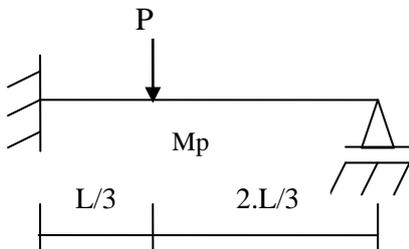


Deuxième série: Calcul à la limite (charge ultime de ruine)

Exo 1:

Déterminer la charge ultime de ruine du système suivant (poutre encastrée à une extrémité)

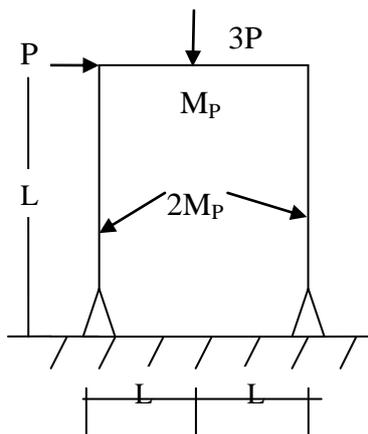
- 1) Par la méthode statique
- 2) Par la méthode cinématique



Exo 2:

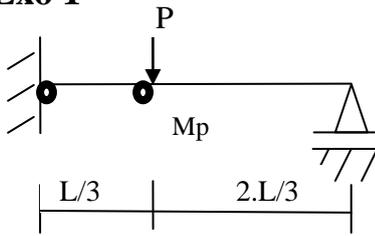
Déterminer la charge ultime de ruine du système suivant

- 1) Par la méthode statique
- 2) Par la méthode cinématique



Solutions

Exo 1



Degré d'hyperstaticité: $h = 1$

S.p.c.: $n = 2$

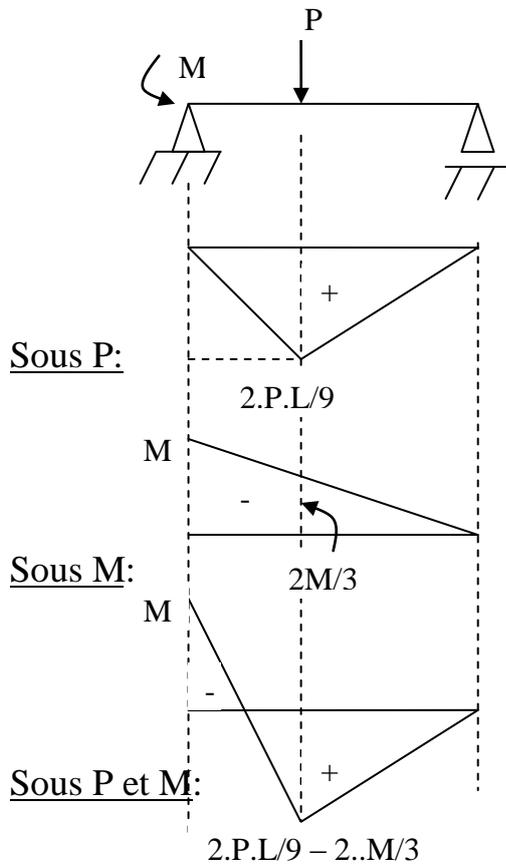
Mécanismes indépendants: $m = 1$

Mécanismes combinés: $m_c = 0$

Nombre total de mécanismes: $m_t = 1$ (mécanisme poutre)

Méthode statique:

Système isostatique + 1 inconnue hyperstatique



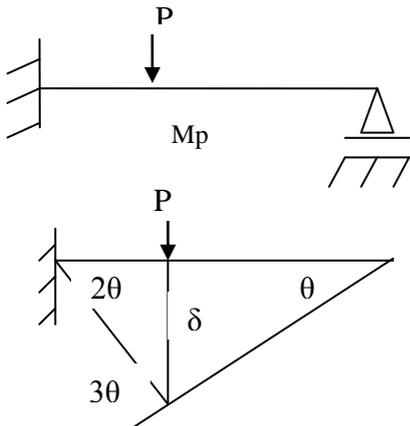
$$\begin{cases} M = \alpha.M_p \\ \frac{2}{9}.P.L - \frac{2}{3}.M = \beta.M_p \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{9}.P.L - \frac{2}{3}.\alpha.M_p = \beta.M_p,$$

