Quatrième série: Endommagement

Exo 1:

Dans un essai de traction sur une éprouvette en acier doux à 0,05 % de carbone, on a pu représenter les variations de la contrainte vraie notée σ_v en fonction de la réduction d'aire de la section transversale notée (q) en % comme indiqué sur le tableau suivant :

σ_v (daN/mm^2)	0	25	30	35	44	52	58	64	72	82	100
q	0	0	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8

1) Définir les contraintes vraie et effective et donner une relation entre les deux
2) Dans l'hypothèse que la striction est provoquée uniquement par l'endommagement (réduction de la section effective à volume constant), déterminer la variable d'endommagement D :
   a) en fonction de q
   b) en fonction de ε (allongement relatif)
3) Déterminer l'endommagement seuil D_s de ce matériau si $\varepsilon_{vD} = 0.19$ %.
   Dans quelle limite peut on approximer la variation de cet endommagement par une droite ?

Exo 2:

On réalise un essai de fatigue par flexion rotative sur une pièce circulaire de longueur L et de diamètre D, encastrée à une extrémité et soumise à son extrémité libre à une force sinusoidale $F(t) = F_0.\sin \varpi t$

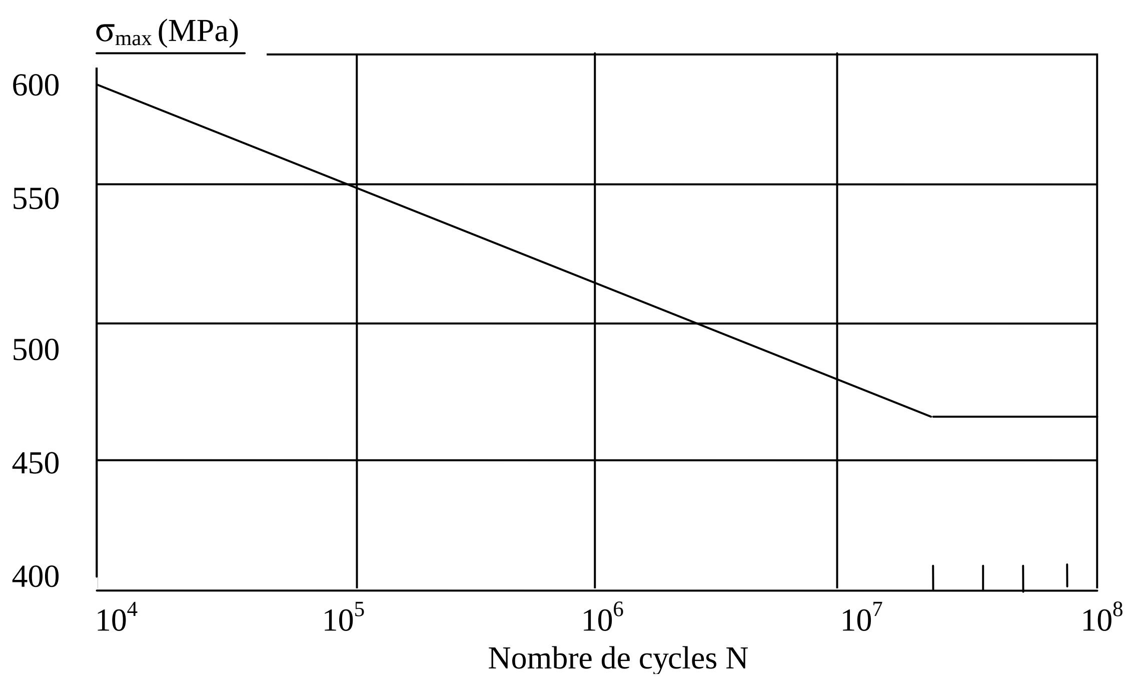
1) Montrer que la rupture a lieu pour une contrainte: $\sigma_{max} = \dfrac{32.F_0.L}{\pi.D^3}$
2) Calculer le rapport de contraintes R_σ dans ce cas

N.B: Moment d'inertie d'une section de rayon R par rapport à un axe passant par le centre: $I_x = \pi.R^4/4$

Exo 3:

Un tube en acier de section circulaire est soumis à une sollicitation mécanique alternée symétrique engendrant le phénomène de fatigue. La courbe de fatigue de cet acier est donnée ci-après.

1) Quelle est la valeur du rapport R_σ caractérisant la sollicitation en fatigue de ce tube ?
2) Quelle est sa durée de vie N_f (nombre de cycles avant rupture) pour ces conditions de sollicitation ?
3) Quelle est l'endurance de ce tube pour σ_{max} = 450 MPa?



