

## Chapitre III : Méthodes d'identification des systèmes non bruités

### 1. Introduction :

Pour une bonne connaissance quantitative du système, de nombreuses méthodes d'identification sont apparues ces dernières années. Elles sont applicables en particulier à des procédés industriels.

### 2. Méthodes d'identification du modèle non paramétrique :

Pour ces méthodes, le système est caractérisé par sa réponse indicielle ou impulsionnelle dont cette dernière peut être déterminée, soit par corrélation, soit par la transformée de Fourier.

#### 2.1 Mesure par la réponse indicielle :

La réponse indicielle est une grandeur temporelle à partir de laquelle, on peut déduire la réponse impulsionnelle  $h(t)$ . Cette méthode consiste à appliquer à l'entrée du système un échelon unitaire  $u(t)$ .

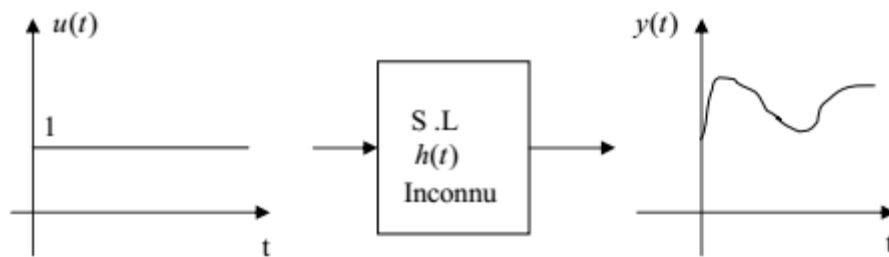


Figure (III.1) : La réponse indicielle du système.

En effet, on peut montrer que la réponse impulsionnelle  $h(t)$ , qui caractérise le système, n'est rien d'autre que la dérivée par rapport au temps de la réponse indicielle.

– Le calcul de :  $\frac{dy(t)}{dt}$

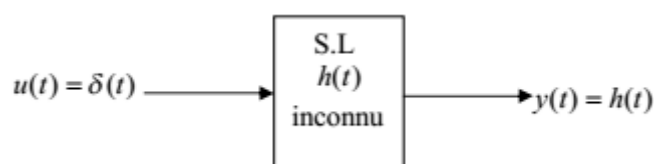
$$\text{On a : } y(t) = u(t) * h(t) \xrightarrow{TL} Y(p) = U(p) \cdot H(p)$$

$$Y(p) = \frac{K}{p} \cdot H(p) \Rightarrow H(p) = \frac{p \cdot Y(p)}{K}$$

$$\Rightarrow \frac{dy(t)}{dt} = K \cdot h(t)$$

#### 2.2 Mesure par la réponse impulsionnelle :

On applique à l'entrée du système linéaire une impulsion de Dirac  $u(t) = \delta(t)$  et on obtient en sortie  $y(t) = h(t)$ , qui est la réponse impulsionnelle du système.



$$y(t) = u(t) * h(t) = h(t)$$

### 2.2.1 Mesure par la Transformée de Fourier (T.F) :

L'usage de cette méthode permet de translater au domaine fréquentiel, les signaux d'entrées  $u(t)$ , et de sorties  $y(t)$ , afin de pouvoir substituer le produit de convolution dans le domaine de temps par un produit simple dans le domaine de fréquence.

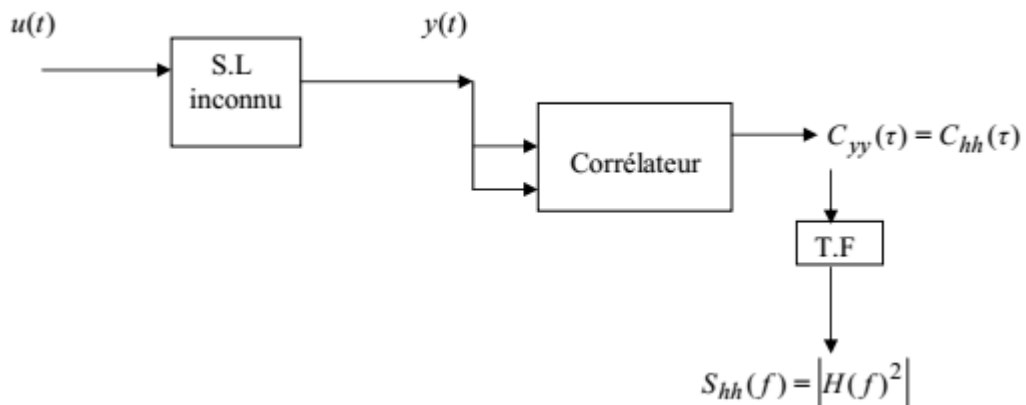
$$y(t) = u(t) * h(t) \xrightarrow{TF} Y(f) = U(f) \cdot H(f) \Rightarrow H(f) = \frac{Y(f)}{U(f)}$$

