{F}_e = K.\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_r$; $q_1; q_2$: charges des 2 corps

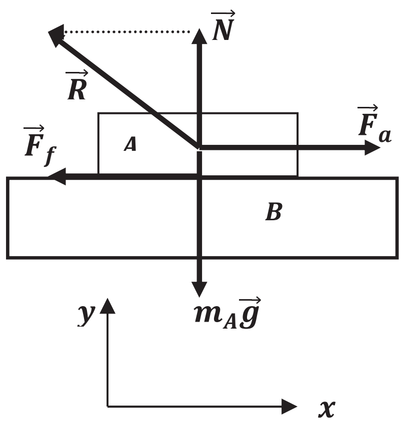
- Dans un système soumis aux forces centrales $\vec{L} = Const$
  $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge f(\vec{r})\vec{u}_r = 0$
- Le mouvement se fait dans un plan, toujours perpendiculaire à "$\vec{L}$".

7.5- Force de frottement

- La résistance au mouvement relatif entre deux corps en contact est causée par les frottements.
- L'origine de cette opposition est du aux irrégularités des deus surfaces en contact.

a- Frottement de glissement (frottement coulombien)

C'est les frottements du au contact de deux solides



A1-Frottement statique

- En appliquant une force "$\vec{F}_a$" au corps "A", il y a opposition au mouvement relatif jusqu'à une certaine limite où "A" commence à bouger (début du mouvement), on est dans un état d'équilibre critique
- Appliquant la deuxième loi de Newton

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i^{ex} = m_A\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_f + \vec{F}_a = m\vec{a}$$

$m_A\vec{g}$: poids du corps "A".
$\vec{N}$: la réaction de"B" à l'action de "A".
$\vec{F}_f$: force de frottement à la surface de contact.
$\vec{F}_a$: force appliquée à "A" pour le faire bouger.

A la limite le corps "$\boldsymbol{A}$" est toujours au repos : $\sum_i \vec{F}_i^{ex} = m\vec{a} = 0$

Faisons la projection de l'équation sur les axes :

$$\begin{cases} \overrightarrow{ox} : & F_a - F_f = 0 \\ \overrightarrow{oy} : & -m_A g + N = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_a = F_f \\ N = m_A g \end{cases}$$

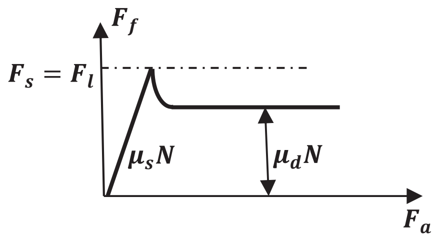
- F_l : Force minimale nécessaire pour amorcer le mouvement relatif.
- L'expérience montre que la force de frottement est proportionnelle au poids

$F_f = \mu_s . mg$; μ_s : est le coefficient de frottement statique

$\mu_s = \frac{F_f}{mg} = \frac{F_a}{N}$

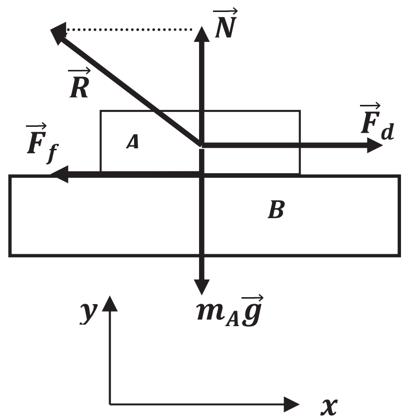
A la limite statique $F_l = (F_a)_{max} = F_s \Rightarrow \mu_s = \frac{F_l}{N} = \frac{F_S}{N}$

Le coefficient de frottement statique "μ_s" se détermine par le rapport de la force limite F_l nécessaire pour débuter le mouvement et la réaction normale "$\vec{N}$".



A2-Frottement dynamique

L'expérience montre que lors du mouvement relatif, la force de frottement dynamique $\vec{F}_d$ est inferieure à la force $\vec{F}_s$ de frottement statique. Ainsi on définit le coefficient de frottement dynamique μ_d tels que : $\mu_d = \frac{F_d}{N}$



$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i^{ex} = m_A\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_f + \vec{F}_a = m\vec{a}$$

Mouvement uniforme : $\sum_i \vec{F}_i^{ex} = m\vec{a} = 0$

Faisons la projection de l'équation sur les axes :

$$\begin{cases} \overrightarrow{ox} : & F_d - F_f = 0 \\ \overrightarrow{oy} : & -m_A g + N = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_d = F_f \\ N = m_A g \end{cases}$$

- F_d : Force nécessaire pour avoir un mouvement uniforme.

$$\mu_d = \frac{F_f}{mg} = \frac{F_d}{N}$$

Le coefficient de frottement dynamique "μ_d" se détermine par le rapport de la force dynamique F_d nécessaire pour avoir un mouvement uniforme et la réaction normale"$\vec{N}$".

