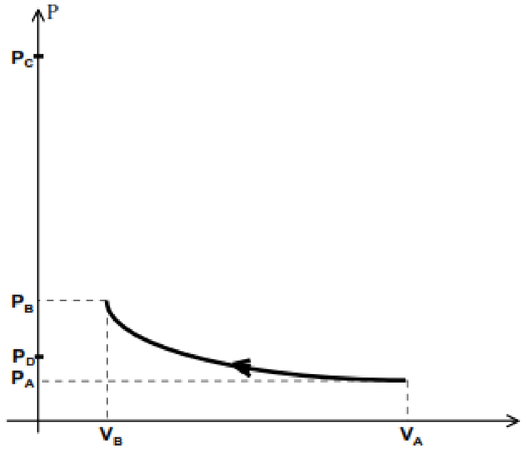
EXERCICES

EXRCICE 1 : Cycle de Beau de Rochas

Le fonctionnement du moteur à explosion peut -être modélisé par le cycle théorique de Beau de Rochas. Ce cycle représenté dans un diagramme de Clapeyron, peut se décomposer en quatre temps :

- Premier temps, est une compression adiabatique réversible AB du mélange combustible avec un rapport volumique $a=V_A/V_B$
- Le deuxième temps est une compression isochore BC, résultant de la combustion du mélange
- Le troisième temps est une détente adiabatique réversible selon CD. En D, le piston est au point mort bas : $V_D=V_A$
- Le quatrième temps est un refroidissement isochore DA.

La quantité de carburant injecté étant peu importante par rapport à celle de l'air aspiré, on la négligera devant cette dernière. Le cycle est étudié pour une mole d'air assimilé à un gaz parfait.



Données :

$R=8.32$ J.mol^{-1}. K^{-1}; $\gamma=1,4$; $C_p=29$ J.mol^{-1}. K^{-1} ; a=7

$P_A=10^5$ Pa ; $T_A= 300$K ;

$P_C= 10^5$ Pa ; $T_C= 2650$K ;

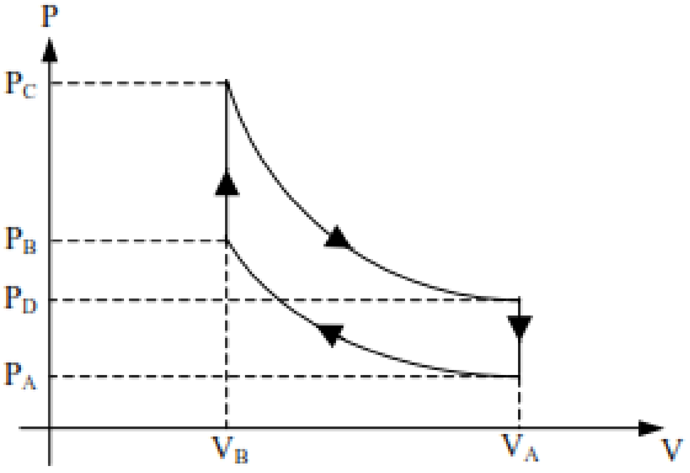
$P_D= 4,08.10^5$ Pa ; $T_D = 1210$ K

Questions

1. Compléter l'allure du cycle.
2. Déterminer la valeur des volumes V_A et V_B aux points A et B.
3. Calculer la pression P_B et la température T_B au point B.
4. Exprimer, en fonction des températures aux extrémités du cycle, les quantités de chaleur algébriques Q_{AB} , Q_{BC}, Q_{CD}, Q_{DA} échangées avec le milieu extérieur au cours de chacune des quatre phases. Calculer leurs valeurs numériques. En déduire par application du Premier Principe, la valeur algébrique W du travail fourni à l'air au cours du cycle.
5. Calculez le rendement du cycle.

CORRECTION

1.



2.