#### 2.2.2 Par corrélation :

On distingue deux types de mesures :

##### 2.2.2.1 Mesure par autocorrélation :

Comme le montre le schéma suivant :



**Figure (III.2):** Application de la méthode d'auto- corrélation.

$$C_{yy}(\tau) = C_{uu}(\tau) * C_{hh}(\tau)$$

Si :  $u(t)$  choisi tel que :

$$C_{uu}(\tau) = \delta(\tau)$$

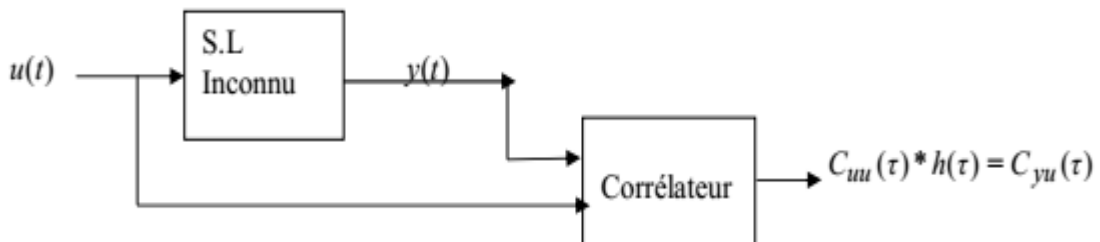
Alors :

$$C_{yy}(\tau) = \delta(\tau) * C_{hh}(\tau)$$

##### 2.2.2.2 Mesure par intercorrélation :

On a aussi la relation suivante entre l'entrée  $u(\tau)$  et la sortie  $y(\tau)$  d'un système linéaire.

$$C_{yu}(\tau) = C_{uu}(\tau) * h(\tau) *$$



**Figure (III.3):** Application de la méthode d'intercorrélation.

Si on choisit  $u(t)$  tel que  $C_{uu}(\tau) = \delta(\tau)$ , on obtient à la sortie du corrélateur :

$$C_{yu}(\tau) = \delta(\tau) * h(\tau)$$

### 3. Méthodes d'identification du modèle paramétrique :

Dans cette partie, on va étudier les méthodes utilisant le modèle paramétrique. Ce dernier consiste à caractériser un système par l'ensemble des paramètres qu'il convient de déterminer, ce qui revient à trouver le vecteur paramètres correspondant. Ces méthodes sont souvent utilisées dans l'industrie pour identifier les systèmes dynamiques. Il existe deux types :

- Méthodes paramétriques graphiques (déterministes).
- Méthodes paramétriques statistiques.

#### 3.1 Méthodes paramétriques graphiques :

Nous présentons successivement quelques méthodes fondamentales susceptibles d'obtenir un modèle paramétrique à partir du modèle non paramétrique en utilisant la réponse à un échelon (Strejc-Quentin).

##### 3.1.1 Méthode de Strejc-Quentin :

Cette méthode permet d'identifier un processus présentant une réponse indicielle aperiodique. Le modèle mathématique proposé par Strejc-Quentin est de la forme suivante :

$$H(p) = \frac{K e^{-\tau p}}{(1 + Tp)^n}$$

Les paramètres à identifier sont : le gain statique  $K$ , le retard  $\tau$ , la constante de temps  $T$  et l'ordre  $n$ .

Pour identifier les paramètres du modèle à partir de la réponse indicielle du système, on trace la tangente au point d'inflexion  $I$ . Cette dernière permet de déterminer  $T_1$  et  $T_2$ .