- ***angle de frottement***

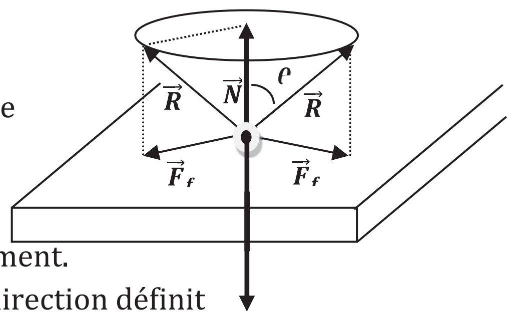
  $N = mg = Const$: toujours perpendiculaire à la surface

  $\vec{F}_f$: dépend de la direction dans la surface de contact.

  $\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_f$: L'ensemble des forces de réaction appartiennent à la surface du cône dit : cône de frottement.

  Si l'angle au sommet du cône est "$\boldsymbol{\theta}$", alors pour une direction définit

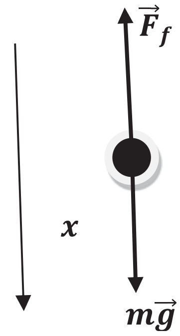
  L'angle de frottement est : $tg(\theta) = \frac{F_f}{N} \Rightarrow \mu = tg(\theta)$



b- Frottement visqueux

Ces les frottements du au contact d'un solide et d'un fluide (liquide ou gaz)

B1- Frottement de Stocks ($\vec{F} = -\alpha\vec{v}$)



La force dans ce type est proportionnelle à la vitesse : $\vec{F} = -\alpha\vec{v} = -K\eta\vec{v}$

K : Constante de forme ; η : viscosité.

Exemples

<u>01</u>: Quelle est la vitesse limite d'une bille sphérique en chute libre .

$K = 6\pi R$

$\sum_i \vec{F}_i^{ex} = m\vec{g} + \vec{F}_f = m\vec{a}$ $\Longrightarrow$ La projection sur $\overline{ox}$ donne :

$mg - \alpha v = m\ddot{x} \quad \Longrightarrow \quad \ddot{x} = g - \frac{\alpha}{m}v$

Résolution de l'équation différentielle

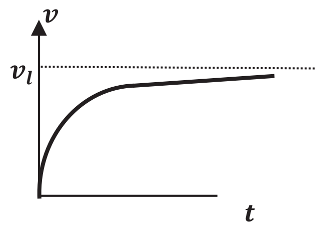
$g - \frac{\alpha}{m}v = \frac{dv}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \frac{dv}{g-\frac{\alpha}{m}v} = dt$

On pose : $g - \frac{\alpha}{m}v = u \quad \Longrightarrow \quad -\frac{\alpha}{m}dv = du \Longrightarrow \frac{du}{u} = -\frac{\alpha}{m}dt$

$\Longrightarrow \quad \int \frac{du}{u} = -\frac{\alpha}{m}\int dt \quad \Longrightarrow \quad Ln(u) = -\frac{\alpha}{m}t \quad \Longrightarrow \quad u = Ce^{-\frac{\alpha}{m}t}$

$\Longrightarrow \quad g - \frac{\alpha}{m}v = Ce^{-\frac{\alpha}{m}t}$ Si à $t = 0, \; v_0 = 0 \quad \Longrightarrow \quad C = g$

$\Longrightarrow \quad v = \frac{mg}{\alpha}\left(1 - e^{-\frac{\alpha}{m}t}\right)$

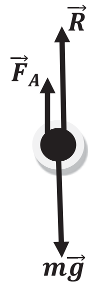


<u>02</u> : Quelle est la vitesse limite d'une bille sphérique en chute dans de l'huile de viscosité "η.

La masse de la bille est : $m = \rho V = \frac{4}{3}\rho\pi R^3$ ρ : masse volumique ; V :volume

Si "ρ_f" est la masse volumique de l'huile, la masse du fluide correspondante à la bille est : $m_f = \rho_f V = \frac{4}{3}\rho_f\pi R^3$ $\Longrightarrow$ la poussée d'Archimède est : $\vec{F}_A = -m_f\vec{g}$

Les forces du poids, poussée d'Archimède et la résistance agissent sur la bille



$\sum_i \vec{F}_i^{ex} = m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{R} = m\vec{a}$ à la vitesse limite $\vec{a} = \vec{0}$

$\Longrightarrow \quad mg - F_A - R = mg - m_f g - K\eta v_l = 0, \qquad K = 6\pi R$

$\Longrightarrow \quad v_l = \frac{(m-m_f)}{K\eta}g = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3(\rho-\rho_f)}{6\pi R\eta}g \quad \Longrightarrow \quad v_l = \frac{2}{9}\frac{(\rho-\rho_f)}{\eta}R^2 g$

- Si on mesure la vitesse limite "v_l" et on utilise une bille de cuivre, on peut déterminer la viscosité du fluide (huile ou autre liquide d'immersion).

