Université de M'sila		Faculté des Mathématiques et d'Informatique
Socle commun: 2021/2022	**Série N:** 02 **(Les Suites Numériques)**	Module: Analyse 1

Remarque 1

l'exercice noté par $(\star)$ ou supplémentaire ne sera pas corrigé dans le sience de **TD**

Exercice 1 ☆

Soient les suites (u_n) et (v_n) définies par: $u_0 = 2, \quad u_{n+1} = 4u_n + 3,$ et $v_n = u_n + 1$.

1. Calculer les termes u_1, u_2, v_0, v_1 et v_2.
2. Montrer que la suite (v_n) est géométrique, et calculer sa raison q.
3. Écrire v_n en fonction de n. Déduire la nature de (v_n).
4. Donner le terme général de (u_n). Puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 2 ☆

En utilisant la définition de la limite montrer que

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} (4 + \frac{1}{n+2}) = 4,$
2. $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{2n+1} = +\infty.$ $(\star)$

Exercice 3 ☆

Calculer les limites suivantes

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} [(-1)^n + \frac{2}{n+1}]$
2. $\lim\limits_{n\to+\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$
3. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1+2+...+n}{n+2} - \frac{n}{2}$
4. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha^n + \beta^n}$ $(\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*)$. $(\star)$

Exercice 4 ☆☆

Soit la suite de terme générale $u_n = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + ... + \frac{1}{n(n+1)}$.

1. Montrer qu'il existe deux réels a, b tels que $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$.
2. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 5 ☆☆

On considère la suite (u_n), définie par $\begin{cases} u_0 = 0, \\ \forall n \in \mathbb{N} : \ u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+4}. \end{cases}$

1 Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : \ 0 \leq u_n \leq 1$.

2 Étudier la monotonie de (u_n).

3 Conclure.

Exercice 6

Soient les suites $(u_n)_{n\geq 1}$ et $(v_n)_{n\geq 1}$ définies par

$$u_1 = 4, \ v_1 = 1, \ u_{n+1} = \frac{1}{3}(2u_n + v_n), \ \text{et } v_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 2v_n).$$

1 Montrer que pour tout $n \geq 1$, on a $u_{n+1} - v_{n+1} = \frac{1}{3^{n-1}}$.

2 En déduire que les suites $(u_n)_{n\geq 1}$ et $(v_n)_{n\geq 1}$ sont adjacentes.