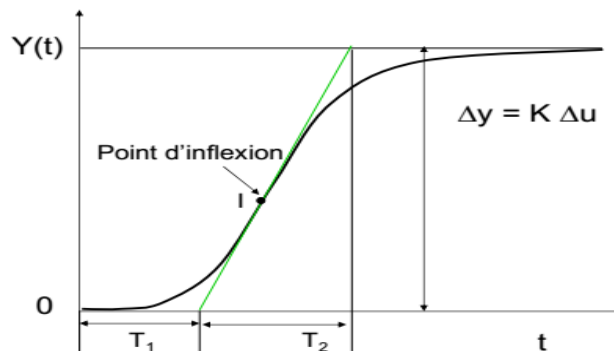


Figure (III.4) : Réponse indicielle du procédé.

1. Le gain statique est mesuré directement par  $K = \frac{\Delta y}{\Delta u}$
2. On trace la tangente au point d'inflexion  $I$  pour déterminer deux valeurs :  $T_1$  et  $T_2$ .
3. Relever  $T_1$  et  $T_2$  en déduire l'ordre  $n$  en utilisant le tableau ci-joint. Entre deux lignes du tableau, on choisit la valeur de  $n$  la plus petite.
4. Déterminer la constante du temps  $T$  à partir du tableau :  $\frac{T_2}{T}$
5. Déterminer le retard  $\tau$  quand il existe à partir de la différence entre la valeur de  $T_1$  mesurée et celle donnée par la colonne du tableau  $\frac{T_1}{T_2}$ .

Tableau pour estimer l'ordre, la constante de temps et le retard du modèle de Strejc.

$n$	$\frac{T_1}{T}$	$\frac{T_2}{T}$	$\frac{T_1}{T_2}$
1	0	1	0
2	0.282	2.718	0.104
3	0.805	3.695	0.218
4	1.425	4.463	0.319
5	2.100	5.119	0.410

**Tableau (III.1) :** Tableau de Strejc-Quentin.

### 3.1.2 Méthode de Broïda :

Le modèle proposé pour approcher le comportement du système est un premier ordre avec un retard pur. Sa fonction de transfert est donnée par :

$$H(p) = \frac{K e^{-\tau p}}{1 + Tp}$$

Avec :

$K$  : Gain statique.

$\tau$  : Retard du modèle.

$T$  : Constante de temps.

Le principe n'est pas de faire coïncider la tangente au point d'inflexion (souvent imprécis), mais d'ajuster les paramètres  $T$  et  $\tau$  pour que les courbes de réponse du modèle et du processus aient deux points communs judicieusement choisis. Les points communs  $C_1$  et  $C_2$  habituellement utilisés correspondent respectivement à 28% et 40% de la valeur finale. Le modèle de Broïda donne les points  $C_1$  et  $C_2$ .

$$\frac{y(t)}{K \cdot E_0} = 0.28 \Rightarrow \frac{t - \tau}{T} = 0.328$$

$$\frac{y(t)}{K \cdot E_0} = 0.40 \Rightarrow \frac{t - \tau}{T} = 0.510$$

La méthode d'identification s'appuie sur les résultats de l'équations précédentes. Soient  $t_1$  et  $t_2$  les temps au bout desquels la réponse expérimentale atteint respectivement 28% et 40% de la valeur finale. On va simplement résoudre le système donné par :

$$t_1 - \tau = 0.328T \text{ et } t_2 - \tau = 0.510T$$

La résolution de ces équations donne :

$$T = 5.5 (t_2 - t_1) \text{ et } \tau = 2.8 t_1 - 1.8 t_2$$

Le gain  $K$  est déterminé comme dans la méthode de Strejc-Quentin.