$P_A.V_A = R.T_A$ pour une mole, d'où $\boxed{V_A = R.T_A / P_A} \approx 8{,}32 \times 300 / 1.10^5 \approx 25$ L
$\boxed{V_B = V_A/a} = 3{,}5$ L

3.

AB est adiabatique, d'où $P_A.V_A^\gamma = P_B.V_B^\gamma \Rightarrow \boxed{P_B = P_A.(V_A/V_B)^\gamma} \approx 1.10^5 \times 7^{1,4} \approx 15.10^5$ Pa
$P_B.V_B = R.T_B \Rightarrow \boxed{T_B = P_B.V_B / R} \approx 15.10^5 \times 3{,}5.10^{-3} / 8{,}32 \approx 653$ K

4.

$\boxed{Q_{AB} = 0}$ et $\boxed{Q_{CD} = 0}$ car AB et CD sont adiabatiques.
$Q_{BC} = Cv.(T_C - T_B)$ et $Q_{DA} = Cv(T_A - T_D)$ car ces transformations sont isochores. On a de plus $Cv = Cp/\gamma$ d'où
$\boxed{Q_{BC} = Cp/\gamma \times (T_C - T_B)}$ et $\boxed{Q_{DA} = Cp/\gamma \times (T_A - T_D)}$
on trouve $Q_{BC} = 29/1{,}4 \times (2650 - 653) \approx 41$ kJ et $Q_{DA} \approx 29/1{,}4 \times (300 - 1210) \approx -19$ kJ

1[er] principe $\Rightarrow W + Q = 0$ sur un cycle $\Leftrightarrow W = -Q \Leftrightarrow \boxed{W = -(Q_{BC} + Q_{DA})} \approx -(41.10^3 - 19.10^3) \approx -22$ kJ
signe - $\Rightarrow$ le cycle est bien moteur.

5.

$$\eta = -\frac{-22.10^3}{41.10^3} \approx 0{,}54$$

EXERCICE2 : Cycle Diesel

MOTEURS THERMIQUES

L'étude porte sur un moteur thermique (type Diesel). La conversion d'énergie est assuré e par de l'air qui décrit le cycle représenté en figure 2 sur l'annexe, en coordonnées de Clapeyron P(V). Chaque transformation est considérée comme réversible. Les trajets 1-2 et 3-4, sont adiabatiques.

État 1 : $P_1 = 1$ Bar $= 10^5$ Pa

$T_1 = 300$ K

État 2 : $\frac{V_1}{V_2} = 14$

État 3 : T3 = 1340 K

État 4 : $T_4 = 556$ K

Les calculs porteront sur une mole d'air.

Il est rappelé que $R = 8{,}31$ J.mol^{-1}.K^{-1}, et que, pour l'air, $\gamma = Cp/Cv = 1{,}4$. On donne en outre : $C_v = 20{,}8$ J.mol^{-1}.K^{-1} .

1) Montrer que $T_2 = 862$ K. On rappelle que pour une transformation adiabatique :

$$P.V^{\gamma} = Cte$$
$$T.V^{\gamma-1} = Cte.$$

2) Pourquoi T_3 est-elle la température la plus élevée sur le cycle ?

3) Déterminer la quantité de chaleur échangée par une mole d'air au cours de chaque transformatio n :

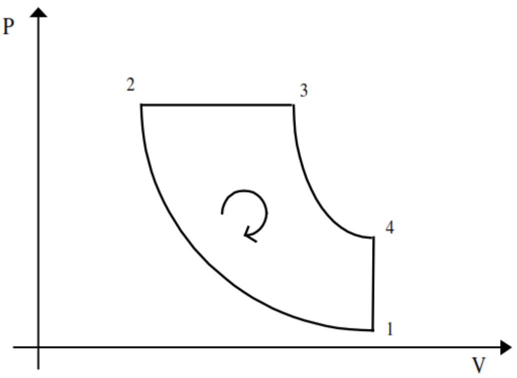
a) sur le trajet 1-2.
b) sur le trajet 2-3.
c) sur le trajet 3-4.
d) sur le trajet 4-1.

