Département de physique
université de M'sila
Module mécanique analytique
Série 2

Exercice1

Considérons une masse m_1 suspendue à un point P, qu'on prend comme origine, par une tige rigide de longueur l_1 et de masse négligeable.ajoutons une deuxième masse (m_2), suspendue à la masse m_1 par une autre tige rigide de masse négligeable et de longueur l_2 elle aussi contrainte de pivoter dans le plan (x y) seulement. Désignons par φ_2 l'angle que fait la deuxième tige par rapport à la verticale (contre $\varphi_1$pour la première tige, de longueurl_1). Désignons par (x_1 , y_1 , z_1) et (x_2 , y_2 , z_2)les coordonnées cartésiennes des deux masses. (figure1)
1-Écrire les équations des contraintes, et définir les coordonnées généralisées de ce système.
2-Ecrire l'énergie cinétique et potentielle de ce système.
3-Ecrire le lgrangien , les équations de lagrange
4-Ecrire les équations précédentes en supposant que les angles φ_1 et φ_2 sont petits, déduire l'expression des équations de mouvements.

Exercice2

Écrire le lagrangien d'une particule de masse m en coordonnées sphériques dans le champs de potentiel $V(r,\theta)$.

Exercice3

Machine d'Atwood généralisée : Considérez le système illustré, dans lequel une masse m_1 est reliée, via la poulie A, à une deuxième poulie B de masse M, elle-même reliant deux autres masses m_2 et m_3 . On néglige les masses des fils et des poulies et la gravité g agit vers le bas. Les coordonnées verticales des trois masses sont y_1 , y_2 et y_3 ; on néglige tout mouvement suivant tout autre axe. La poulie A est fixe, et les fils sont de longueurs constantes. (figure2)
Montrez que ce problème compte deux degrés de liberté.
Écrivez le lagrangien de ce système, en utilisant y_1 et y_2 comme coordonnées généralisées.
Trouvez une expression explicite pour les accélérations $\ddot{y}_1$ et $\ddot{y}_2$ en fonction de g et des trois masses. Sous quelle condition $\ddot{y}_1$ est-il nul ?

Exercice4

Deux masses m_1 et m_2 disposées sur un double plan incliné parfaitement lisse sont reliées entre elles par un fil inextensible de masse négligeable qui passe sans frottement sur une poulie de masse négligeable et α_1 et α_2 sont les angles des plans inclinés (figure3).
1-Montrez que ce problème compte un degré de liberté.
2-Ecrire le lagrangien, les équations de Lagrange.
3-déduire les conditions de l'équilibre.

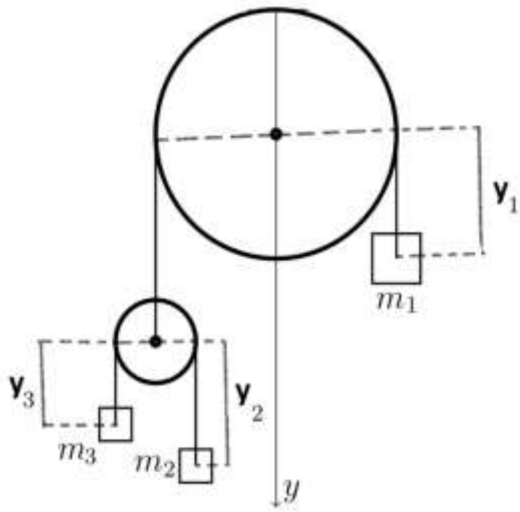

Figure 1

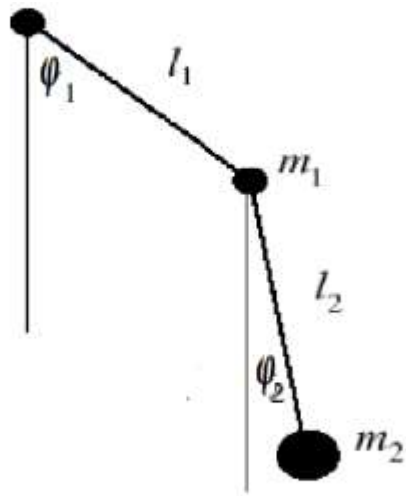

Figure 2

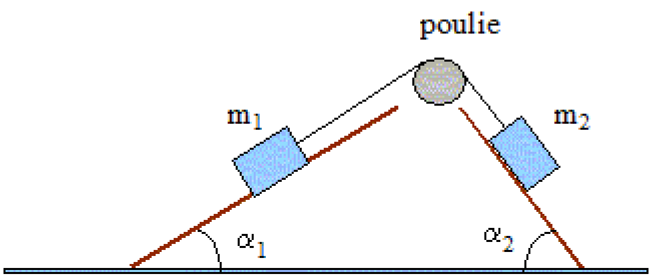

Figure3