

Série n⁰1

Exercice 1:

Etudier les séries suivantes:

$$1) \sum_{n \geq 1} \frac{1}{2n^4}$$

$$2) \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2 + 2n}$$

$$3) \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n(n+1)}$$

$$4) \sum_{n \geq 1} \frac{\ln \sqrt{n}}{3^n \sqrt{n}}$$

$$5) \sum_{n \geq 1} \frac{n+3}{n^2+4}$$

$$6) \sum_{n \geq 1} \frac{n^{\ln n}}{(\ln n)^n}$$

$$7) \sum_{n \geq 1} \frac{n!}{n^n}$$

$$8) \sum_{n \geq 1} \left(\frac{5n+1}{2n+2} \right)^n$$

$$9) \sum_{n \geq 1} \sin \frac{1}{n}$$

$$10) \sum_{n \geq 1} \frac{n^4}{2^n}$$

Exercice 2:

Etudier la convergence absolue et la semi convergence des séries suivantes:

$$1. \sum_{n \geq 1} \frac{\cos n^2}{n^2}$$

$$2. \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n}{9n^{\frac{2}{3}}}$$

Exercice 3:

Etudier la convergence uniforme des suites suivantes:

$$1. f_n(x) = x^n(1-x), x \in [0, 1]$$

$$2. f_n(x) = nx^2 e^{-nx}, x \in \mathbb{R}_+$$

$$3. f_n(x) = \frac{1}{(1+x^2)^n}, x \in \mathbb{R}$$

Exercice 4:

Trouver les rayons de convergence des séries entières suivantes ainsi que leurs domaines de convergence

$$1. \sum_{n \geq 1} \frac{(2n)!z^n}{(n!)^2}$$

$$2. \sum_{n \geq 1} \frac{z^n}{n^3}$$

$$3. \sum_{n \geq 1} (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} (n-1)^n 2^n z^n$$

$$4. \sum_{x \geq 0} e^{-x}$$