محاضرة رقم 21و 22

II-2- اختبار حسن ا لمطابقة:

تعتمد الدراسات الإحصائية على فرض نموذج احصائي تخضع له المشاهدات المتوفرة فمثلا قد نقول ان علامات طلاب الثانوية في موضوع الفيزياء تخضع لتوزيع طبيعي، وقد نقول ان اعداد حوادث السير التي تحدث عند تقاطع طرق معين تخضع لتوزيع بواسوت، وقد نقول ان اعداد المصابيح غير الصالحة التي ينتجها مصنع تخضع لتوزيع ذي الحديث... والسؤال الذي ينشأ في مثل هذه الحلات هو كيف يمكن التأكد من أن المشاهدات المتوفرة تخضع لهذا النموذج الاحصائي المعطي؟ أي اثنا نود اختبار حسن مطابقة النموذج الاحصائي للبيانات المتوفرة وهناك عدة اختبارات لهذا الغرض نعرض منها اختبارا واحدا هو اختبار كأي تربيع لحسن المطابقة وتقوم فلسفة هذا الاختبار على حساب مقياس يعبر عن مدى الفرق بين اعداد المشاهدات والأعداد المتوقع مشاهدتها فيما اذا كان النموذج الاحصائي صحيحا، فاذا كان هذا المقياس صغيرا كان النموذج مقبولا أما اذا كان هذا المقياس كبيرا فانه لا يمكن قبول النموذج الاحصائي ولتوضيح هذا الاختبار ندرس المثال التالي:

مثال: عمل مسح سكاني للعائلات التي عشها خمسة أطفال وسجل عدد الذكور منهم، والجدول التالي يوضح جزءا من هذا المسح على 320 عائلة

عدد الأطفال ذكور	عدد العائلات
0	8
1	40
2	88
3	110
4	56
5	18
	N 320

هل هذه البيانات تخضع لتوزيع ذي الحدين؟

بمعنى أنه اذا كان X عدد الأطفال الذكور فهل $X = b\left(\frac{5}{0}\right)\frac{1}{2}$

الحل: للإجابة عن هذا السؤال نقوم بإجراء الخطوات التالية:

1- اذا كان النموذج الاحصائي $x{:}\,b\left(\frac{5}{0}\right)\frac{1}{2}$ صحيحا فانه بالإمكان حساب احتمالات كل من الأحداث ذات العلاقة به فنجد أن

-2 نجد الأعداد المتوقعة لكل الأحداث.ϵ_j الواردة في (1) أعلاه حيث العدد المتوقع ϵ_j يعرف بالعلاقة

فمثلا عدد العائلات المتوقعة التي عندها صفر من الذكور يساوي

وعدد العائلات المتوقعة التي عنده طفل ذكر واحد يساوي

وهكذا نجد جميع هذه القيم ونرتبها في الدول الآتي:

Ej	oj	ej
0	8	10
1	40	50
2	88	100
3	110	100
4	56	50
5	18	10

نستعمل هذا الجدول لحساب المقياس الذي يعبر عن مقدار الفروق بين التكرارات المشاهدةoj و التكرارات المتوقعة ej وهو

وفي هذا المثال يكون:

4-.نحسب قيمة $X^2[0.95; 6-1] = X^2[0.95; 5]$

5-ولما كان$U2 > X^2[0.95 ; 5]$

فإننا نرفض الفرضية Ho القائلة بأن هذه البيانات تخضع لتوزيع ذي الحدين $b\left(5.\frac{1}{2}\right)$ والآن نلخص اختبار حسن المطابقة بالنظرية التالية:

نظرية:اذا كان لدينا جدول تكراري لتجربة تكراراته .... وفئاته Ej حيث j=1,...r واردنا اختبار الفرضية القائلة بأن المتغير X في هذا الجدول يخضع للنموذج احصائي معين تعين كاملا فإننا نرفض هذه الفرضية اذا كانت:

وبشرط أن5 $\geq o_j$لكل

ملاحظات:1) عند حل أي سؤال على حسن المطابقة يجب التأكد أولا أن jo5< لكل j، فاذا كانت jo<5لبعض قيم j فإننا ندمج الفئة التي تكرارها أقم من 5 مع الفئة السابقة لها أو الفئة اللاحقة لها وبعدها نطبق النظرية السابقة على الجدول الناتج ونلاحظ أن r هو عدد الصفوف في الجدول الناتج بعد عملية الدمج.