4) Quelle est la variation de l'énergie interne de l'air qui décrit un cycle ?
Enoncer le premier principe de la thermodynamique pour un cycle et en déduire la val eur algébrique W du travail reçu par une mole d'air au cours d'un cycle.

5) Déterminer le rendement théorique du moteur.

6) Le rendement réel n'est que de 0,45. Le fuel utilisé dégage 45×10^3 kJ par litre lors de la combustion. Sachant que ce moteur consomme 1 litre de fuel par heure, calculer le travail mécanique qu'il fournit en une heure et sa puissance mécanique.

figure 2



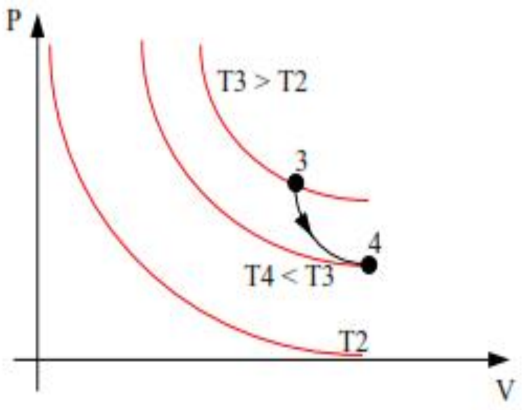
CORRECTION

1.

1-2 est adiabatique $\Rightarrow T_1.V_1^{\gamma-1} = T_2.V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{T_2 = T_1.\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} \approx 300 \times 14^{1,4-1} \approx 862$ K

2.

T3 est la température la plus élevée car les isothermes sont toutes des hyperboles placées les unes au dessus des autres quand T augmente :



On a vu que T2 > T1. On a aussi T3 > T2 puisque les états 2 et 3 correspondent à la même pression. On sait de plus que la transformation 3-4 est adiabatique, donc de pente plus élevée qu'une isotherme : T4 est donc forcément sur une isotherme située en dessous de l'isotherme T3 : d'où T3 > T4

3.

$\boxed{Q_{12} = 0}$ car 1-2 est adiabatique
$Q_{23} = n.Cp.(T_3-T_2)$ car 2-3 est isobare $\Rightarrow$ pour n = 1 mole on a $\boxed{Q_{23} = \gamma.Cv.(T_3 - T_2)} \approx 1,4 \times 20,8 \times (1340 - 862) \approx$ 14 kJ
$\boxed{Q_{34} = 0}$ car 3-4 est adiabatique
$\boxed{Q_{41} = Cv.(T_1 - T_4)}$ car 4-1 est isochore $\Rightarrow Q_{41} \approx 20,8 \times (300 - 556) \approx -5$ kJ

4.

$\boxed{\Delta Ucycle = 0}$ pour tout cycle
1er principe : $\boxed{W + Q = \Delta Ucycle = 0}$
$W = -Q \Leftrightarrow \boxed{W = -(Q_{23} + Q_{41})} \approx -(14.10^3 - 5.10^3) \approx -8,6$ kJ : le travail est négatif, preuve qu'il s'agit bien d'un cycle moteur !

5.

$$\eta \triangleq \left|\frac{\text{travail fourni}}{\text{chaleur absorbée}}\right| \Leftrightarrow \boxed{\eta = \left|\frac{W}{Q_{23}}\right|} \approx 8{,}6.10^3/14.10^3 \approx 0{,}62$$

6.

En une heure le moteur consomme 1 L $\Rightarrow$ il y a un dégagement de chaleur $Q_{23} = 1 \times 45.10^3$ kJ par heure. Comme le rendement est de $\eta \approx 0{,}45$ le travail fourni par heure est de $\boxed{W = \eta \times Q_{23}} = 0{,}45 \times 45.10^3 \approx 20.10^3$ kJ.
Sa puissance est alors $\boxed{P = W/\Delta t} = 20.10^6 /3600 \approx 5625$ W (soit environ 7 chevaux).

