République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed BOUDIAF - M'sila

1985

جامعة محمد بوضياف - المسيلة

Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Faculté de Technologie

Département de Génie Electrique

MODULE *: TP Traitement numérique du signal & TP Modélisation et identification des systèmes*

ANNEE D'ETUDE : *1er Année Master Robotique*

ENSEIGNANT : *Dr. HERIZI Abdelghafour*

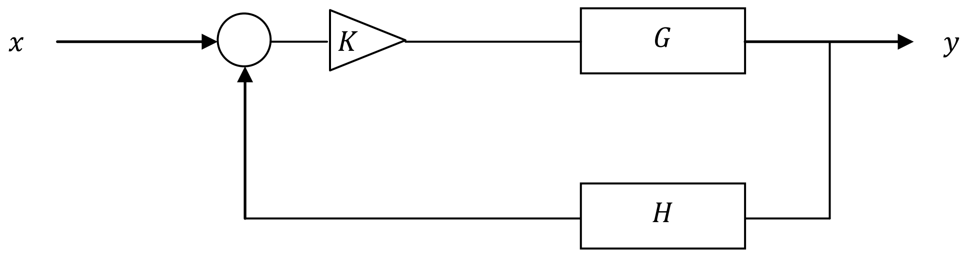
TP 1 : Etude et commande des systèmes numériques

I. Objectif du TP :

- Etude de la stabilité d'un système.
- Représentation d'état des systèmes discrets.
- Etudes de l'observabilité et de la contrôlabilité des systèmes discrets.
- Etude de la commande par retour d'état

II. Rappel :

Soit le système :

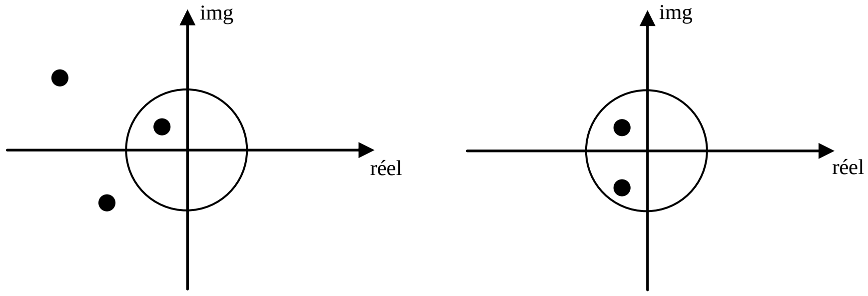


La FT en BO est : KG

La FT en BF est : $KG/(1+KGH)$

II.1 Systèmes échantillonnés :

Un système défini par sa transformation en Z, $F(z)$ est dit stable si l'ensemble de ses pôles est à l'intérieur du cercle unitaire (le plan complexe).



Système instable Système stable

II.2 Equation d'état :

L'équation d'état d'un système discret est de la forme :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \tag{1}$$

Avec :

A matrice $n \times n$, B matrice colonne $n \times 1$, C matrice $1 \times n$ et D un scalaire.

$x(k)$ vecteur d'état du système, $y(k)$ sortie du système.

II.3 Stabilité d'un système discret :

Un système discret est stable si tous ses pôles se trouvent à l'intérieur du cercle unitaire, dans le cas d'une représentation d'état, les valeurs propres de A représentent les pôles du système.

Valeurs propres de A sont déterminées par la résolution de l'équation :

$$det(zI - A)^{-1} = 0 \tag{2}$$

III. Commande par retour d'état :

Lorsqu'on désire placer les pôles du système en BF aux positions $p_1, p_2, \ldots, p_n$ on utilise la loi de commande : $u(k) = -kx(k)$.

k est un vecteur à déterminer.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (A - B)x(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \tag{3}$$

La commande ***matlab*** qui permet de réaliser cette opération de correction est donnée par :

$$K = place\ (A, B, p) \tag{4}$$

Notons que cette commande ne peut être réaliser que si le système à commander est contrôlable, c'est que le déterminant de la matrice de contrôlabilité $[B\ AB\ \ldots\ A^{n-1}B]$.

Pour mener à bien les différentes manipulations, quelques commandes ***matlab*** relatives au systèmes LTI sont données :

- Définition d'un système discret :

- ▪ H=tf(num, den, Ts)
- ▪ H=zpk(zéros, pôles, gain, Ts)
- ▪ H=ss(A, B, C, D, Ts)

– Réponse impulsionnelle et indicielle :

- ▪ Impulse(sys)
- ▪ Step(sys)

– Conversion d'un système continu en un système discret :

- ▪ Sysd=c2d(sysc, Ts)
- ▪ Sysc=d2c(sysd, 'tustin')

– Lieu des racines :

- ▪ Rltool(sys)

IV. Manipulations :

IV.1 Manipulation 1 :

Soit la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{s}{s^4 + s^2 + s + 1}$$

1. Le système est-il stable en BO.
2. Vérifier la stabilité du système en BF pour $k = 1$.
3. Déterminer la représentation d'état correspondante.
4. Tracer la réponse indicielle, représenter 20 séquences.
5. Tracer le lieu des racines.
6. Discuter.

IV.2 Manipulation 2 :

Etant donnée la fonction de transfert :

$$G(z) = \frac{z - 1}{z^2 - z + 0.5}$$

1. Déterminer les pôles et les zéros de $G(z)$.
2. Vérifier la stabilité du système en BO.
3. Tracer le lieu des racines en BF.
4. Déterminer la transformé en s.
5. Vérifier la stabilité en BO.
6. Discuter les résultats.

IV.3 Manipulation 3 :

Considérer la fonction de transfert suivante :

$$G(z) = \frac{0.3125}{z^2 - z + 0.3125}$$

1. Déterminer ω_n, ξ
2. Donner une représentation d'état du système.
3. Vérifier la contrôlabilité et l'observabilité.
4. On désire placer les pôles du système en BF à la position -1, -0.5, déterminer la valeur du gain k.

IV.4 Manipulation 4 :

Soit le système :

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} -2 & 0.25 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(k)$$

1. Déterminer la fonction de transfert correspondante.
2. Déterminer les pôles du système en BO.
3. Le système est-il stable.
4. Proposer une commande par retour d'état.
5. Conclusion.

IV.5 Manipulation 5 :

Soit le système :

$$G(z) = \frac{(z-0.5)}{(z-0.5)(z+2)}$$

1. Le système est-il stable.
2. Vérifier la contrôlabilité et l'observabilité du système.
3. Proposer une commande par retour d'état.
4. Conclusion.