Avec: $\alpha \leq 1$ et $\beta \leq 1$

En prenant $\alpha = 1 = \beta$, on a:

$$\frac{2}{9}.P_u.L - \frac{2}{3}.M_p = M_p, \text{ ce qui donne: } P_u = 7.5 \frac{M_p}{L}$$

Méthode cinématique:

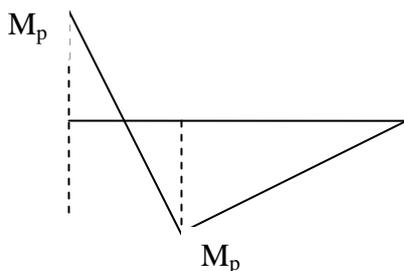


$$W_e = P \cdot \delta = P \cdot (2L/3) \cdot \theta$$

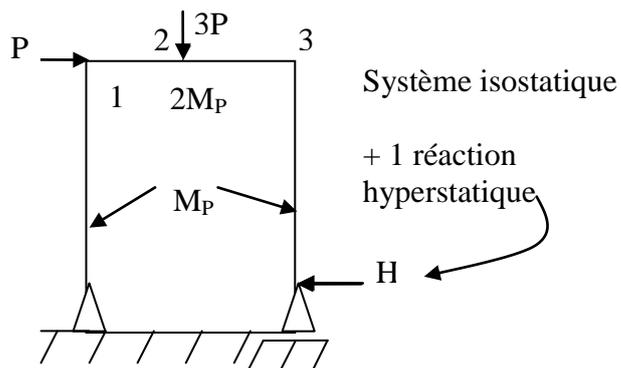
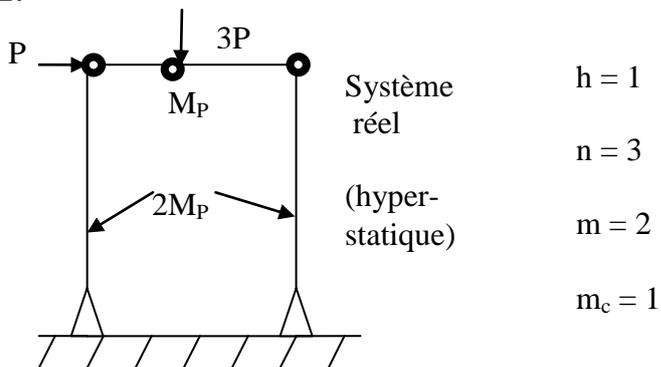
$$W_i = M_p \cdot 2\theta + M_p \cdot \theta = 3 \cdot M_p \cdot \theta$$

$$W_e = W_i \Rightarrow P_u = 3 M_p / L$$

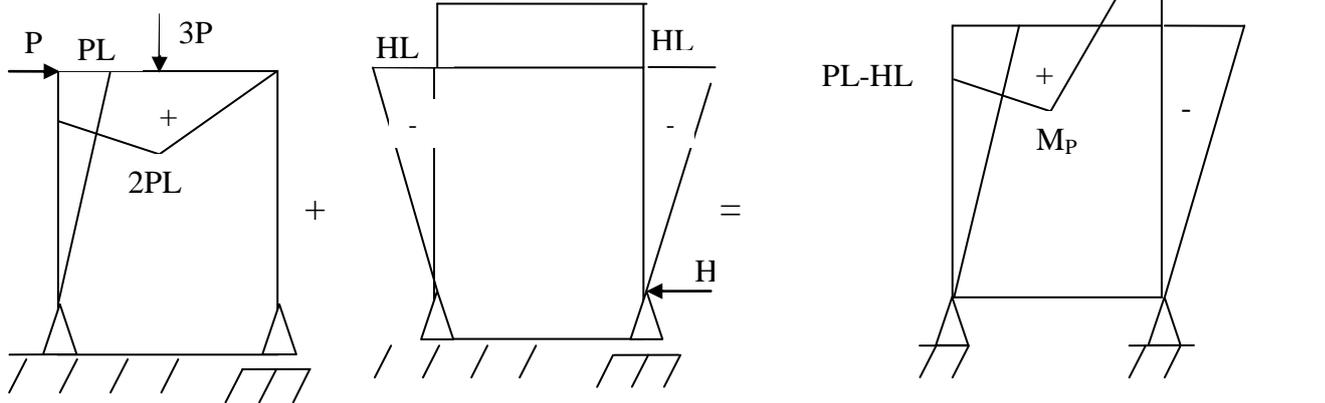
Vérification à la résistance (sous P_u):