EXERCICE 3 : Cycle de Beau de Rochas

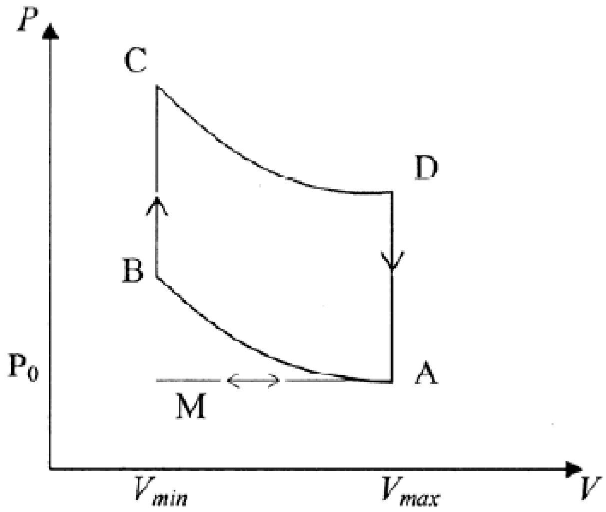
On considère un moteur à combustion interne à allumage par bougies. Le cycle thermodynamique décrit par le fluide est le cycle Beau de Rochas. On en donne la représentation dans un diagramme (voir figure ci-dessous) où l'on porte en ordonnée la pression P du fluide et en abscisse le volume V du gaz contenu dans la chambre cylindrique.

Les différentes étapes du cycle sont les suivantes :

- M-A : admission du mélange gazeux air-essence à la pression constante P_0.

En A, il y a fermeture de la soupape d'admission et le volume V est alors égal à Vmax.

- A-B : compression, adiabatique réversible, du mélange. Dans l'état B, le volume est égal à Vmin.
- B-C : Echauffement isochore du gaz.
- C-D Détente adiabatique réversible du gaz.
- D-A : Refroidissement isochore du gaz.
- A-M : Refoulement des gaz vers l'extérieur, à la pression P0.



On convient de nommer "taux de compression", le rapport $\boldsymbol{\tau}$ =Vmax/Vmin ; ici $\boldsymbol{\tau}$= 10.

Le système envisagé est le gaz qui décrit le cycle ABCD. La quantité de gaz n (en mol) considérée est considérée constante pendant tout le cycle, on donne $\boldsymbol{\gamma}$ = 1,33.

1. Soit Q_1 la quantité de chaleur échangée dans l'étape B−C. Exprimer Q_1 en fonction de n, C_V, T_B et T_C. Préciser le signe de cette grandeur. Cv (capacité thermique molaire à volume constant).

2. Soit Q_2 la quantité de chaleur échangée dans l'étape D−A. Exprimer Q_2 en fonction de n, C_V, T_A et T_D. Préciser le signe de Q_2.

3. On note W le travail total échangé au cours du cycle ABCD.
 Exprimer W en fonction de Q_1 et Q_2.

4. Définir l'efficacité η du moteur. Exprimer η en fonction de Q_1 et Q_2.

5. À l'aide des relations relatives aux transformations adiabatiques, exprimer $\boldsymbol{\eta}$ en fonction de T_A, T_B, T_C et T_D, puis montrer que l'efficacité peut se mettre sous la forme : $\boldsymbol{\eta} = 1 - \boldsymbol{\tau}^{1-\gamma}$, $\boldsymbol{\tau}$ étant le taux de compression. Calculer $\boldsymbol{\eta}$.

6. La cylindrée Vt du moteur est égale à 2,0 litres. $V_t = V_{max} - V_{min}$. Le mélange air–essence est admis à une température $T_A = 320$ K et sous la pression $P_A = 100$ kPa. La proportion de carburant dans le mélange est de 1 pour 60 (en moles).
Calculer les valeurs de V_{max} et V_{min}.

