تجنّب الشطب و استعمال المصحّح كثيرا.

التمرين الأول: (6 نقط)

لتكن A مجموعة معرفة كمايلي $A = \left\{4 - \frac{3}{2\sqrt{n}+1} : n \in \mathbb{N}\right\}$.

1 بين أنه $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 \leq 4 - \frac{3}{2\sqrt{n}+1} < 4$. ثم إستنتج محدودية A.

2 بين أن المتتالية (u_n) ذات الحد العام $u_n = 4 - \frac{3}{2\sqrt{n}+1}$ متزايدة تماما وأحسب نهايتها.

3 إستنتج $\sup(A)$. هل تملك A أكبر عنصر $(\max(A))$؟

4 حدد $\inf(A)$. هل تملك A أصغر عنصر $(\min(A))$؟

5 بإستعمال الخاصية المميزة للحد الأعلى sup, برهن أن $\sup(A) = 4$.

التمرين الثاني: (7 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n}$.

1 بين أن المتتالية (u_n) محدودة من الاسفل بالعدد 1.

2 بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

3 ليكن $a \in \mathbb{R}^*$ و المتتالية (v_n) المعرفة بما يلي : $\forall n \in \mathbb{N} : \quad v_n = \frac{a}{u_n - 1}$.

(ا) بين أن المتتالية (v_n) حسابية ثم أحسب v_n بدلالة a و n.

(ب) احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (7 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \frac{2x}{|x|+1}$

1 برهن أن الدالة f محدودة على $\mathbb{R}$. (إرشاد: إستعمل المتباينة: لكل $x \in \mathbb{R}$ لدينا $-|x| \leq x \leq |x|$)

2 برهن أن f دالة فردية.

3 أدرس إشتقاقية f عند 0. ثم إستنتج أنها قابلة للاستقاق على $\mathbb{R}$ وأحسب f' .

4 إستنتج أن f تعرف تقابل بين $\mathbb{R}$ و $]-2,2[$. عين f^{-1} بدلالة x.