B2- Frottement de Newton ($\vec{F} = -\beta v^2$)

La force dans ce type est proportionnelle au carré de la vitesse : $\vec{F} = -\beta v^2\vec{u}$ **.**

Cette relation est applicable dans le cas des vitesses élevées comparable à la vitesse du son ($v \approx 1\,mac$) et plus (supersonique : $v > 1\,mac$).

$\beta = \frac{1}{2}CA\rho$ C : constante :**0.4 … 2**, A : section droite effective $\perp \vec{v}$ ρ : densité du fluide

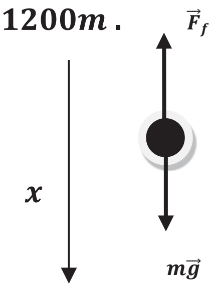
Exemple : Quelle est la vitesse limite d'une goutte de pluie supposée sphérique, de rayon $R = 1.5mm$, en chute sous l'action du poids d'une altitude $h = 1200m$ **.**

$\rho_e = 1000kg/m^3 \qquad \rho_{aire} = 1.2kg/m^3$

On a : $\beta = \frac{1}{2}CA\rho$

$\rho = \rho_{aire} = 1.2kg/m^3$; $C = 0.6$; $A = \pi R^2$: section droite

S'il n'y a pas de résistance de l'aire, la goutte arrivera au sol



à la vitesse : $v = \sqrt{2gh} \approx 550km/h$. C'est une vitesse élevée, elle s'approche de la vitesse d'une balle sortant d'un fusil.

Soit $m_e = \rho_e V = \frac{4}{3}\rho_e \pi R^3 \quad \Longrightarrow \quad mg - F_f = \frac{4}{3}\rho_e \pi R^3 g - \frac{1}{2} CA\rho v^2 = m\vec{a}$

Pour une vitesse limite : $\vec{a} = \vec{0} \quad \Longrightarrow \; v_l = \sqrt{\frac{8}{3}\frac{\rho_e}{\rho_a}.\frac{R}{C}g} \quad \Longrightarrow \; v_l = 7.4\frac{m}{s} \approx 27\frac{km}{h}$

7.6- Force d'inertie

- Dans l'étude du mouvement relatif, on a trouvé que l'accélération d'un corps par rapport au référentiel inertiel (fixe) est : $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$.

- Chaque accélération induit une force, ce qui donne :

$$\sum_i \vec{F}_i^{ex} = m\vec{a} = m(\vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c)$$

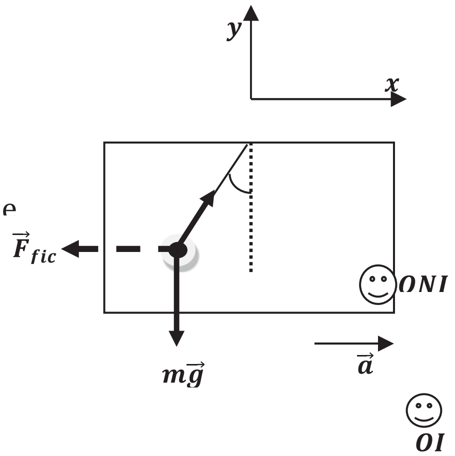
- La loi de Newton dans le référentiel non inertiel est :

$$m\vec{a}_r = \sum_i \vec{F}_i^{ex} - m(\vec{a}_e + \vec{a}_c) = \vec{F} - \vec{F}_{in}$$

$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i^{ex}$: Ce sont les forces extérieures. C'est les forces effectives (réelles)

$\vec{F}_{in}$: Ce sont les forces d'inertie. C'est les forces fictives (virtuelles)

7.6.1- mouvement de translation



- Pour l'observateur inertiel "OI" la masse du pendule est soumise à l'action du poids et la tension du fil. Son accélération est la même que celle de la voiture qui est produite par la composante T_x
  La loi de Newton donne :

$$\sum_i \vec{F}_i^{ex} = m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a} \Longrightarrow \begin{cases} T\sin\theta = ma & (1) \\ T\cos\theta = mg & (2) \end{cases}$$

