Chapitre 3 : Propagation Ondes Acoustique Dans Les Fluides Et Solides

3.1 Introduction

Les ondes acoustiques sont des ondes élastiques qui se propagent dans les fluides (gaz ou liquides). Il est donc possible d'obtenir l'équation d'onde qui régit la propagation des ondes planes dans un fluide. Dans ce chapitre on va utilisez les symboles suivants pour étudier l'onde acoustique qui se propage suivant l'axe des x :

u_x: Composante suivant l'axe des x du déplacement de particule par rapport à la position d'équilibre.

ρ_0: masse volumique du fluide à l'équilibre.

P: pression instantanée en un point quelconque.

P_0 : pression instantanée en un point quelconque.

$p = P - P_0$: pression acoustique.

c : vitesse de propagation de l'onde.

On entend par particule, un élément de volume contenant des millions de molécules de telle sorte qu'il puisse être considéré comme continu, mais toutefois suffisamment petit pour que les grandeurs acoustiques comme la pression, la masse volumique et la vitesse de particule puissent être considérées comme constantes dans cet élément de volume. On suppose d'autre part que le milieu est homogène, isotrope et parfaitement élastique, c'est-à-dire non dissipatif.

Exemple : propagation onde acoustique dans milieu fluide (voir figure 3.1 et figure 3.2)

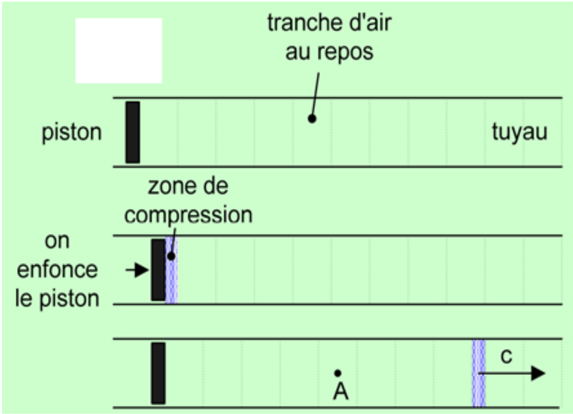


Figure 3.1 propagation onde acoustique dans fluide

Dans la figure (3.1) on remarque qu'il y a deux zones, une zone de compression et une zone dilation ou décompression.

Remarque :

1) Dans La relation $p = P - P_0$.

Si $p < 0$ alors on a dilation

Si $p > 0$ alors on a compression

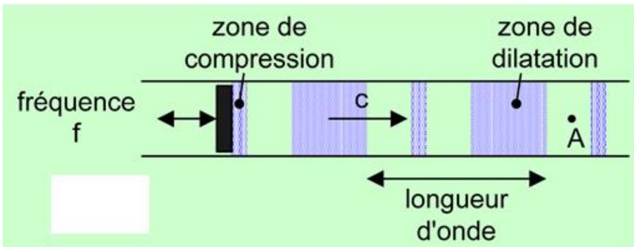


Figure 3.2 Propagation d'une onde sonore plane sinusoïdale

3.2 Equation d'onde

Considérons le cas d'une onde plane émise dans un fluide par une membrane vibrante plane.

Lorsque celle-ci est au repos, la pression dans le fluide est uniforme et égale à P_0 . En se déplaçant, par exemple dans le sens des x positifs, la membrane comprime la couche de fluide adjacente (voir Figure 3.3).

Cette situation est instable : le fluide se détend en comprimant à son tour la tranche voisine.

L'onde progresse ainsi de proche en proche par une succession de compressions et dilations

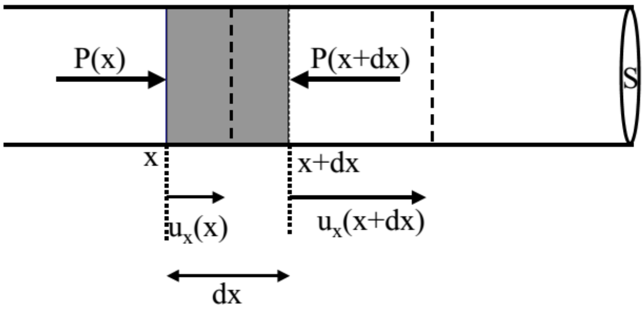


Figure 3.3 : Propagation d'une onde acoustique dans une tranche fluide

Soit une tranche de fluide de petite épaisseur Δ_x située à l'abscisse x. Lorsque la perturbation atteint ce point, les forces agissant sur cette tranche ne s'équilibrent plus et elle se met en mouvement. Soit $u_x(x,t)$ le déplacement à l'instant t du plan d'abscisse x .Soit $F_x(x,t)$ et $F_x(x+\Delta_x,t)$ les forces agissant sur la tranche de fluide respectivement en x et $x+\Delta_x$. Ces forces s'expriment par :

