Université de M'sila

Faculté de : Technologie **Socle commun**

Série de TD N° 02

Exercice 01 :

Les coordonnées d'un point matériel M dans un repère orthonormé direct $\boldsymbol{R}\ (\boldsymbol{O}, \boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k})$ *sont données en fonction du temps par* : $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{t} - \mathbf{1}$,$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t}) = \mathbf{1} - \boldsymbol{t}^{\mathbf{2}}$ et $\boldsymbol{z}(\boldsymbol{t}) = \mathbf{0}$.

1. *Déterminer l'équation de la trajectoire de* $\boldsymbol{M}$.

2. *Déterminer les vecteurs vitesse et accélération de* $\boldsymbol{M}$ *en coordonnées cartésiennes ainsi que leurs modules*

3. - *Calculer les accélérations tangentielle et normale de* $\boldsymbol{M}$.

- Déduire le rayon de courbure $\mathcal{R}$ *de la trajectoire en fonction du temps.*

4. *Etablir l'expression de l'abscisse curviligne* $\boldsymbol{s}$. *Que vaut* $\boldsymbol{s}$ *pour un mouvement du départ jusqu'à son intersection avec* $\boldsymbol{ox}$ *Sachant que* **(** $\int \sqrt{\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{x}^2} = \frac{1}{2}\left[\boldsymbol{Ln}\left(\boldsymbol{ax} + \sqrt{\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{x}^2}\right) + \boldsymbol{x}\sqrt{\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{x}^2}\right]$) (**Sup**)

Exercice 02 :

Une particule se déplace dans le plan ($\boldsymbol{xoy}$), *à partir du repos du point* $\boldsymbol{A}\ (\mathbf{0}, \mathbf{0})$, *avec une vitesse qui obéit à la loi suivante* : $\vec{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{\alpha}.\vec{\boldsymbol{i}} + \boldsymbol{\beta x}.\vec{\boldsymbol{j}}$

1°- *Trouver l'équation de la trajectoire. Quelle est son type. Dessiner-là ?*

2°- *Donner l'expression de l'accélération et déduire le type de mouvement.*

3°- *Déterminer le rayon de courbure.*

Exercice 03 :

Un point $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ *suit une trajectoire d'équation* : $\boldsymbol{y} = \sqrt{\mathbf{4} - \boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}}$ *et d'équation horaire* $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{t}) = \mathbf{2}\boldsymbol{t}$

Sachant qu'à l'instant initial $\boldsymbol{t} = \mathbf{0}$ $\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$

1°/ *Donner les équations paramétriques* $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t})$; $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t})$ *du mouvement.*

2°/ *Donner l'accélération tangentielle et normale ainsi que le rayon de courbure*

L. Laïssaoui

Exercice 04 :

Dans une base cylindrique on donne les équations paramétriques suivantes :

$$\begin{cases} x(t) = R\,.\,cos(2t) \\ y(t) = R.\,sin(2t) \\ z(t) = 2t \end{cases}$$

1°/ - *Quelle est la trajectoire, la vitesse et l'accélération dans la base cartésienne.*

- *Que peut-on dire de l'accélération ?*

2°/ *Déterminer la vitesse et l'accélération ainsi que leurs modules dans la base cylindrique.*

3°/ *Quelle est la direction du vecteur accélération du point* $''M''$ *tout au long du parcours* ***?***

4°/ *Déterminer l'accélération dans la base intrinsèque. Déduire le rayon de courbure.*

Exercice 05 : : **(*D.M*)**

Dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, *le point* M *décrit un mouvement donné par les équations paramétriques :*

$$\begin{cases} x(t) = be^{-kt}cos(kt) \\ \\ y(t) = be^{-kt}sin(kt) \end{cases}$$

b *et* k *sont des constantes positives*

1°/

- ***a-*** *Etablir en fonction du temps les expressions des coordonnées polaires* $\rho(t)$ *et* $\theta(t)$
- ***b-*** *Déduire la trajectoire en coordonnées polaires et représenter-la.*