Solutions Quatrième série (Endommagement)

Exo 1:

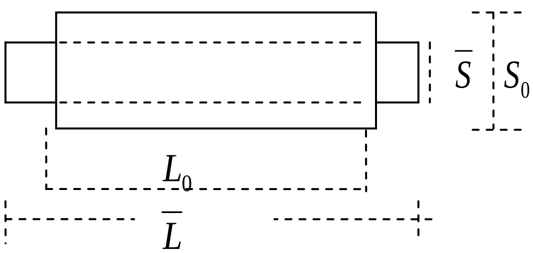
1) $$\begin{cases} \sigma_D = \dfrac{\sigma}{1-D} \rightarrow \sigma = \sigma_D.(1-D) \\ et \\ S_v.L_v = S_0.L_0 \rightarrow \mathrm{S_v} = \mathrm{S_0}.\dfrac{\mathrm{L_0}}{\mathrm{L_v}} = \dfrac{S_0.L_0}{L_0+\Delta L} = \dfrac{S_0}{1+\varepsilon} \\ \rightarrow \sigma_v = \dfrac{F}{S_v} = \dfrac{F}{S_0}.(1+\varepsilon) \rightarrow \sigma = \dfrac{\sigma_v}{1+\varepsilon} \end{cases}$$

Alors, $\dfrac{\sigma_v}{1+\varepsilon} = \sigma_D.(1-D) \rightarrow \sigma_v = \sigma_D.(1-D).(1+\varepsilon)$

2)

a) $q = \dfrac{S_0 - \overline{S}}{S_0} = \dfrac{S_D}{S_0} = D \rightarrow q = D$

b) Striction (diminution de surface à volume constant)
= endommagement $(\overline{S}, \overline{L})$



Alors, $S_0.L_0 = \overline{S}.\overline{L} \rightarrow \dfrac{\overline{S}}{S_0} = \dfrac{L_0}{\overline{L}} = \dfrac{1}{1+\varepsilon}$

Or, $\dfrac{\overline{S}}{S_0} = 1 - D, \quad donc: \quad D = \dfrac{\varepsilon}{1+\varepsilon}$

3)

$D = \dfrac{\varepsilon}{1+\varepsilon} \quad \rightarrow D_S = \dfrac{\varepsilon_S}{1+\varepsilon_S} \; ou \; \dfrac{\varepsilon_D}{1+\varepsilon_D}$

$\varepsilon_V = Ln(1+\varepsilon) \rightarrow \varepsilon_{VD}$

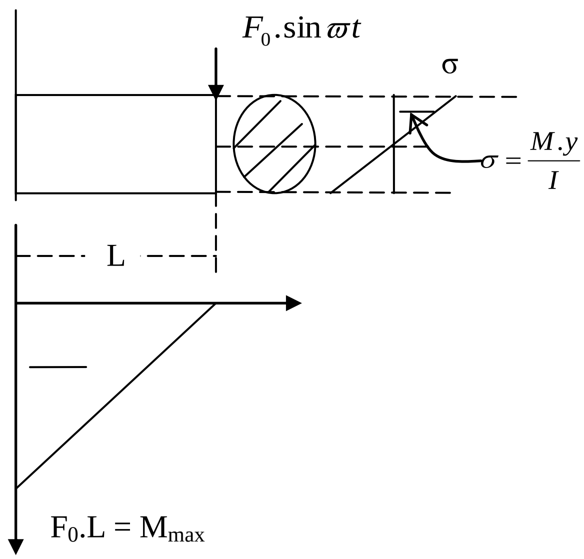
$= Ln(1+\varepsilon_D) \rightarrow \varepsilon_D = e^{\varepsilon_{VD}} - 1$

$\varepsilon_{VD} = 0.0019 \rightarrow \varepsilon_D = 0.0019$

$\rightarrow D_S = \dfrac{0.0019}{1+0.0019} \approx 0.0019$

Exo 2:

1)



$$\sigma = \frac{M.y}{I}$$

$$\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{M_{max}.R}{I}$$

$$\rightarrow \sigma_{max} = \frac{F_0.L.D/2}{\frac{\pi}{4}.\left(\frac{D}{2}\right)^4}$$

$$\rightarrow \sigma_{max} = \frac{32.F_0.L}{\pi.D^3}$$

2) La contrainte max correspond à $\sin\varpi t = 1$ alors que la contrainte minimale correspond à $\sin\varpi t = -1$
Donc $R_\sigma = -1$

Exo 3:

1) Rσ = -1

2) La durée de vie correspond au nombre de cycles pour lequel la courbe de fatigue amorce le palier constant:
$N_f = 2.10^7$ cycles (σ_D = 460 MPa)

3) Pour σ_{max} = 450 MPa, l'endurance de ce tube est illimitée
(car $\sigma_{max} < \sigma_D$)