$$F_x(x,t) = SP(x,t) \tag{3.1}$$

$$F_x(x+\Delta_x,t) = -SP(x+\Delta_x,t) \tag{3.2}$$

La résultante de ces deux forces est :

$$\Delta F_x = F_x(x,t) + F_x(x+\Delta_x,t) \tag{3.3}$$

$$\Delta F_x = -SP[(x+\Delta_x,t) - P(x,t)] \tag{3.4}$$

En faisant un développement en série de Taylor au premier ordre de $P(x,t)$ on obtient :

$$P(x+\Delta_x,t) = \quad P(x,t) + \frac{\partial P}{\partial x}\Delta_x \tag{3.5}$$

D'où :

$$\Delta F_x = -S\frac{\partial P}{\partial x}\Delta_x \tag{3.6}$$

Comme $p = P - P_0$, la force résultante s'exprime par :

$$\Delta F_x = -S\frac{\partial p}{\partial x}\Delta_x \tag{3.7}$$

Sous l'action de cette force, la tranche de fluide subit une accélération et en écrivant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient :

$$\Delta m\,\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = -S\frac{\partial p}{\partial x}\,\Delta_x \qquad (3.8)$$

Le fluide étant compressible, le déplacement du plan d'abscisse $x + \Delta_x$ est différent du déplacement du plan d'abscisse x et il vaut $u_x(x + \Delta_x, t)$. De nouveau un développement en série de Taylor au premier ordre permet d'écrire :

$$u_x(x + \Delta_x, t) = u_x(x, t) + \frac{\partial u_x(x,t)}{\partial x}\,\Delta_x \qquad (3.9)$$

Pour prendre en compte la compressibilité du fluide, calculons la dilatation volumique subie par la tranche de fluide.

Soit $\Delta v_0 = S\Delta_x$, le volume à l'équilibre et soit Δ_v, le volume en cours de mouvement, avec :

$$\Delta v = S[x + \Delta_x + u_x(x + \Delta_x) - x - u_x(x)] \qquad (3.10)$$

$$\Delta v = S[\Delta_x + u_x(x + \Delta_x) - u_x(x)] \qquad (3.11)$$

$$\Delta v = \Delta v_0 + \frac{\partial u_x}{\partial x}\Delta v_0 \qquad (3.12)$$

On en déduit la dilatation volumique

$$\theta = \frac{\Delta v - \Delta v_0}{\Delta v_0} \qquad (3.13)$$

$$\theta = \frac{\partial u_x}{\partial x} \qquad (3.14)$$

Rappelons que pour un fluide compressible, la pression acoustique p est reliée à la dilatation volumique θ par la relation

$$p = -\kappa\theta \qquad (3.15)$$

Où κ est le module de compressibilité. On obtient ainsi :

$$p = -\kappa\frac{\partial u_x}{\partial x} \qquad (3.16)$$

Remarque : On utilise souvent le coefficient de compressibilité $\chi = \frac{1}{\kappa}$

$$\rho_0\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (3.17)$$

Les équations (3.16) et (3.17) constituent les deux équations fondamentales de l'acoustique.

dans un fluide au repos, est caractérisée par les équations fondamentales.

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (3.18)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{\chi}\frac{\partial v}{\partial x} \qquad (3.19)$$

Dérivons une fois par rapport au temps l'équation (3.19)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{1\partial}{\chi\partial x}\frac{(\partial v)}{(\partial t)} \qquad (3.20)$$

En utilisant l'équation (3.18)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{1\partial}{\chi\partial x}[-\frac{1}{\rho_0}\frac{(\partial p)}{(\partial x)}] \qquad (3.21)$$

Soit finalement

$$\rho_0\chi\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \qquad (3.22)$$

Cette équation est identique à l'équation d'onde (ou de d'Alembert) `a une dimension,

pour la pression acoustique. La célérité des ondes sonores, ou vitesse du son, est alors identifié comme :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0\chi}} = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho_0}} \qquad (3.23)$$

Nous pouvons donc réécrire l'équation précédente comme:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \qquad (3.24)$$