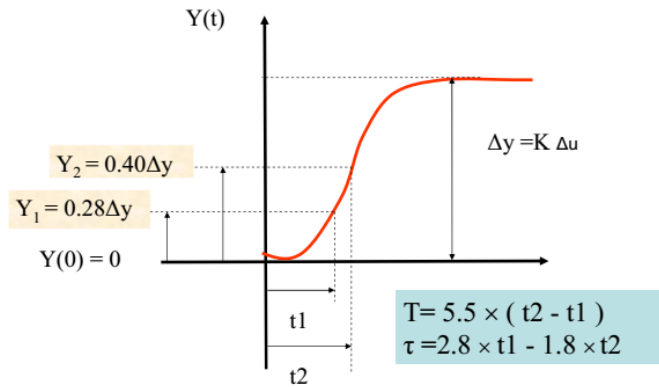


Figure (III.5) : Réponse indicielle du procédé.

### 3.1.3 Identification d'un processus intégrateur :

Un processus du type intégrateur est caractérisé par le fait qu'une variation en échelon appliquée à son entrée correspond à une variation en rampe de sa sortie lors du régime permanent (voir figure III.6).

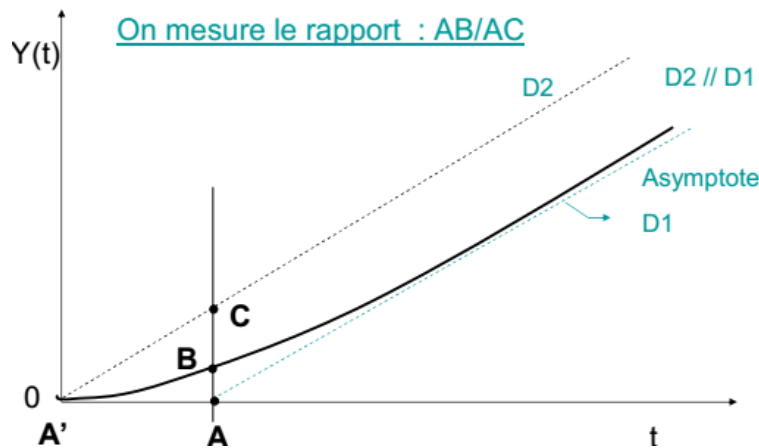


Figure (III.6) : Réponse indicielle du processus intégrateur.

n	AB/AC
1	0.368
2	0.271
3	0.224
4	0.195
5	0.175

Tableau (III.2) : Tableau de processus intégrateur.

On trace une droite (D2) passant par l'origine, parallèle à l'asymptote (D1) pour une fonction de transfert de la forme :

$$H(p) = \frac{K}{p} \frac{e^{-\tau p}}{(1 + Tp)^n}$$

Avec :

- K : Gain en vitesse.
- T : Constante de temps.
- n : Ordre du modèle.

Il est aisé de tirer de la mesure de  $AB/AC$ , grâce au tableau (III.2), la valeur de  $n$  ; la constante de temps  $T$  est déterminée par la relation  $T = A'A/n$ .

Les méthodes d'identification graphiques sont simples à utiliser et ne nécessitent que peu de matériels, mais rien n'empêche qu'elles présentent plusieurs inconvénients et parmi eux on cite :

- Sont limitées dans le choix des modèles.
- Nécessitent des signaux test d'amplitude importante (rarement tolérés par les installations industrielles)
- Sont sensibles aux perturbations (et il n'est pas possible ici de modéliser les perturbations)
- La procédure est longue, et il n'y a pas de procédures explicites de validation des modèles.

### 3.2 Méthodes statistiques :

La disponibilité d'un ordinateur numérique permet de mettre en place des algorithmes d'estimation automatique des paramètres des modèles échantillonnés des procédés.

Le traitement de données E/S peut se faire à l'aide d'algorithmes non récursifs (traitement en bloc de données obtenues sur un horizon de temps) ou récursifs (traitement pas à pas de données), le second type d'algorithme présente l'avantage d'être en temps réel et nécessite moins de ressources en terme de calcul.

L'identification paramétrique statistique et généralement basée sur l'erreur entre la sortie du procédé  $y(t)$  et celle prédite  $\hat{y}(t)$  par le modèle (erreur de prédiction).

#### 3.2.1 Algorithme d'adaptation paramétrique :

L'objectif de cet algorithme est de piloter les paramètres du modèle ajustable de prédiction à partir des informations recueillis sur le système à chaque pas d'échantillonnage. La figure suivante montre le principe d'estimation des paramètres du modèle par un algorithme d'adaptation paramétrique.

