



Université de Msila

Département de Mathématiques
et d'Informatique

Série N: 07

(Fonctions usuelles)

1^{ier} Anné L.M.D.(M.I)

Module: Analyse 01
A. U: 2020/2021

Exercice 1

Donner le domaine de définition des fonctions suivantes

1 $\arcsin\left(\frac{x+1}{2}\right)$

3 $\arctan\left(\frac{x-1}{x+2}\right)$

2 $\arccos\left(\frac{1-x}{x}\right)$

4 $\operatorname{argsh}(\sqrt{x^2 - x})$.

Exercice 2

Vérifier les formules suivantes

1 $\arctan(1) + \arctan(2) + \arctan(3) = \pi$. 2 $\arcsin\left(\frac{4}{5}\right) = 2\arctan\left(\frac{1}{2}\right)$.

Exercice 3

Soient $(a, x) \in \mathbb{R}^2$ tels que $ax \neq 1$. Montrer que

$$\arctana + \arctanx = \arctan\left(\frac{a+x}{1-ax}\right) + \varepsilon\pi, \quad \varepsilon \in \{-1, 0, 1\}.$$

Exercice 4

Simplifier les expressions suivantes

1 $\cos(2 \arccos x)$,

2 $\cos(2 \arcsin x)$,

3 $\cos(2 \operatorname{arctg} x)$.

Exercice 5

Simplifier pour $x \in]-1, 1[$, $\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$.

Exercice 6

Soit f la fonction définie par $f(x) = \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$

1 Déterminer son ensemble de définition et étudier sa parité.

2 Calculer sa dérivée là où elle est dérivable. f est elle constante sur \mathbb{R} ? La déterminer.

Exercice 7

Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$

- 1 Déterminer son ensemble de définition.
- 2 Montrer que la restriction de f à $]1, +\infty[$ admet une fonction réciproque f^{-1} .
- 3 Exprimer f^{-1} en fonction de x .

Exercice 8

Résoudre l'équation $\arctan(2x) + \arctan(3x) = \frac{\pi}{4}$.

Exercice 9

Démontrer les formules suivantes:

- 1 $\forall x \in \mathbb{R} : \operatorname{argsh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.
- 2 $\forall x \geq 1 : \operatorname{argch} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$.
- 3 $\forall x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[: \operatorname{argcoth}' x = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$.

★ Bonne chance ★