المحاضرة رقم 2

1.2. الانحدار:

لاحظنا أن ظاهرة الارتباط تبحث في تحديد قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين أو أكثر من دون التمكن من التنبؤ بقيمة متغير ما بدلالة متغير آخر.

وهنا نتناول صيغة العلاقة الرياضية التي بواسطتها نستطيع القيام بعملية التنبؤ، وبذلك فان الانحدار يبحث في العلاقة بين المتغيرات من خلال بناء معاملة ستخدم للتقدير وللتنبؤ بقيمة المتغير التابع Y وبدلالة متغير أو متغيرات مستقلة X كالعلاقة بين أوزان الأشخاص وأطوالهم أو العلاقة بين الدخل والطلب أو بين أعمار الأشخاص وضغط الدم وهكذا...

ويقصد بالانحدار الخطي بأن معادلة التقدير عند عرضها بيانيا تكون على شكل خط مستقيم

1.11:الانحدار الخطي البسيط :

ويعني البحث في العلاقة بين متغيرين فقط المتغيرYالتابع والمتغيرالمستقل X وأن شكل معادلة هذه العلاقة هي: $Y = a + b\,X$

حيث أن: Y: يدعى بالمتغير التابع

X:يدعى بالمتغير المستقبل

a: يدعى بالمعامل الثابت ويصبح مساويا بالقيمة Yعندما تساوي Xصفرا

b: يدعى بميل الانحدار، ويمثل مقدار التغير فيY عند زيارة المتغير المستقل بمقدار 1

وعند بناء المعادلة التقديرية التي تعتمد على معطيات عينة نستعيض عن الحروف الكبيرة بحروف صغيرة فتصبح الصيغة$Y = a + b\,X$.

والمعادلة Yالسابقة X على أي تقديرY قيمة بمعرفة قيمةX أما اذا أردنا إيجاد خط انحدارX على Y فتصبح المعادلة على الشكل التالي $\hat{x} = \grave{a} + \grave{b}y$

فهي معادلة خط Xانحدار على Yوبالحصول على قيمaوb يمكن التوصل الى معادلة الانحدار.

2.11طريقة المربعات الصغرى لإيجاد خط الانحدار

تستخدم في خط الانحدار Y=a+bX المشاهدات لتقدير الجزء المقطوع من المحور الرأسي وميل خط المستقيم b وتسمى بمعالم خط الانحدار المجهولة والتي يمكن تقديرها باستخدام البيانات العينة حيث أن كل خط مستقيم يتم تحديده بمعرفة قيمة كل aوb ويمكن إيجاد قيم هذه الثوابت بالتعويض في الصيغة الآتية :

$$a = \bar{Y} - bX$$

حيث:..... هو الوسط الحسابي للمشاهدات X

حيث ..... هو الوسط الحسابي للمشاهدات Y

وبتعويض قيمتي a وb في المعادلة y=a+bx نحصل على معادلة انحدار Y علىX

مثال: تم اختيار 20 موظفا من احدى المؤسسات بصورة عشوائية لتحليل العلاقة بين مستوى أدائهم (Y)ومعدلهم التراكمي في الدراسة الجامعية(X) واستخدام مقياس افتراضي يبدأ من 2 اللا 12 لقياس كلا مستوى الأداء والمعدل التراكمي للموظفين، والمطلوب إيجاد معادلة خط الانحدارY على Xباستخدام طريقة المربعات الصغرى.

اذا علم مستوى أداء أحد الموظفين فكان 3، فكم تقدر معدله التراكمي في الجامعة؟

رقم الموظف	المعدل التراكميX	مستوى الأداءY	XY	X^2	Y^2
1	3	5	15	9	25
2	2	4	8	4	16
3	4	4	16	16	16
4	12	9	108	144	81
5	11	8	88	121	64
6	8	9	72	64	81
7	9	7	63	81	49
8	7	8	56	49	64
9	6	5	30	36	25
10	5	6	30	25	36
11	4	8	32	16	64
12	8	4	32	64	16

49	9	21	7	3	13
36	144	72	6	12	14
64	81	72	8	9	15
25	64	40	5	8	16
100	121	110	10	11	17
49	49	49	7	7	18
36	64	48	6	8	19
25	100	50	5	10	20
921	**1261**	**1012**	**131**	**147**	**n=20**

$\bar{y} = a + b\ x$

حساب $\bar{X}$ و $\bar{Y}$

$a = 4,55$

وهكذا فان معادلة خطر الانحدار (الخط المستقيم) بطريقة المربعات الصغرى هي:

$\hat{y} = 4{,}55 +$

وبهذا يمكن تقدير مستوى أداء أي من العاملين على ضوء معدله التراكمي الجامعي، فمثلا تم تعيين أحد العاملين الجدد وكان معدله التراكمي 11، فان مستوى أدائه (المتنبأ به) باستخدام المربعات الصغرى يساوي:

$\hat{y} = 4{,}55 +$

وتعتبر هذه القيمة بمثابة متوسط لقيم مستوى الأداء المناظرة لمعدل تراكمي محدد

تمرين:

بعد زيارة معدلات الأجور للعاملين في احدى المؤسسات، لوحظ أن هناك تحسن في مستويات أدائهم اليومي وقد أخذت عينةمكونة من عشرة عمال وكما في الجدول التالي:

مقدار الزيادة في الأجر الشهري x X 100دج	10	17	20	20	14	18	13	12	16	15
مستوى التحسن في الأداء Y	1,0	3,4	4,0	4,5	3,0	3,5	2,8	1,5	3,7	3,0

1.أحسب معامل الارتباط الخطي لبيرسون، حلل النتيجة

2.أوجد معادلة خط انحدار على بطريقة المربعات الصغرى

3.اذا رفع أجر أحد العمال ب 1900دج فكم يكون مستوى التحسن في أدائه

4.قدر الزيادة في أجر أحد العمال اذا علمت أن التحسن في أدائه كان 3,2.