Exo 2:



1) Résolution par la méthode statique:



Point 3: $HL = M_p$

Point 2: $2PL - HL = M_p$

$\rightarrow 2PL - M_p = M_p$

$\rightarrow PL = M_p$

$\Rightarrow P_2 = M_p / L$

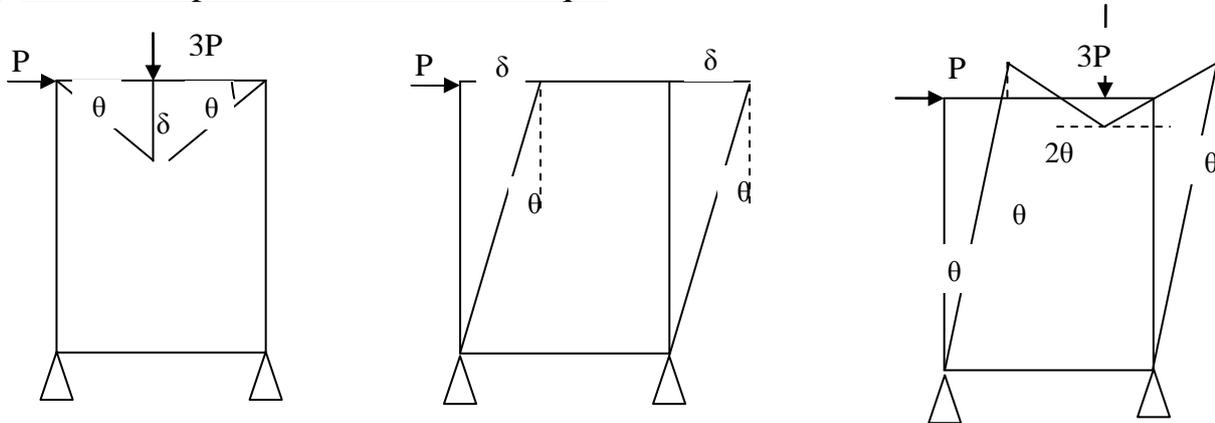
Point 1: $PL - HL = M_p$

$\rightarrow PL - M_p = M_p$

$\Rightarrow P_1 = 2 \cdot M_p / L$

$P_2 < P_1 \Rightarrow P_u = P_2 = M_p / L$

2) Résolution par la méthode cinématique:



Mécanisme M_1 (poutre)

$W_e = 3P\delta = 3PL \theta$

$W_i = M_p \cdot \theta + M_p \cdot 2\theta + M_p \cdot \theta$
 $= 4 M_p \cdot \theta$

$W_e = W_i \Rightarrow P_1 = 4/3 M_p / L$

Mécanisme M_2 (panneau)

$W_e = P\delta = PL \theta$

$W_i = M_p \cdot \theta + M_p \cdot \theta = 2 M_p \cdot \theta$

$W_e = W_i \Rightarrow P_2 = 2 M_p / L$

Mécanisme M_3 (combiné)

$W_e = P\delta + 3P\delta = 4PL \theta$

$W_i = M_p \cdot \theta + M_p \cdot 2\theta + M_p \cdot \theta$
 $= 4 M_p \cdot \theta$

$W_e = W_i \Rightarrow P_3 = M_p / L$

$P_2 > P_1 > P_3 \Rightarrow P_u = P_3 = 3/2 \cdot M_p / L$