

EXERCICE SUR LES SATELLITES. Ch6.

ÉTUDE D'UN SATELLITE GEOSTATIONNAIRE :

On étudie dans le repère géocentrique considéré comme galiléen, le mouvement d'un satellite S assimilé à une masse ponctuelle m 250 kg décrivant une orbite circulaire à l'altitude h dans le plan de l'équateur

- 1) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
- 2) Etablir les expressions de la vitesse v et de la période T du satellite en fonction de son altitude h
- 3) Calculer l'altitude h à laquelle doit se trouver le satellite pour qu'il soit géostationnaire.
- 4) Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire.

En quoi la base de Kourou est-elle « intéressante » pour la mise en poste de tels satellites ?

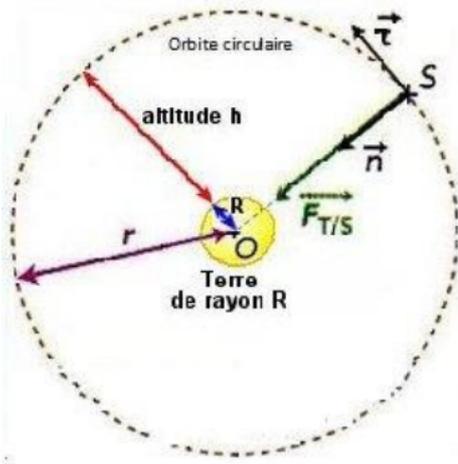
Masse de la Terre : $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg,

Rayon de la Terre : $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m

Constante de gravitation : $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ m. kg⁻¹.s⁻²

Période de rotation de la Terre sur elle-même : $J_S = 8,62 \cdot 10^4$ s.

1) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.



- Système : {Le satellite S}
- Référentiel : géocentrique suppose galiléen.
- Forces extérieures appliquées au satellite :

La force d'attraction gravitationnelle : $\vec{F}_a = \frac{G \cdot m_S \cdot M_T}{r^2} \cdot \vec{n}$ de valeur $F_a = \frac{G \cdot m_S \cdot M_T}{r^2}$

• Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$

• soit : $\vec{F}_a = m_S \cdot \vec{a}$ soit $\frac{G \cdot m_S \cdot M_T}{r^2} \cdot \vec{n} = m_S \cdot \vec{a}$.

soit en simplifiant $\vec{a} = \frac{G \cdot M_T}{r^2} \cdot \vec{n}$

Le vecteur accélération est dirigé suivant \vec{n} .

L'accélération n'a pas de composante tangentielle donc l'accélération tangentielle est nulle soit $a_T = 0$

Or par définition : $a_T = \frac{dv}{dt}$ donc $\frac{dv}{dt} = 0$ donc la valeur v de la vitesse est constante.

Le mouvement circulaire est donc uniforme.

2) Etablir les expressions de la vitesse v et de la période T du satellite en fonction de son altitude h

- On projette le vecteur accélération \vec{a} sur \vec{n} :

$a_n = \frac{G \cdot M_T}{r^2}$ or par définition, l'accélération normale est : $a_n = \frac{v^2}{r}$

donc : $\frac{v^2}{r} = \frac{G \cdot M_T}{r^2}$. On simplifie : $v^2 = \frac{G \cdot M_T}{r}$ soit $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$

• Période T de Titan autour de Saturne :

La période T de révolution est la durée mise par le satellite pour faire un tour c'est-à-dire pour parcourir un cercle de rayon r. Elle est égale à la circonférence de l'orbite soit $2 \pi r$ divisée par la vitesse du satellite:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v} \text{ or } v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}} = 2 \cdot \pi \cdot r \sqrt{\frac{r}{G \cdot M_T}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_T}} \quad T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_T}}$$

3) Calculer l'altitude h à laquelle doit se trouver le satellite pour qu'il soit géostationnaire.

On tire d'abord r^3 de l'expression de T : Pour cela, on élève T au carré : $T^2 = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{r^3}{G \cdot M_T}$

Le satellite est géostationnaire si $T = J_S = 23h56 \text{ min} = 8,62 \cdot 10^4$ s.

$$r^3 = \frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4 \cdot \pi^2} \text{ soit } (R_T + h)^3 = \frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4 \cdot \pi^2} \text{ soit } R_T + h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4 \cdot \pi^2}} \text{ soit } h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4 \cdot \pi^2}} - R_T$$

$$\text{A.N. : } h = \sqrt[3]{\frac{(8,62 \cdot 10^4)^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{4 \cdot \pi^2}} - 6,37 \cdot 10^6 = 3,58 \cdot 10^7 \text{ m} = \underline{\underline{35\,800 \text{ km.}}}$$

4) Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire. En quoi la base de Kourou est-elle « intéressante » pour la mise en poste de tels satellites ?

Un satellite géostationnaire est un satellite immobile par rapport à la Terre. Sa période de révolution T est donc égale à la période de rotation de la Terre sur elle-même 23h56 min = jour sidéral).

Base de Kourou :

Elle est située à l'équateur. C'est à cet endroit que la vitesse de rotation de la terre sur elle-même est la plus grande, ainsi on récupère le maximum d'énergie cinétique lors du lancement du satellite.

Du fait de l'immobilité apparente des satellites géostationnaires, il est facile de « les viser » pour leur envoyer des ondes à transmettre ou pour recueillir les ondes qu'ils réfléchissent.

Ils servent de relais entre un point de l'hémisphère nord et un point de l'hémisphère sud. Ils sont utilisés pour la transmission des ondes radio ou de télévision.