3.3 Vitesse du son

Le phénomène de propagation étant un processus adiabatique, la relation liant la pression

et le volume est :

$$Pv^\gamma = constante \qquad (3.25)$$

En calculant la différentielle, on obtient :

$$v^\gamma dP + \gamma P v^{\gamma-1} dv = 0 \qquad (3.26)$$

Si l'on considère que dP représente la variation de pression au voisinage de la pression à

L'équilibre P_0 , on obtient :

$$v_0^{\gamma} p + \gamma P_0 v_0^{\gamma-1} \Delta v = 0 \tag{3.27}$$

d'où : $$p = -\gamma P_0 \frac{\Delta v}{v_0} \tag{3.28}$$

Pour processus adiabatique l'équation (3.13) devient comme suit :

$$\theta = \frac{\Delta v}{v_0} \tag{3.29}$$

En tenant compte de la définition du module de compressibilité, on obtient :

$$\kappa = \frac{1}{\chi} = \gamma P_0 \tag{3.30}$$

D'où la vitesse du son dans un fluide :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}} \tag{3.31}$$

Exemple :

Dans l'air, dans les conditions normales $T = 20°C$ et$P_0 = 10^5 N.m^{-2}$,$\gamma = 1.4$ et$\rho_0 = 1.29 kg.m^{-3}$, On déduit$c = 330 m/s$.

- Cas Gaz Parfait

  Pour une mole de gaz parfait, on a :

$$P_0 v_0 = RT \tag{3.32}$$

D'où $$P_0 = \frac{RT}{v_0} \tag{3.33}$$

Et $$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\rho_0 v_0}} \tag{3.34}$$

Le produit $\rho_0 v_0$ représente la masse molaire M du gaz ; d'où :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \tag{3.35}$$

Dans un gaz parfait, la vitesse de propagation du son est proportionnelle à la racine carrée de la température mesurée en kelvin (K).

3.4 Onde progressive sinusoïdale

3.4.1 Définition

Une onde acoustique sinusoïdale, s'écrit :

$$p(x,t) = p_0 \cos(w(t - \frac{x}{V}) \tag{3.36}$$

On définit le module du vecteur d'onde k par :

$$k = \frac{w}{V} \tag{3.37}$$

D'où

$$p(x,t) = p_0 \cos(wt - kx) \tag{3.38}$$

En notation complexe, l'onde progressive sinusoïdale s'écrit :

$$p(x,t) = p_0 e^{i(wt-kx)} \tag{3.39}$$

La relation liant la pression acoustique et la compressibilité, à savoir

$$p(x,t) = -\kappa \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial x} \tag{3.40}$$

Permet d'écrire :

$$u(x,t) = -\frac{1}{\kappa} \int p(x,t) d_x \tag{3.41}$$

$$u(x,t) = -\frac{1}{\kappa} \int p_0 e^{i(wt-kx)} d_x \tag{3.42}$$

$$u(x,t) = +\frac{p_0}{ik\kappa} [e^{i(wt-kx)}] \tag{3.43}$$

Remarque : la relation $c$élerité **c,** la même chose pour V.

On utilise $\mathrm{V} = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho_0}}$ l'équation (3.43) devient :

$$u(x,t) = +\frac{p_0}{iw\, \rho_0 V} [e^{i(wt-kx)}] \tag{3.44}$$

La dérivation de cette dernière expression par rapport au temps permet d'obtenir la vitesse de particules :

$$\dot{u}(x,t) = \frac{p_0}{\rho_0 V} [e^{i(wt-kx)}] \tag{3.45}$$

On constate que pour une onde progressive la vitesse de particules est en phase avec la pression acoustique.

3.5 Impédance acoustique

On appelle impédance acoustique en un point le rapport de l'amplitude complexe de la pression à l'amplitude complexe de la vitesse de particule.

$$Z(x) = \frac{p}{\dot{u}} \tag{3.46}$$

Dans le cas d'une onde progressive, on obtient :

$$Z(x) = \rho_0 V \tag{3.47}$$

Le produit $\rho0V$ définit l'impédance acoustique caractéristique du fluide

Dans le cas d'une onde progressive, on obtient :

$$Z_c = \rho_0 V \tag{3.48}$$

On obtient une propriété de l'onde plane progressive :

$$Z(x) = Z_c \quad \forall x \tag{3.49}$$

3.6 Intensité

On appelle intensité de l'onde acoustique la puissance qui traverse, par unité de temps, une surface unité perpendiculaire à la direction de propagation. Pour calculer l'intensité de l'onde calculons l'énergie qui traverse pendant un intervalle de temps une surface S perpendiculaire à la direction de propagation (voir **Figure 3.4)**.