2) اذا كان النموذج الاحصائي غير معين تعنيا تاما مثل X لا يخضع لتوزيع بواسق الذي معلمته ... فهذا غير محددا تحديدا تاما وذلك لأن التوزيع ..... لهذا نقوم أولا بتقدير قيمة المعلمات المجهولة باستعمال طريقة الغروم وبعدها نبدأ بتطبيق النظرية السابقة مع تغير درجات الحرية من r-1 الىr-1-K حيث عد المعالم التي تم تقديرها ولتوضيح هذه الملاحظات نأخذ المثال التالي:

مثال: هل البيانات في الجدول التالي تخضع لتوزيع طبيعي؟

التكرارOj	الفئةEj
1	0,61-120
3	1,21-1,80
4	1,81-2,40
65	2,41-3,00
180	3,01-3,60
328	3,61-4,20

4,21-4,80	408
4,81-5,40	284
5,41-6,00	83
6,01-6,60	13
6,61-7,20	1
7,21-7,80	1
7,21-8,48	0
8,41-9,00	1

الحل

1) لاحظ أن التوزيع الطبيعي يتحدد بمعرفة وسطة وتباينه b^2 ، ولما كانت b^2 و H مجهولين فاننا نقدرهما من الجدول كالآتي:

لاحظ أننا قدرنا معلمتين اهذا فان K=2

2) نلاحظ أن تكرارات الفئات الثلاث الأولى أقل من 5 وعند دمج الفئة الأولى مع الثانية يبقى التكرار الناتج أقل من 5 لهذا نضطر لدمج الفئات الثلاث الأولى معا للحصول على فئة تكرارها 8 ونفس الأسلوب يطبق على الفئات الأربع الأخيرة ونضطر لدمجها معا ودمجها بالتالي مع الفئة الخامسة من الأخير لنحصل على الجدول التالي

الفئات Ej	التكرارات Oj
أقل من أو يساؤي 2,40	8
2,40-3,00	65
3,01-3,60	180
3,61-4,20	328
4,21-4,80	108
4,81-5,40	284
5,41-6,00	83
أكبر من أو يساوي 6,01	16

N° 1372	....

لاحظ أننا اعتبرنا الفئة الأولى أقل من أو يساوي 2,40 أنها أقل من 2,41 وذلك لأن التوزيع الطبيعي متصل بينما الجدول المعطي غير متداخل الفئات. واحدى الطرق لجعل هذه الفئات متداخلة هو استعمال الحدود الفعلية الفئات ولكننا هنا نعتبر الحدود الدنيا للمعطات هي حدود تلك الفئات بمعنى أن الفئة الأولى هي أقل من أو يساوي والفئة الثانية هي 2,41-3,10 والفئة الثالثة هي 3,01-3,61وهكذا وباستعمال نفس الأسلوب نحصل على الجدول التالي يقيم P(XEEj) وقيم ejحيث ej=NP(XEEj)

Ej	P(XEEj)	Oj	الفئات Ej
12,49	0,0091	8	أقل من أو يساوي 2,40
59,68	0,0435	65	2,41-3,00
187,69	0,1368	180	3,01-3,60
349,72	0,2549	328	3,61-4,20
389,08	0,2811	408	4,21-4,80
254,92	0,1858	284	4,81-5,40
96,31	0,0702	83	5,41-6,00
25,11	0,0183	16	أكبر من أو يساوي 6,01

4) وأخيرا

نحسب $\mathbf{U}^2$

$$U\,\mathbf{2} = \frac{(8-10)^2}{10} + \frac{(40-50)^2}{50} + \frac{(88-100)^2}{100} + \cdots \ldots \frac{(18-10)^2}{10} = \mathbf{11.96+}$$

نحسب قيمة $X^{2\,[1-\propto\,;r-1]}$

لاحظ أن r=8k=2 ،وبفرض أن 0,05 نجد من الجدول أن

ولما كانت:

فإننا نرفض Ho القائلة بأن هذه البيانات تخضع لتوزيع طبيعي على مستوى الدلالة X=0,05

سلسلة تمارين رقم 01

تمرين 01: رميت زهرة نرد مرتين متتاليتين

-أوجد الفضاء العيني لهذه العملية

-لنأخذ الآن الحادثين A و C وBكمايلي

الحادث A هو الحصول على وجهين مجموعهما عدد زوجي

الحادث B هو الحصول على وجهين مجموعهما أكبر من 9

الحادث C هو الحصول على وجهين مجموعهما أكبر من 13

الحادث E هو الحصول على وجهين مجموعهما أكبر من 3

أوجد احتمال حدوث A B C E

تمرين2: هناك سؤالان الإجابة على كل منهما بنعم أوب لا

P-أوجد الفضاء العيني لهذه التجربة

ب-أوجد احتمال أن يجيب شخص ما على السؤالين بنعم

تمرين3: هناك سؤالان الإجابة على كل منهما لها ثلاثة أوجه c,b,a والمطلوب

P-القضاء العيني لهذه التجربة

ب-ما احتمال أن يجيب شخص ليست لديه أي معرفة بالسؤالين وفقه الوجه a

تمرين4: اذا رميت زهرة نرد متجانسة ثلاث مرات متتالية المطلوب:

P-ما هو عدد نقاط الفضاء العيني؟

ب-ما هو احتمال الحصول على حادث يمثل ظهور ثلاثة أعداد مجموعها 5؟

ج-ما هو احتمال الحصول على الوجه 6 ثلاث مرات متتالية؟

د- ما هو احتمال الحصول على الوجه 6مرتين على الأقل؟

ه-ِ ما هو احتمال الحصول على الوجه 6 مرتين على الأكثر؟

و-ما هو احتمال الحصول على الأوجه 1,2,3 على التوالي في الرميات الثلاث؟

تمرين5: صندوقان يحتوي الأول على 5 كرات حمراء و 5 كرات سوداء ويحتوي الثاني على 4 كرات حمراء و 6 كرات صفراء، عند سحب كرة من كل صندوق، ما احتمال أن تكون

