

Université de M'sila
Faculté des Mathématiques et de l'informatique
Département des Mathématiques

TD 2_ Théorie des relations

Année Universitaire 2021-2022

Exercice 1

L'ensemble de tous les sous-groupes de tout groupe est un ensemble partiellement ordonné par rapport à \subseteq .

Exercice 2

Montrer que l'ensemble \mathbb{N}^* de tous les nombres naturels (entiers positifs) est un ensemble partiellement ordonné avec $a\mathcal{R}b$ défini pour signifier $a \mid b$. L'ensemble de tous les diviseurs positifs d'un entier positif fixe n est également un ensemble partiellement ordonné avec cette relation.

Exercice 3

Considérons l'ensemble partiellement ordonné \mathbb{N}^* avec $a\mathcal{R}b$ défini pour signifier $a \mid b$

- (a) Quels entiers sont couverts par 6 ?
- (b) Quels nombres entiers couvrent 67.
- (c) Pour $m \in \mathbb{N}$, quels entiers sont couverts par m ?
- (d) Pour $m \in \mathbb{N}$, quels entiers couvrent m ?

Exercice 4

Une application $f : L_1 \longrightarrow L_2$ d'un ensemble partiellement ordonné sur un autre est appelé une application conservant l'ordre,

si $a \leq b$ implique $\theta(a) \leq \theta(b)$ pour tout $a, b \in L_1$. Une application inversible $\theta : L_1 \longrightarrow L_2$ est un isomorphisme si θ et θ^{-1} sont des application conservant l'ordre. (Les ensembles finis partiellement ordonnés sont isomorphes

ssi leurs schémas sont les mêmes sauf peut-être pour l'étiquetage.)

- (a) Vérifier que l'isomorphisme est une relation d'équivalence pour des ensembles partiellement ordonnés.
- (b) Il existe deux classes d'isomorphisme pour les ensembles partiellement ordonnés à deux éléments. Dessiner un diagramme correspondant à chaque classe. (N'oubliez pas que deux éléments n'ont pas besoin d'être «comparables».)