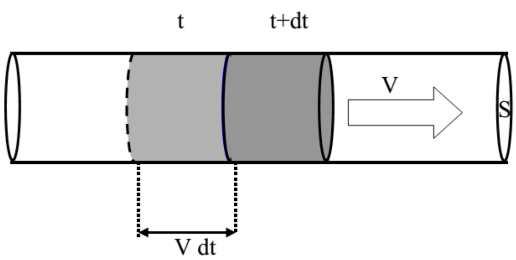


Figure 3.4 : Flux de puissance

Cette énergie dEest égale à l'énergie contenue dans un volume $SVdt$ et elle est égale à

$$dE = \mathcal{E}SVdt \tag{3.50}$$

D'où la puissance Ᵽ traversant cette surface

$$Ᵽ = \frac{dE}{dt} = \mathcal{E}SV \tag{3.51}$$

On en déduit l'expression de l'intensité de l'onde acoustique

$$I(t) = \frac{1}{S}\,\text{Ᵽ} \tag{3.52}$$

$$I(t) = \mathcal{E}V \tag{3.53}$$

On donne l'équation de $\mathcal{E}$ sans démonstration

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\rho_0 V^2} p_0 cos^2(wt - kx) \tag{3.54}$$

$$I(t) = \frac{1}{\rho_0 V} p_0 cos^2(wt - kx) \tag{3.55}$$

On appelle intensité de l'onde acoustique la valeur moyenne

$$I = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} I(t)\, dt \tag{3.56}$$

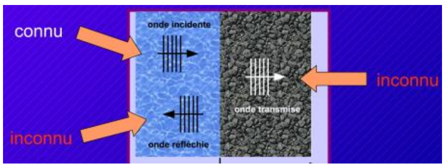
$$I = \frac{{p_0}^2}{2\,\rho_0 V} \tag{3.57}$$

$$I = \frac{{p_0}^2}{2Z_c} \tag{3.58}$$

3.7 Réflexion et transmission

Lorsqu'une onde, qu'elle soit sonore ou électromagnétique, rencontre la surface de séparation de deux milieux de propagation différents :

- une partie de l'onde est renvoyée vers le milieu d'origine : c'est le phénomène de réflexion.
- une autre partie progresse dans le deuxième milieu : c'est le phénomène de réfraction



3.7.1 Coefficient de réflexion énergétique

R = énergie de l'onde réfléchie / énergie de l'onde

$$R = \frac{[Z_1 - Z_2]^2}{[Z_1 + Z_2]^2} \tag{3.59}$$

3.7.2 Coefficient de Transmission

$$T = 1 - R \qquad (3.60)$$

Exemple : Interface eau/aluminium

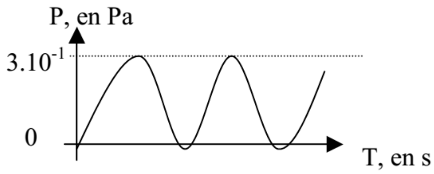
Milieu 1 eau : ρ= 1000 kg/m^3 ; Veau= 1500 m/s

Milieu 2 aluminium : ρ=2700 kg/m^3,Val=6320 m/s

Calculer R ?et T ?

Exercice1

1. Calculer le niveau de pression L_pd'un signal sinusoïdal d'amplitude $3x10^{-1}$ Pa.



2. Calculer Niveau d'intensité L_1d'un signal d'intensité efficace I_{eff} =$10^{-3}w.m^{-2}$.

Exercice2

Si la relation entre la **pression** efficace et l'intensité efficace est :$I_{eff} = \frac{p_{eff}{}^2}{\rho_0.C}$

Quelle est la relation entre niveau $l_I$et l_p ?

Exercice3

Une source sonore ponctuelle émet uniformément dans toutes les directions. L'absorption par l'air est négligeable, la **puissance** acoustique de la source est P_a = $10^{-2}watt.$

1) Donner l'expression littérale de l'intensité acoustique I en un point en fonction de la puissance acoustique de la source et de la distance R du point à la source.

2) Calculer I en un point situé à 5m de la source.

3) Calculer la **pression** acoustique efficace p_{eff} , à 20°C.