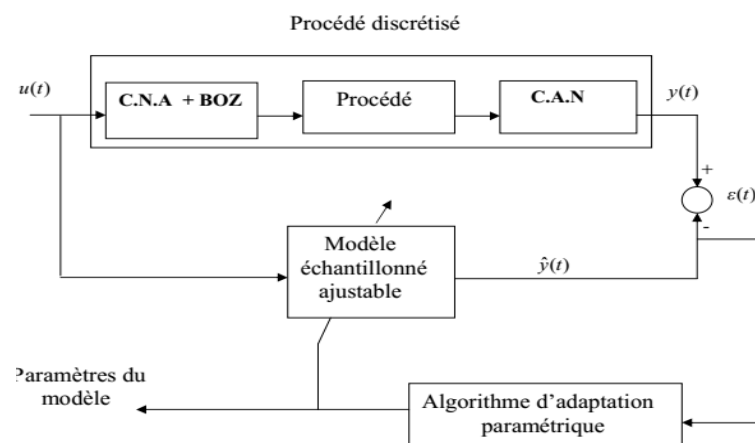


Figure (III.7) : Principe de l'estimation des paramètres d'un modèle.

**Principe de l'algorithme :**

Soit le système discret de la forme :

$$y(t) = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t)$$

Où :

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_A}q^{-n_A}$$

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + \dots + a_{n_B}q^{-n_B}$$

Qui s'écrit encore à l'instant  $(t + 1)$  sous la forme :

$$y(t + 1) = - \sum_{i=1}^{n_A} a_i y(t + 1 - i) + \sum_{i=1}^{n_B} b_i u(t - d + 1 - i) = \theta^T \phi(t)$$

$d$  : est le retard pur échantillonné

$y(t)$  et  $u(t)$  sont respectivement l'entrée et la sortie du procédé

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_{n_A}, b_1, \dots, a_{n_B}]$$

$$\phi(t)^T = [-y(t) \dots - y(t + 1 - n_A), u(t - d) \dots u(t - d - n_B + 1)]$$

Exemple :

Considérons le modèle du procédé sans retard à l'instant  $t + 1$  décrit sous la forme :

$$y(t + 1) = - \sum_{i=1}^{n_A} a_i y(t + 1 - i) + \sum_{i=1}^{n_B} b_i u(t + 1 - i) = \theta^T \phi(t) \quad (\text{III.5})$$

Avec le vecteur de paramètres :

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_{n_A}, b_1, \dots, a_{n_B}]$$

Avec le vecteur d'observation :

$$\phi(t)^T = [-y(t) \dots - y(t + 1 - n_A), u(t) \dots u(t - n_B + 1)]$$

Pour le modèle de l'équation (III.5) un prédicteur basé sur l'estimation des paramètres  $\hat{\theta}(t)$ , peut être obtenu en remplaçant dans l'équation (III.3),  $\theta(t)$  par  $\hat{\theta}(t)$ . On obtient alors :

$$\hat{y}^0(t + 1) = \hat{\theta}(t)^T \phi(t) \quad (\text{III.6})$$

$\hat{y}^0(t + 1)$  : est la prédiction a priori du modèle à l'instant  $t$

On définit l'erreur de prédiction à l'instant  $t$  par :

$$\varepsilon^0(t + 1) = y(t + 1) - \hat{y}^0(t + 1)$$

On se fixe alors pour objectif la recherche d'un algorithme récursif ayant la forme :

$$\hat{\theta}(t + 1) = f[\hat{\theta}(t), \phi(t), \varepsilon^0(t + 1)]$$

qui minimisera l'erreur (procédé – modèle) au sens d'un critère à définir.

On définit en général un 'vecteur 'des paramètres dont les composantes sont les différents paramètres qui doivent être identifiés .Les algorithmes d'adaptation paramétrique ont tous la structure ci-après.

[Nouvelle estimation des paramètres] = [estimation précédente des paramètres] + [gain d'adaptation]\*[fonction des mesures]\*[fonction de l'erreur de prédiction].

### 3.2.2 Les algorithmes d'identification récurrents :

Contrairement aux méthodes en temps différé qui nécessitent l'acquisition de toutes les données avant le calcul des paramètres, les méthodes en temps réel du type récurrent réactualisent les valeurs des paramètres à chaque nouvelle acquisition.

