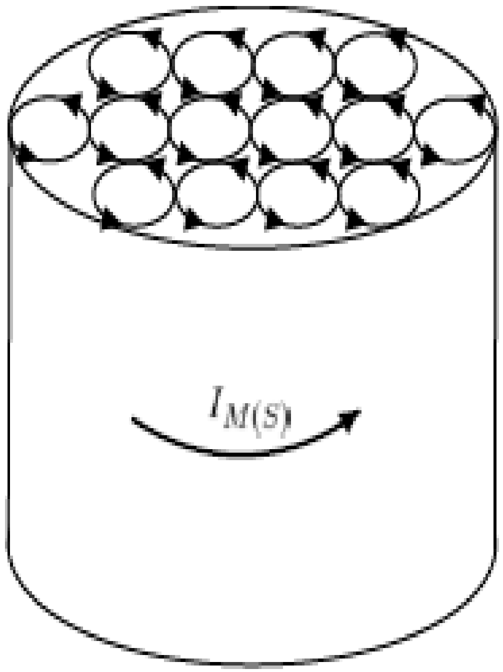
Equation de maxwell dans les milieux matériels
suite de cours

- Milieux aimantés

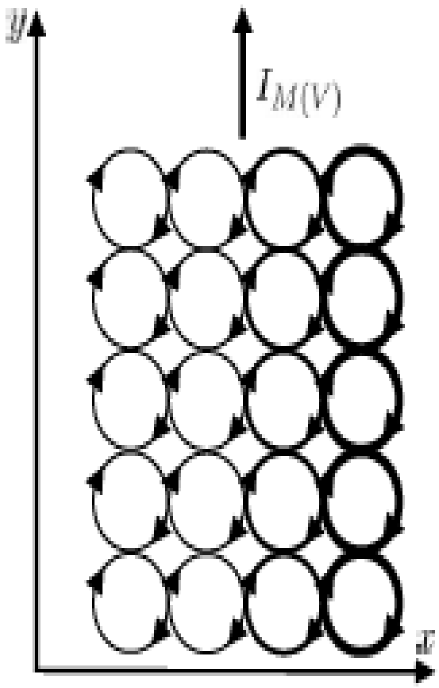
Lorsqu'une substance quelconque est introduite dans le champ magnétique créé par des courants électriques le champ magnétique change. Ceci peut être expliqué par le fait que chaque substance est magnétique, c'est-à-dire qu'elle est magnétisée (acquiert un moment magnétique) sous l'action d'un champ magnétique.

Une substance magnétisée crée son propre champ magnétique B' qui forme avec le champ magnétique primaire B_0 créé par les courants, le champ résultant:

- Courant de magnétisation I_M



(a)



(b)

- Courant magnétisation de surface $I_{M(s)}$ et de volume $I_{M(V)}$
- $I_{M(s)} \longrightarrow J_{M(s)}$
- $I_{M(V)} \longrightarrow J_{M(V)}$

On s'intéresse au courant $I_{M(V)} \longrightarrow J_{M(V)}$

On peut montrer que le vecteur densité de courant magnétisant $J_{M(V)}$ et l'aimantation M sont liés par la relation

$$\vec{\nabla} \wedge \overrightarrow{M} = \vec{J}_{M(V)}$$

Sachant que $\overrightarrow{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \overrightarrow{m}_i$

- Dans les milieux aimantés placés dans un champ magnétique externe, des courants de magnétisation sont induits. Ainsi la circulation du vecteur $\vec{B}$ doit prendre en compte non seulement les courants de conduction mais également les courants magnétisants :

$$\int_{\Gamma} \vec{B}.\overrightarrow{dl} = \mu\,(I + I_{M(V)})$$

où I et $I_{M(V)}$ sont respectivement les courants de conduction et de magnétisation , encerclés par le contour d'intégration Γ. Cette dernière équation peut être réécrite en utilisant les vecteurs densité de courant de conduction et de magnétisation :

- $$\int_{\Gamma} \vec{B}.\overrightarrow{dl} = \mu_0 \iint (\vec{J}+\vec{J}_{M(V)}).d\vec{s}$$

Mais cette relation ne peut pas être exploitée dans le cas général car la détermination des densités de courants magnétisants $j_{M(V)}$ est un problème difficile. Nous utiliserons donc la relation équivalente à

$$\oint \overrightarrow{M} \cdot d\vec{\ell} = \iint \vec{j}_{M(V)} \cdot d\overrightarrow{S}$$

On introduit le vecteur d'induction $\vec{H}$ défini par:

$$\vec{H} = \frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0} - \overrightarrow{M}$$

donc on peut écrire $$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \iint \vec{j} \cdot d\overrightarrow{S}$$

Où

$$\int_{(\Gamma)} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

- En utilisant le théorème de Stockes

- $\vec{\nabla} \times (\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}) = \vec{j}$

On obtient:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}$$

- Cette relation peut s'écrire sous la forme intégrale équivalente:

$$\int_{(\Gamma)} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

L'approximation usuellement utilisée consiste à considérer que l'aimantation M est reliée au vecteur excitation magnétique H par:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

où χ_m est la susceptibilité magnétique du matériau.

Elle est nulle pour les matériaux amagnétiques, négative pour les matériaux diamagnétiques, positive pour les matériaux paramagnétiques et ferromagnétiques. Le champ magnétique total B s'écrit alors :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

La constante μ_0 est la perméabilité magnétique du vide Le nombre sans dimension

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

est la perméabilité relative.

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

est la la perméabilité absolue du milieu.