7. Calculer la quantité de gaz n'(en mol) de carburant consommée par cycle.
On prendra $R = 8{,}31\ J.K^{-1}.mol^{-1}$.

8. Calculer Q_1 et Q_2

Correction

1. <u>Etape BC</u> : transformation isochore

$dQ_1 = nC_V\ dT$ $\qquad Q_1 = n.C_V\ (T_C - T_B)$.

n reste constant alors $P_B / T_B = P_C / T_C$.

$P_C > P_B$ entraîne $T_C > T_B$ donc Q_1 positive, chaleur reçue par le gaz.

2. ***<u>Etape DA</u> : transformation isochore***

$Q_2 = n.C_V(T_A - T_D)$. Avec $T_A < T_D$ donc $Q_2 < 0$.

3. Au cours d'un cycle l'énergie interne ne varie pas alors $\Delta U = Q_1 + Q_2 + W = 0$

D'où $W = -(Q_1 + Q_2)$.

4.

Le rendement est le rapport entre l'énergie mécanique fournie et l'énergie thermique reçue.

$\eta = -W / Q_1 = (Q_1 + Q_2) / Q_1$.

5. $\eta = 1 + (T_A - T_D) / T_C - T_B)$.

D'après les transformations de Laplace pur des transformations isentropiques , on peut écrire :

$$T_A V_{max}^{\gamma-1} = T_B V_{min}^{\gamma-1} \Rightarrow T_B = T_A \left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)^{\gamma-1} = T_A \tau^{\gamma-1}$$

$$T_D V_{max}^{\gamma-1} = T_C V_{min}^{\gamma-1} \Rightarrow T_C = T_D \left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)^{\gamma-1} = T_D \tau^{\gamma-1}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{1}{\tau^{\gamma-1}} = 0{,}53}$$

$$\eta = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_D \tau^{\gamma-1} - T_A \tau^{\gamma-1}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{1}{\tau^{\gamma-1}} = 0{,}53$$

6. $C_y = V_{max} - V_{min} = V_{min} (\tau-1)$ d'où :

$V_{min} = C_y/(\tau-1) = 0{,}22$ L

$V_{max} = \tau C_y/(\tau-1) = 2{,}22$ L.

7.

On détermine la quantité de matière de gaz (mole) entrant dans le cylindre :

$n = P_A V_A / (RT_A) = 10^5 * 2{,}2\ 10^{-3} / (8{,}134*320) = 8{,}34\ 10^{-2}$ mol, or le mélange contient 1 mol de carburant pour 60 mol de mélange, d'où

$n' = n/60 = 1{,}39$ mmol.

8.

Quantité de chaleur $Q_1 = n'*4{,}2\ 10^6 = 5838$ J

$Q_1 = n.R (T_C - T_B) / (\tau-1)$ d'où : $T_C = T_B + Q_1 (\tau-1) / (nR)$ $T_C = T_A\ \tau^{\gamma-1} + Q_1 (\tau-1) / (nR)$

Application numérique : T_C=3 463 K. $P_C = nRT_C / V_{min} = 10{,}7\ 10^6$ Pa.

$Q_2 = n.C_V(T_A - T_D)$ $Q_2 = n.C_V(T_A - T_C/\tau^{\gamma-1})$ $Q_2 = n.R / (\gamma-1)[T_A - T_C/\tau^{\gamma-1}]$

Application numérique : $Q_2 = -2731$ J.

9. ***Travail fourni au cours d'un cycle*** :

$W = -(Q_1+Q_2) = -3107$ J.

Un cycle correspond à deux tours du vilebrequin soit 2000 tours/min.

Puissance du moteur : P= 3107*2000 / 60 = 103,6 kW.