- Pour l'observateur non inertiel "ONI" la corde qui suspende masse du pendule qui est au repos, malgré cela elle s'écarte de la vertical "y" d'un angle "θ".
  Pour résoudre ce paradoxe, il introduit une force fictive(virtuelle) dans la direction horizontale "x"et affirme que la somme des forces agissantes est nulle. La loi de Newton donne :

$$\sum_i \vec{F}_i^{ex} = m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a} = 0 \quad \Longrightarrow \begin{cases} T\sin\theta - F_{fic} = 0 & (3) \\ T\cos\theta - mg = 0 & (4) \end{cases}$$

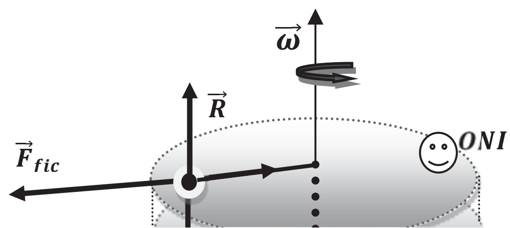
Les deux systèmes d'équations (1 ;2) et (3 ;4) sont équivalents que si : $F_{fic} \equiv ma$

Les deux systèmes sont mathématiquement équivalents, mais l'interprétation physique de la déviation de la corde est différente pour les deux observateurs (référentiels).

7.6.2- Mouvement de rotation

Une masse "m" accrochée à l'aide d'un fil à l'axe de rotation**,** d'un plateau lisse qui tourne à la vitesse angulaire "$\vec{\omega}$"**.** Si la vitesse est constante :

$$\vec{a}_e = [\vec{\omega} \wedge \; (\vec{\omega} \wedge \vec{r}_1)] = -\omega^2 \vec{r}_1 \quad \text{et} \quad \vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r$$



a- Force centrifuge :

- Pour l'observateur inertiel "$\boldsymbol{OI}$" la masse soumise aux forces ($m\vec{g}; \vec{R}; \vec{T}$) et tourne à vitesse constante, elle a une accélération centripète : $a = \frac{v^2}{R}$. La loi de Newton donne :

$$\sum_i \vec{F}_i^{ex} = m\vec{g} + \vec{R} + \vec{T} = m(\vec{a}_N + \vec{a}_T) \Longrightarrow \begin{cases} T = ma_N = m\frac{v^2}{R} & (1) \\ R = mg & (2) \end{cases}$$

- Pour l'observateur non inertiel "$\boldsymbol{ONI}$" lié au plateau, la masse est au repos, mais le fil est tendu**.** Pour résoudre ce paradoxe, il introduit une force fictive (virtuelle) dans la direction horizontale et affirme que la somme des forces agissantes est nulle. La loi de Newton donne :

$$\sum_i \vec{F}_i^{ex} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{R} + \vec{F}_{fic} = m\vec{a} = 0$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} T - F_{fic} = 0 & (3) \\ R - mg = 0 & (4) \end{cases}$$

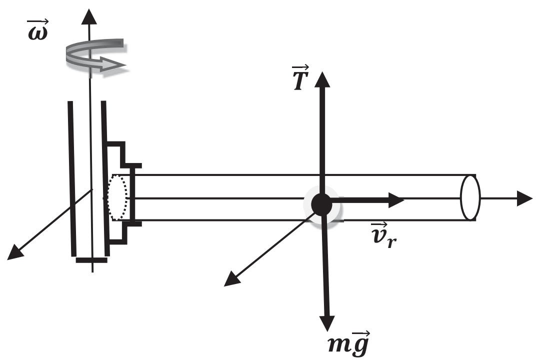
Les deux systèmes d'équations (1 ;2) et (3 ;4) sont équivalents que si :

$$F_{fic} \equiv ma_N = m\frac{v^2}{R}$$

La force d'inertie $F_{fic} = F_{in}$ est égale à la force centrifuge : $m\frac{v^2}{R}$

b- Force de Coriolis

Une bille de masse "$\boldsymbol{m}$" se déplace à l'intérieur d'un tube qui tourne autour de l'axe verticale à la vitesse angulaire "$\vec{\omega}$"constante



- L'observateur inertiel "$\boldsymbol{OI}$" voit la bille emportée par Le tube et elle n'est soumise qu'à son poids et la réaction exercée par le tube.

- L'observateur non inertiel "$\boldsymbol{NOI}$"**,** voit que la bille en allant vers l'extérieure, tend à coller sur la paroi latérale du tube. Le mouvement vers l'extérieur est expliqué par l'effet de la force centrifuge déjà signalée. Le mouvement d'écartement de l'axe vers la paroi est expliqué par l'effet d'une autre force dite de Coriolis $\vec{F}_c = -2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r$