#### 3.2.2.1 Algorithme de gradient :

L'algorithme d'adaptation paramétrique du gradient a comme objectif de minimiser un critère quadratique en terme de l'erreur de prédiction.

Considérons le modèle discrétisé d'un procédé décrit par :

$$y(t+1) = a_1 y(t) - a_2 y(t-1) + b_1 u(t) + b_2 u(t-1) = \theta^T \phi(t) \quad (\text{III.7})$$

Où :

$$\theta^T = [a_1 \ a_2 \ b_1 \ b_2] \quad (\text{III.8})$$

est le vecteur des paramètres

$$\phi(t)^T = [-y(t) \ -y(t-1) \ u(t) \ u(t-1)] \quad (\text{III.9})$$

est le vecteur d'observation (mesure).

Le modèle de prédiction ajustable (a priori) sera décrit dans ce cas par :

$$\hat{y}^0(t+1) = -\hat{a}_1(t)y(t) - \hat{a}_2(t)y(t-1) + \hat{b}_1(t)u(t) + \hat{b}_2(t)u(t-1) = \hat{\theta}(t)^T \phi(t)$$

Où :

$\hat{y}^0(t+1)$  : Représente la prédiction a priori dépendant des valeurs des paramètres estimés à l'instant  $t$ .

$$\hat{\theta}(t)^T = [\hat{a}_1(t), \hat{a}_2(t), \hat{b}_1(t), \hat{b}_2(t)] \quad (\text{III.10})$$

est le vecteur des paramètres estimés.

La sortie a posteriori de prédiction sera donnée par :

$$\hat{y}(t+1) = -\hat{a}_1(t+1)y(t) - \hat{a}_2(t+1)y(t-1) + \hat{b}_1(t+1)u(t) + \hat{b}_2(t+1)u(t-1) = \hat{\theta}(t+1)^T \phi(t) \quad (\text{III.11})$$

On définit l'erreur de prédiction « a priori » :

$$\varepsilon^0(t+1) = y(t+1) - \hat{y}^0(t+1) \quad (\text{III.13})$$

et une erreur de prédiction « a posteriori » :

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1) \quad (\text{III.14})$$

On cherche un algorithme d'adaptation paramétrique récurrent. La structure d'un tel algorithme est donnée comme suit :

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + \Delta \hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + f(\hat{\theta}(t), \phi(t), \varepsilon^0(t+1)) \quad (\text{III.15})$$



Le terme de correction  $f(\cdot)$  doit dépendre uniquement des informations disponibles à l'instant  $t + 1$ . Le terme de correction doit nous permettre de minimiser à chaque pas de critère :

$$\min_{\hat{\theta}(t)} J(t + 1) = [\varepsilon^0(t + 1)]^2 \quad (\text{III.16})$$

L'algorithme d'adaptation paramétrique correspondant aura la forme :

$$\hat{\theta}(t + 1) = \hat{\theta}(t) - F \frac{\delta J(t+1)}{\delta \hat{\theta}(t)} \quad (\text{III.17})$$

Où :

$F = \alpha I$  ( $\alpha > 0$ ) est le gain d'adaptation matriciel

$I$  : matrice diagonale unitaire et  $\frac{\delta J(t+1)}{\delta \hat{\theta}(t)}$  est le gradient du critère de l'équation par rapport à  $\hat{\theta}(t)$ .

De l'équation (III.16) on obtient :

$$\frac{1}{2} \frac{\delta J(t+1)}{\delta \hat{\theta}(t)} = \frac{\delta \varepsilon^0(t+1)}{\delta \hat{\theta}(t)} \varepsilon^0(t + 1) \quad (\text{III.18})$$

Sachant que :

$$\varepsilon^0(t + 1) = y(t + 1) - \hat{y}^0(t + 1) = y(t + 1) - \hat{\theta}^T \phi(t) \quad (\text{III.19})$$

Donc :

$$\frac{\delta \varepsilon^0(t+1)}{\delta \hat{\theta}(t)} = -\phi(t) \quad (\text{III.20})$$