EXERCICE4 : Cycle de Carnot

Dans un moteur à explosion, le fluide, de masse m = 2,9 g, assimilé à un gaz parfait de masse molaire M=29g, suit une évolution cyclique réversible ABCD. Les températures et les pressions aux points A et C sont respectivement : T_A = 290 K P_A = 1 bar T_C = 1450K P_C = 40 bars. En outre, le taux de compression av = V_A/V_C est égal à 8. γ = 1,4.

1. Calculer le nombre de moles.
2. Quelle équation relie la pression et le volume le long des courbes AB et CD ? Calculer les pressions, en bar, P_B et P_D en B et D respectivement, ainsi que les volumes en litre en ces points.
3. Représenter avec soin le cycle ABCD dans le diagramme de Clapeyron (P, V).
4. Calculer, en kJ, le travail et la chaleur reçus (algébriquement) par le gaz sur chaque portion du cycle.
5. Quelle est le rendement de ce cycle moteur.

Correction

1. N=m/M=0.1mol
2. $P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma}$ $\qquad P_B = 18.3792$

$P_C V_C^{\gamma} = P_D V_D^{\gamma}$ $\qquad P_D = 2.1764$

$V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = \frac{0.1*8.32*290}{100000}$ =0.0024 m^3 =2.4l

$V_B = V_C = \frac{nRT_C}{P_C} = \frac{0.1*8.32*1450}{4000000}$ =3.10^{-4} m^3 =0.3l

$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$ $\qquad$ TB=290* 8^0.4 =666 K

4. Q_{AB}= Q_{CD}=0

Q_{BC}= $C_p(T_C - T_B)$=1.0035*(1450-666)= 786.7kJ/kg

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \qquad T_D = T_C \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = 631K$$

Q_{DA} = $C_v(T_A - T_D)$ =0.7*(290-631)= -238.7kJ/kg

W= Q_{BC}- Q_{DA}= 786-238.7=$547.3kJ$

5. $=\frac{W}{QBC} = 0.69$

EXERCICE 5 : Cycle de Beau de Rochas

Un moteur à explosion fonctionne sur le cycle d'Otto ou de Beau de Rochas modélisé ici par :

- Admission d'un volume V_1 du mélange air-essence, à $P_1=P_0$ et $T_1=350K$.
- Compression isentropique jusqu'à l'état (P_2,T_2,V_2)
- Explosion du mélange qui se retrouve dans l'état P_2' , T_2' , $V_2' = V_2$
- Détente isentropique jusqu'à l'état (P_3 , T_3 , $V_3=V_1$)
- Ouverture de la soupape d'échappement, le mélange revient à l'état 1 avant d'être rejeté dans l'atmosphère. Le gaz subit d'abord une détente isentropique avant d'être relâché dans l'atmosphère.

On suppose aussi que le mélange est un gaz parfait avec γ=1.35

On donne :

V_2-V_1= 1124 cm^3

$$\alpha = \frac{V_1}{V_2} = 9.4$$

Masse volumique de l'essence μ=720 kg/m^3

Pouvoir thermique de l'essence K=48kJ/g

Consommation au 100 km c=5.9 l à V=120 km.h^{-1} (N=5600tr/mn)

1. Tracer le cycle sur un diagramme de Clayperon (P,V)
2. Pourquoi parle-t-on de moteur quatre temps.
3. Calculer V_1 et V_2
4. Exprimer le rendement du moteur ηen fonction de T_1 , T_2, T_2' et T_3 puis en fonction de α et γ
5. Calculer toutes les transformations et les pressions en étudiant chacune des transformations.
6. Calculer le rendement du moteur, le rendement de Carnot, Commenter.