P- الكرتان حمراوتان

ب-احدى الكرتين حمراء على الأقل

سلسلة تمارين

التوزيع الطبيعي

تمرين 01: تخضع معامل الذكاء للطلبة المسجلين بالجامعة للتوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي قدره 105 وبانحراف معياري قدره 10 ما نسبة طلبة الجامعة الذي يكون معامل ذكائهم:1-مابين 100 و 114

2-أقل من 100

3-أكثر من 114

تمرين2: اذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 50 وانحراف معياري 7

أوجدa بحيث $P(45<X<a)=0,3714$

تمرين3: في امتحان البكالوريا علامة النجاح 10، الانحراف المعياري 1,5 والمتوسط الحسابي 12، في قسم دراسي متكون من 40 تلميذ ووجد أن توزيع العلامات كان توزيعا طبيعيا

-أوجد نسبة النجاح ثم عدد الراسبين

تمرين4: تنافس 300 طالب على 16 منصبا للالتحاق بالنسبة الأولى ماجيستر، أوجد علامة النجاح اذا علمت أن متوسط علامات الطلبة كان 10,5 بانحراف معياري قدره 1,2

تمرين5: اذا كانت العلامات النهائية في أحد المقاييس تخضع التوزيع طبيعي ذي الوسط 68 والانحراف المعياري 12

واذا كان أعلى15% من الطلبة يحصلون على جائزة تقديرية، فما هي أقل علامة تحصل على تلك الجائزة؟

تمرين6: تخضع تكاليف الولادات الطبيعية في المستشفيات في بلد ما لتوزيع طبيعي وسطه 115 دينارا وتباينه 49 دينار

ما احتمال أن تكون تكاليف احدى الولادات ما بين 104 و 122 دينارا؟

سلسلة تمارين

<u>تمرين 01:</u> يرغب منتج كابلات من الطلب اختبار ما اذا كانت الكابلات التي ينتجها لديها قوة مقاومة قدرها 5000 رطل

فقوة مقاومة للكسر أقل من 5000 رطل لن تكون ملائمة

وقوة مقاومة للكسر أكبر من 5000 رطل ترفع التكاليف من دون مبرر

يأخذ المنتج عينة عشوائية من 64 قطعة ويجد أن متوسط المقاومة للكسر هو 5100 رطل والانحراف المعياري هو 480 رطل

هل يجب أن يقبل المنتج الفرضية أن الكابلات من الصلب لها قوة مقاومة للكسر 5000 رطل عند مستوى معنوية %5.

<u>تمرين2:</u>تتلقى وكالة حكومية شكاوى كثيرة من المستهلكين فحواها أن صناديق مسحوق الصابون التي تبيعها احدى الشركات تحتوي على كمية أقل من 20غ من المسحوق المعلن عنه.

للتحقيق من شكاوى المستهلكين، اشترت الوكالة 09 صناديق من المسحوق ووجدت أن S=3g X=18g

كيف يمكن للوكالة اجراء الاختبار عند مستوى معنوية 5% اذا علم أن كمية المسحوق في الصناديق موزعة توزيعا طبيعيا؟

أوجدa بحيث . P(45<X<a)=0,3714

<u>تمرين3:</u>يريد مستشفى أن يختبر أن 90% من جرعات دواء يشتريه يحتوي على 100مغ من الدواء، لعمل هذا، يأخذ المستشفى عينة من n=100 جرعة، ويجد أن 85 منها فقط تحتوي على الكمية المناسبة.

كيف يمكن للمستشفى أن يختبر هذا عند مستوى معنوية X=%1.

سلسلة تمارين رقم 07

<u>تمرين 01:</u> أخذت عينة عشوائية حجمها 64 مفردة بوسط مقدار 50% وانحراف معياري S=20 من مجتمع عدد مفرداته N=800

-أوجد تقدير بفترة لوسط المجتمع نكون معه واثقين ب 90% أن الفترة تتضمن وسط المجتمع

-نفس السؤال السابق عندما نكون واثقين بنسبة 95%ثم ب.99%

تمرين2:أخذت عينة عشوائية مكونة من 25 مفردة بمتوسط 80 وانحراف معياري 30 من مجتمع مكون 1000 مفردة و يتبع التوزيع الطبيعي

أوجدت فترات الثقة الآتية لوسط المجتمع غير المعلوم

P) 99%ب(95%   ج)90%   .

تمرين3:أخذت عينة عشوائية عدد مفردتها 25 بمتوسط 80 من مجتمع مكون من 1000 مفردة وانحرافه المعياري يساوي 30

أفترض أننا نعرف أن المجتمع هذا يتبع التوزيع الطبيعي

أوجد فترات الثقة المذكورة في التمرين السابق لوسط المجتمع غير المعلوم.