2°/

- ***a-*** *Déterminer en fonction du temps les expressions les composantes polaires de la vitesse.*
- ***b-*** *Déduire l'angle* α *entre* $\overrightarrow{OM}$ *et* $\vec{v}$
- ***c-*** *Indiquer la nature du mouvement.*

3°/

- ***a-*** *Déterminer en fonction du temps les expressions les composantes polaires de l'accélération.*
- ***b-*** *Préciser la direction de l'accélération et représenter-la sur la trajectoire.*
- ***c-*** *Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération*
- ***d-*** *Déduire le rayon de courbure. Quelle est la distance* α *pour un tour* $\alpha = 2\pi$

L. Laïssaoui

Exercice 06 : : (***Supplémentaire***)

Dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne le système bielle-manivelle où la manivelle $\boldsymbol{OA}$ de longueur $\boldsymbol{l}$ est animée d'un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire $\boldsymbol{\omega}$, entraîne une bielle $\boldsymbol{AB}$ de même longueur ($\boldsymbol{AB = l}$), cette dernière entraîne à son tour un coulisseau $\boldsymbol{B}$.

1°/ *Quelles sont les trajectoires des points $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{M}$ milieu de $\boldsymbol{AB}$.*

2°/ *Donner les expressions des vecteurs vitesses de ces points $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{M}$ et leurs modules.*

3°/ *Donner les expressions des vecteurs accélérations de ces points $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{M}$ et leurs modules.*

4°/ *Montrer que les mouvements des points $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{M}$ sont des mouvements centraux.*

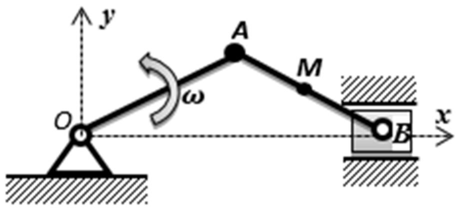


fig.1

Exercice 06 : (***Supplémentaire*** *fig.2*)

Un point $\boldsymbol{M}$ se déplace sur une ellipse d'équation : $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} = \mathbf{1}$. La direction entre $\overrightarrow{\boldsymbol{OM}}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{ox}}$ est caractérisé par $\boldsymbol{\varphi}$ et les équations de mouvement sont données par $\begin{cases} \boldsymbol{x = x_0 cos(\omega t + \varphi)} \\ \boldsymbol{y = y_0 sin(\omega t + \psi)} \end{cases}$

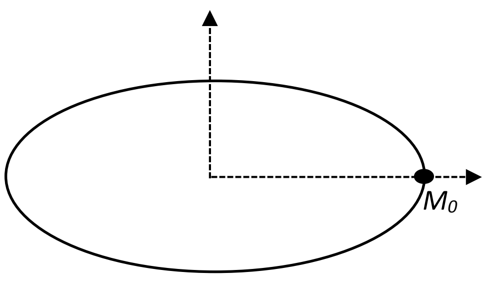
On suppose que $\boldsymbol{\omega}$ est constante et à l'instant initial $\boldsymbol{M}$ se trouve à $\boldsymbol{M_0}$ c-à-d $\boldsymbol{x = b}$

1°/ *Déterminer $\boldsymbol{x_0}$ $\boldsymbol{\varphi}$ et $\boldsymbol{\psi}$. En déduire $\boldsymbol{y_0}$*

2°/ *Déterminer les composantes du vecteur vitesse dans la base cartésienne $\vec{\boldsymbol{v}}\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix}$.*

3°/ *Déterminer les composantes du vecteur accélération dans la base cartésienne $\vec{\boldsymbol{a}}\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix}$.*

4°/ *Montrer que l'accélération peut se mettre sous la forme $\vec{\boldsymbol{a}} = -\boldsymbol{\alpha}\overrightarrow{\boldsymbol{OM}}$. $\boldsymbol{\alpha}$ est une constante à déterminer*



L. Laïssaoui