Réponses :

3. V_1= 1258 cm^3 ; V_2 =134 cm^3
4. $\eta = 1 + \frac{T_1 - T_3}{T_2' - T_2} = 1 - \alpha^{1-\gamma}$=0.54
5. $T_2 = T_1\, \alpha^{\gamma-1} = 767K$; $P_2 = P_1\, \alpha^{\gamma} = 20.6b$; $P_2' = 58.7\ b$; $T_3 = 977K$; $P_3 = 2.85b$

6. $\eta = 0.54 \qquad \eta_{carnot} = 0.$

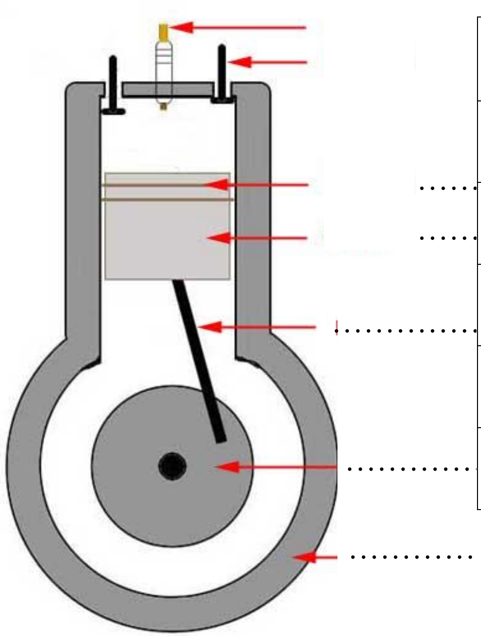
EXAMEN

I - QUESTIONS DE COURS

1- Complétez les phrases suivantes

- Les moteurs thermiques transforment de ………….. en …………….
- Dans un moteur à combustion interne ………………………….. dégagée par ………………… est transformée en …………………directement à …………… du moteur
- Les moteurs sont classés en deux catégories suivant la technique d'inflammation du mélange carburant-air :
  - Les moteurs à allumage commandé (……………et utilise ……….. comme carburant)
  - Les moteurs à allumage par compression (…………et utilise ……… comme carburant)

2- Remplissez le schéma et le tableau suivants :



Temps	Déplacements		Soupapes	
	Piston	Vilebrequin	Admission	Echappement
Admission				
Compression				
Détente				
Echappement				

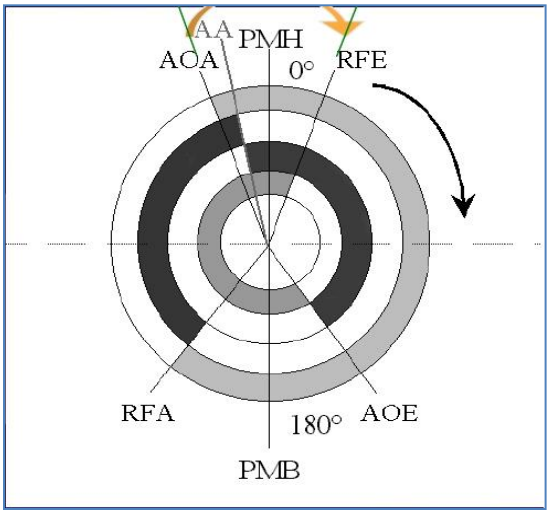
3- Donnez la signification des termes suivants :

AOA : ....
....
....

RFA : ....
....
....

AOE : ....
....
....

RFE : ....
....
....



II - EXERCICE 1 : Cycle OTTO

On considère un moteur à essence fonctionnant selon le cycle d'Otto réversible suivant :

- Compression adiabatique : passage de l'état 1 à l'état 2,
- Combustion à volume constant : passage de l'état 2 à l'état 3, ($P_3 > P_2$)
- Détente adiabatique : passage de l'état 3 à l'état 4
- Transformation à volume constant : passage de l'état 4, à l'état 1

Le mélange des gaz décrivant le cycle est considéré comme un gaz parfait.

