

Première série d'exercices (chap 1)

Exo 1:

Lors de l'essai de traction d'un matériau, on a observé que la limite conventionnelle $R_{e0.2}$ correspondait à une déformation relative totale $\epsilon_t = 0.337 \%$.

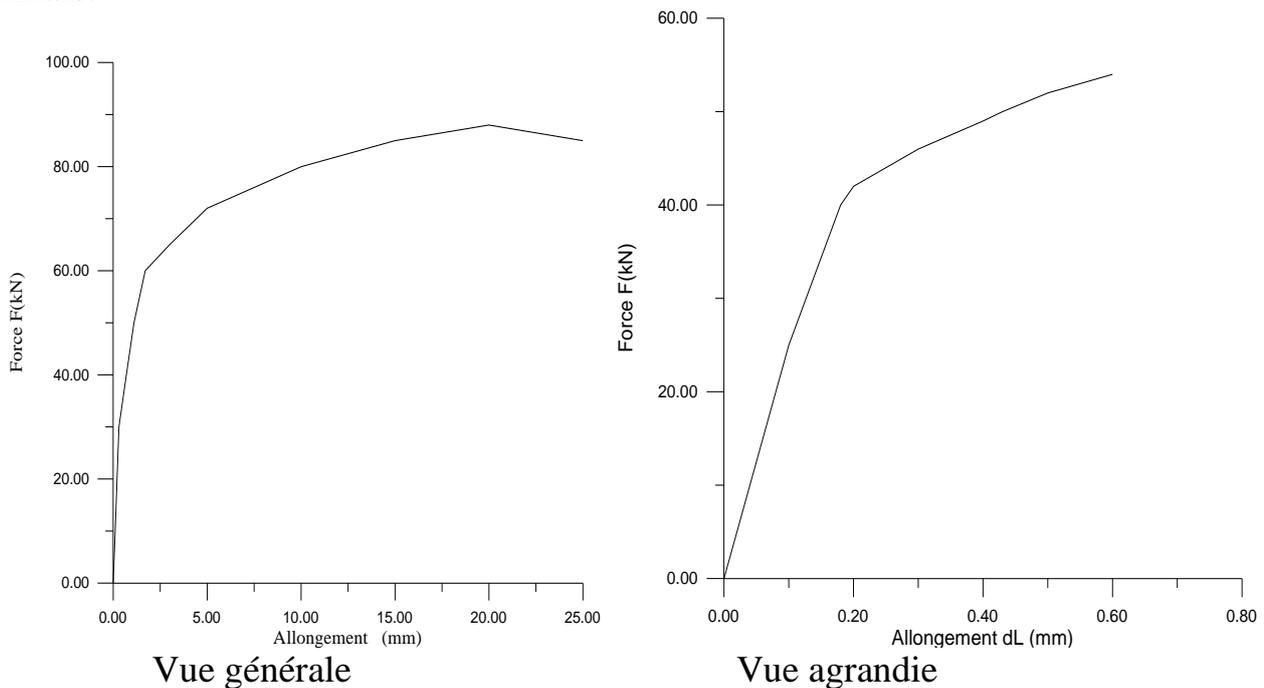
- 1) Déterminer le module de Young de ce matériau sachant que $R_{e0.2} = 280 \text{ MPa}$
- 2) Calculer l'énergie élastique W_e sous une contrainte de 350 MPa

Exo 2:

On réalise un essai de traction sur une éprouvette d'acier de dimensions: $L_0 = 100 \text{ mm}$ et $D = 12 \text{ mm}$. Les vues générale et agrandie de la courbe de traction sont données ci-dessous.

On demande de déterminer, pour cet acier:

- a) la valeur du module d'Young E (en GPa)
- b) la limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0.2}$ (en MPa)
- c) la résistance à la traction R_m (en MPa)
- d) la déformation permanente A (en %) après rupture
- e) l'énergie élastique w_{el} (en J) emmagasinée dans l'éprouvette juste avant sa rupture finale.

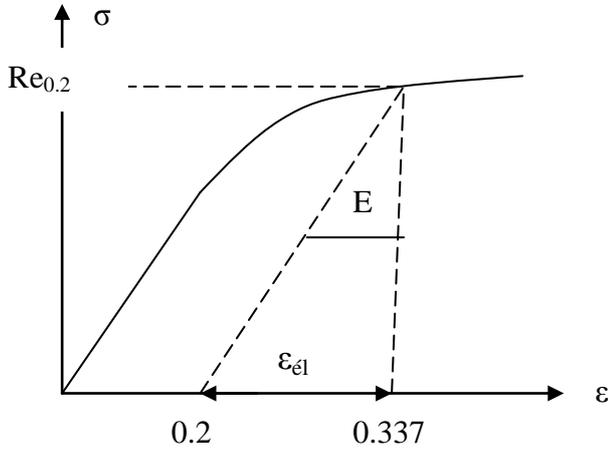


Solutions

Les solutions reposent essentiellement sur les 2 remarques du paragraphe II.1

Exo 1:

a) La courbe de traction est représentée schématiquement ci-contre.



