

محاضرة رقم 19 و 20

تحليل التباين

يستخدم تحليل التباين لاختبار فرضيات أن متوسطات أكثر من مجتمعين متساوية أو مختلفة عندما تكون المجتمعات موزعة توزيعاً طبيعياً مع تساوي التباين (الانحراف المعياري).

نتبع الخطوات كالآتي:

خطوة 1: قدر تباين المجتمع من التباين بين متوسطات العينات MSA

خطوة 2: قدر تباين المجتمع من التباين داخل العينات MSE

خطوة 3: أحسب النسبة $F = \left(\frac{MSA}{MSE} \right) F$

$$F = \frac{\text{العينات متوسط التباينين}}{\text{التباين داخل العينات}}$$

خطوة 4: إذا كانت F المحسوبة أكبر من قيمة F الجدولية عند مستوى المعنوية ودرجات الحرية المعنية، فإن الفرضية H_0 عن تساوي متوسطات المجتمعات ترفض لصالح الفرضية M_1 وتلخص الخطوات السابقة في جدول تحليل التباين ANOVA

مصدر التغير	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	النسبة F
بين الأوساط يفسره العامل A				
داخل العينات A (الخطأ غير المفسر)				
الإجمالي				

حيث $\bar{X}_j$: متوسط العينة المكونة من r مشاهدة $\frac{\sum X_{ij}}{r}$

$\bar{X}$: المتوسط الكبير لكل العينات $\frac{\sum \sum X_{ij}}{rc}$

SSA: مجموع المربعات التي يفسرها العامل $A = r \sum (\bar{X}_j - \bar{X})^2$

SSE: مجموع مربعات الخطأ والتي يفسرها العامل

SST: مجموع المربعات الإجمالي $\sum \sum (X_{ij} - \bar{X})^2$

r: عدد المشاهدات في كل عينة (عدد الأسطر)

c: عدد العينات (عدد الأعمدة)

c-1: درجات حرية البسط

(r-1)c: درجات حرية المقام

تمرين:

تبيع شركة نفس الصابون في ثلاثة أغلفة مختلفة وب نفس السعر.

يبين الجدول الآتي مبيعات 5 أشهر، المبيعات موزعة توزيعاً طبيعياً ولها تباين متساو.

غلاف 1	غلاف 2	غلاف 3
87	78	90
83	81	91
79	79	84
81	82	82
20	80	88
410	400	435

لاختبار ما اذا كان متوسط المبيعات لكل غلاف متساوياً أم لا عند مستوى معنوية 5% أي

تمضي الشركة كالاتي:

$$\bar{X}_1 = \frac{410}{5} =$$

$$\bar{X} = \frac{410 + 4}{5}$$

$$SSA = 5[(82 - \bar{X})^2 + (83 - \bar{X})^2 + \dots + (88 - \bar{X})^2]$$

$$\begin{aligned} *SSE &= (87-82)^2 + (83-82)^2 + (79-82)^2 + (81-82)^2 + (80-82)^2 + (78-82)^2 + (81-82)^2 \\ &+ (79-82)^2 + (80-82)^2 + (90-82)^2 + (91-82)^2 + (84-82)^2 + (82-82)^2 + (88-82)^2 = 110 \\ *SS &= (87-83)^2 + (83-83)^2 + \dots + (88-83)^2 = SSA + SSE = 240 \end{aligned}$$

وتستخدم البيانات السابقة لتكوين جدول تحليل التباين ANOVA

النسبة F	متوسط المربعات	درجات الحرية	مجموع المربعات	مصدر التغير
		C-1=2 v1	SSA=130	تفسير الأغلفة (بين الأعمدة)
/		(r-1)c=12 v2	SSE=110	داخل العينة (داخل الأعمدة)
/		Rc-1=14	SST=240	الاجمالي

وحيث أن القيمة المحسوبة $F=7,09$ تتجاوز القيمة الجدولية $F=3,89$ عند $X=5\%$ ودرجات حرية $V_2=12$ $V_1=2$

فإننا M_0 نرفض ونقبل M_1

تمرين 2: تم تطبيق أربعة طرق مختلفة لتدريس الإحصاء على أربعة مجموعات من الطلبة بواقع سنة طلاب لكل مجموعة وكانت نتائج الاختبار الطلبة موضحة بالجدول الآتي:

D	C	B	A	
---	---	---	---	--

60	80	60	80	1
80	70	70	100	2
40	100	50	90	3
50	60	80	70	4
90	50	70	60	5
46	30	90	80	6

باستخدام أسلوب تحليل التباين، اختبر الفرضية القائلة بأن هناك فروق بين متوسطات نتائج اختبار طرق التدريس الأربعة مستخدماً مستوى معنوية $X=1\%$ مع بناء جدول ANOVA