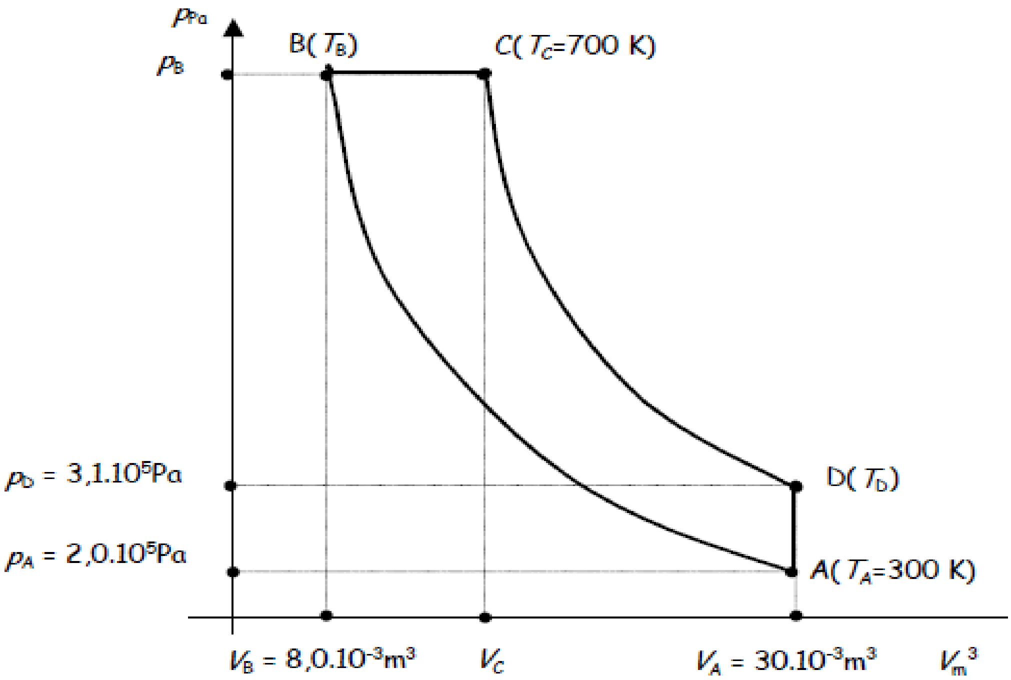
On donne : R= 8,32 J.mol^{-1}· K^{-1}, C_v = 20,7 J·mol^{-1}·K^{-1}, P_1 =1,0×10^5 Pa,
V_1 = 2,0×10^{-3} m^3, T_1 = 300 K

1. Représentez le cycle dans le diagramme de Clapeyron (P, V)
2. Calculer le nombre de moles de gaz décrivant le cycle.
3. On donne V_2 =0,25×10^{-3} m^3, calculez le rapport volumétrique du moteur a.
4. Calculer les températures T_2 et T_3 sachant que $T_3 - T_2$ = 2,0×10^3 K.
5. Calculer la température T_4 en fin de détente adiabatique.
6. Quelle est la quantité de chaleur reçue par le gaz au cours de chacune des 4 transformations du cycle ? Q_{12}, Q_{23}, Q_{34} et Q_{41}
7. Calculer la quantité de chaleur Q_{cycle}, reçue par le gaz au cours du cycle complet.
8. En déduire le travail W_{cycle} reçu par le gaz au cours du cycle complet.
9. Calculer le rendement du cycle.

III - EXERCICE 2 : Cycle Diesel

Un moteur à air chaud (gaz supposé parfait) fonctionne suivant le cycle de Diesel (2 adiabatiques, une isobare et une isochore).

On considère 2,4 moles de ce gaz qui décrivent le cycle suivant (n=2.4 moles)



1. Indiquer la nature des transformations AB ; BC ; CD ; DA.

2. Calculer les pression, volume et température en chacun des points B, C, D du cycle.

3. Calculer le travail total échangé par le gaz au cours du cycle.

4. Calculer la quantité de chaleur Q_{BC}.

5. Calculer le rendement du cycle.

Données :

R = 8,32 J·mol^{-1}·K^{-1} ; Cp = 29,1 J·mol^{-1}·K^{-1} ; Cv = 20,8 J·mol^{-1}·K^{-1}.