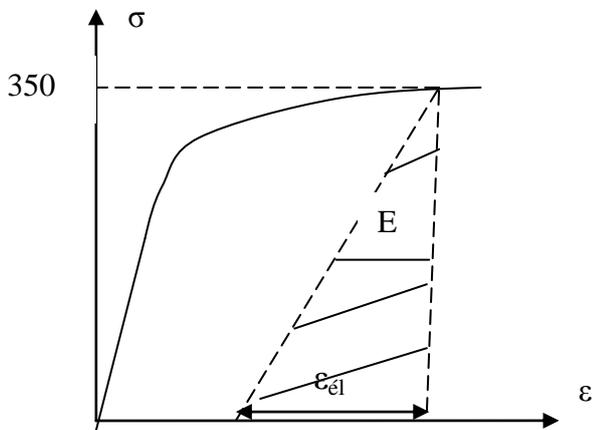
A la limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$, la déformation totale ε_t est égale à 0,337 % et la déformation élastique ε_{el} est égale à :

$$\varepsilon_{el} = (\varepsilon_t - 0,2)\% = 0,137 \%$$

Le module d'Young est donc égal à :

$$E = R_{e0,2} / \varepsilon_{el} = 280 / 0,137\% = 204,7 \text{ GPa}$$

b) Énergie élastique W_{el} sous une contrainte de 350 MPa.



L'énergie élastique W_{el} emmagasinée par unité de volume est égale à l'aire du triangle élastique représenté ci-dessus (zone hachurée).

$$W_{el} = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon_{el} = \frac{\sigma^2}{2E} = (350 \times 10^6)^2 / (2 \times 204,7 \times 10^9) \text{ J/m}^3$$

$$W_{el} = 299,2 \text{ kJ/m}^3$$

Exo 2:

a) $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F}{S_0} \cdot \frac{L_0}{\Delta L}$, S_0 et L_0 : section et longueur initiales

En prenant les coordonnées ΔL et F d'un des points de la droite élastique, on obtient:
 $E = 208 \text{ GPa}$

b) La limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$ correspond à la force $F_{e0,2}$ (= 50 kN) définie par l'intersection de la courbe de traction et de la parallèle à la droite élastique passant par un allongement permanent de 0,2 mm car $L_0 = 100 \text{ mm}$.

$$R_{e0,2} = F_{e0,2}/S_0 = 442 \text{ MPa}$$

c) La résistance à la traction R_m correspond à F_{\max} (= 88 kN) au maximum de la courbe de traction.

La résistance à la traction R_m est égale à $F_m/S_0 = 778 \text{ MPa}$

d) Allongement permanent après rupture $A = A_f - A_{\text{él}}$, A_f est l'allongement total à l'instant de la rupture et $A_{\text{él}}$ est le retour élastique se produisant à la rupture

$$A_f = 100(\Delta L_f/L_0) \quad A_{\text{él}} = 100(\sigma_f/E) = 100[F_f/(S_0E)]$$

où ΔL_f (= 24 mm) et F_f (= 85 kN) sont les coordonnées du dernier point de la courbe de traction

Avec les valeurs numériques trouvées, on obtient:

$$A_f = 24 \% \quad A_{\text{él}} = 0,36 \% \quad A = 23,64 \% \quad \text{et} \quad A = 23,6 \%$$

f) L'énergie élastique $W_{\text{él}}$, par unité de volume de matériau, est égale à $W_{\text{él}} = \frac{1}{2}\sigma_f \cdot A_{\text{él}}$

$$W_{\text{él}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_f}{S_0} \cdot \frac{F_f}{S_0 \cdot E} = \frac{1}{2E} \cdot \left(\frac{F_f}{S_0} \right)^2$$

L'énergie élastique totale emmagasinée dans l'éprouvette (de volume $V_0 = S_0L_0$) à

l'instant de la rupture est égale à: $W_{\text{él}tot} = W_{\text{él}} \cdot V_0 = \frac{1}{2E} \cdot \frac{F_f^2 \cdot L_0}{S_0} = 15,4 \text{ J}$