Introduisant l'équation (III.20) dans l'équation (III.18), ce qui donne :

$$\hat{\theta}(t + 1) = \hat{\theta}(t) + F \phi(t) \varepsilon^0(t + 1) \quad (\text{III.21})$$

L'algorithme d'adaptation paramétrique donné dans l'équation (III.21) présente des risques d'instabilité si le gain d'adaptation est grand. Pour éviter ce problème d'instabilité, on utilise la même approche du gradient mais on considère un autre critère :

$$\min_{\hat{\theta}(t+1)} J(t + 1) = [\varepsilon(t + 1)]^2 \quad (\text{III.22})$$

On refait les mêmes calculs que précédemment, l'algorithme d'adaptation devient alors :

$$\hat{\theta}(t + 1) = \hat{\theta}(t) + \frac{F \phi(t) \varepsilon^0(t+1)}{1 + \phi(t)^T F \phi(t)} \quad (\text{III.23})$$

Qui est un algorithme stable quelque soit le gain  $F$  (positif).

### 3.2.2.2 Algorithme des Moindres Carrés Récursifs :

On considère les mêmes équations pour le procédé, le modèle de prédiction et les erreurs de prédiction utilisées dans l'algorithme du gradient, à savoir les équations (III.7) à (III.14).

L'objectif est de trouver un algorithme récursif de la forme de l'équation (III.15) qui minimise le critère des moindres carrés.

$$\min_{\hat{\theta}(t)} J(t) = \sum_{i=1}^t [y(i) - \hat{\theta}(t)^T \phi(i - 1)]^2 \quad (\text{III.24})$$

Le terme  $\hat{\theta}(t)^T \phi(i - 1)$  correspond à :

$$\hat{\theta}(t)^T \phi(i-1) = -\hat{a}_1 y(i-1) - \hat{a}_2(t) y(i-2) + \hat{b}_1(t) u(i-1) + \hat{b}_2(t) u(i-2) \quad (\text{III.25})$$

C'est donc la prédiction de la sortie à l'instant  $i (i \leq t)$  basée sur l'estimation des paramètres à l'instant  $t$  obtenue à l'aide de  $t$  mesures.

Dans un premier temps, il s'agit d'estimer le vecteur de paramètres  $\theta$  à l'instant  $t$  pour qu'il minimise la somme des carrés des écarts entre le procédé et le modèle de prédiction sur un horizon de  $t$  mesures. La valeur  $\hat{\theta}(t)$  qui minimise le critère (III.24) s'obtient en cherchant la valeur qui annule  $\frac{\partial J(t)}{\partial \hat{\theta}(t)}$  :

$$\frac{\partial J(t)}{\partial \hat{\theta}(t)} = -2 \sum_{i=1}^t [y(i) - \hat{\theta}(t)^T \phi(i-1)] \phi(i-1) = 0 \quad (\text{III.26})$$

De l'équation (III.26), tenant compte de :

$$[\hat{\theta}(t)^T \phi(i-1)] \phi(i-1) = \phi(i-1) \phi(i-1)^T \hat{\theta}(t)$$

On obtient :

$$[\phi(i-1) \phi(i-1)^T] \hat{\theta}(t) = \sum_{i=1}^t y(i) \phi(i-1)$$

Il en résulte :

$$\hat{\theta}(t) = [\sum_{i=1}^t \phi(i-1) \phi(i-1)^T]^{-1} \sum_{i=1}^t y(i) \phi(i-1) = F(t) \sum_{i=1}^t y(i) \phi(i-1) \quad (\text{III.27})$$

Où :

$$F(t)^{-1} = \sum_{i=1}^t \phi(i-1) \phi(i-1)^T \quad (\text{III.28})$$

Cet algorithme d'estimation n'est pas récursif, on considère l'estimation de  $\hat{\theta}(t+1)$  :

$$\hat{\theta}(t+1) = F(t+1)^{-1} \sum_{i=1}^t y(i) \phi(i-1) \quad (\text{III.29})$$

$$F(t+1)^{-1} = \sum_{i=1}^{t+1} \phi(i-1) \phi(i-1)^T \quad (\text{III.30})$$

Pour éviter l'inversion de la matrice  $F(t+1)$  à chaque pas d'échantillonnage, on utilise le Lemme d'inversion matricielle :

$$A = F(t)^{-1}, B = \phi(t), C = 1, D = \phi(t)^T$$

On aura :

$$F(t+1) = F(t) - \frac{F(t) \phi(t) \phi(t)^T F(t)}{1 + \phi(t)^T F(t) \phi(t)} \quad (\text{III.31})$$

En regroupant les différentes équations, nous donnons ci-après une formulation de l'algorithme d'adaptation paramétrique (A.A.P) des moindres carrés récursifs (M.C.R).

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t) \phi(t) \varepsilon(t+1) \quad (\text{III.32})$$

$$F(t+1)^{-1} = F(t)^{-1} + \phi(t) \phi(t)^T \quad (\text{III.33})$$

$$F(t+1) = F(t) - \frac{F(t) \phi(t) \phi(t)^T F(t)}{1 + \phi(t)^T F(t) \phi(t)} \quad (\text{III.34})$$

$$\varepsilon(t+1) = \frac{y(t+1) - \hat{\theta}(t)^T \phi(t)}{1 + \phi(t)^T F(t) \phi(t)} \quad (\text{III.35})$$

### 3.2.3 Initialisation de l'algorithme :

La matrice  $F(t + 1)$  appelée « gain d'adaptation », est une matrice définie positive [voir l'annexe]. Son rôle est de moduler automatiquement la longueur du pas de correction. En pratique, On démarre l'algorithme à  $t=0$  en posant :

$$F(0) = \frac{1}{\delta}I = GI, \quad 0 < \delta \ll 1 \quad (I \text{ est une matrice identité, } G = \frac{1}{\delta}).$$

Généralement les valeurs de  $\delta$  varient entre  $10^{-2}$  et  $10^{-4}$ .

### 3.2.4 Choix du gain d'adaptation :

L'algorithme des M.C.R est à gain décroissant et tend vers zéro quand l'horizon d'estimation augmente, ce qui garantit la convergence de l'algorithme lorsque les paramètres à estimer sont constants. Dans le cas des paramètres variables, l'algorithme ne converge pas, il faut donc augmenter à chaque pas la valeur du gain en fonction des variations des paramètres, et ceci en introduisant deux facteurs de pondération  $\lambda_1(t)$  et  $\lambda_2(t)$  dans l'équation de  $F(t + 1)^{-1}$  qui se réécrit comme suit :

$$F(t + 1)^{-1} = \lambda_1(t)F(t) + \lambda_2(t)\phi(t)\phi(t)^T \quad (\text{III.36})$$

Avec :

$\lambda_1(t)$  : Facteurs de croissance tel que  $0 < \lambda_1(t) \leq 1$

$\lambda_2(t)$  : Facteurs de croissance tel que  $0 < \lambda_2(t) \leq 2$

Pour chaque choix des facteurs  $\lambda_1(t)$  et  $\lambda_2(t)$  correspond un profil de variation de la matrice du gain  $F$ , qui peut être utilisée pour l'identification des paramètres variables. En utilisant le Lemme d'inversion matricielle, on obtient :

$$F(t + 1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \left[ F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi(t)^T F(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \phi(t)^T F(t)\phi(t)} \right] \quad (\text{III.37})$$

Les méthodes statistiques est une approche moderne de l'identification .Elle présente beaucoup d'avantages. On cite :

- Obtention d'une estimation du modèle au fur et à mesure que le procédé évolue.
- Compression importante des données, car les algorithmes récursifs ne traitent à chaque instant qu'une paire entrée /sortie au lieu de l'ensemble de données entrée /sortie.
- Mise en œuvre aisée sur micro-ordinateur.
- Possibilité de réalisation de systèmes d'identification temps réel.
- Elimine les défauts mentionnés des méthodes graphiques et permet un suivi des paramètres en temps réel.
- Permet de modéliser (et supprimer si besoin) les perturbations.

Elle représente aussi des inconvénients. On cite:

- Il n'y a pas de structure unique « procédé + perturbation » pour décrire toutes les situations rencontrées en pratique, et il n'y a pas non plus une méthode unique d'identification donnant dans toutes les situations des estimations non biaisées.