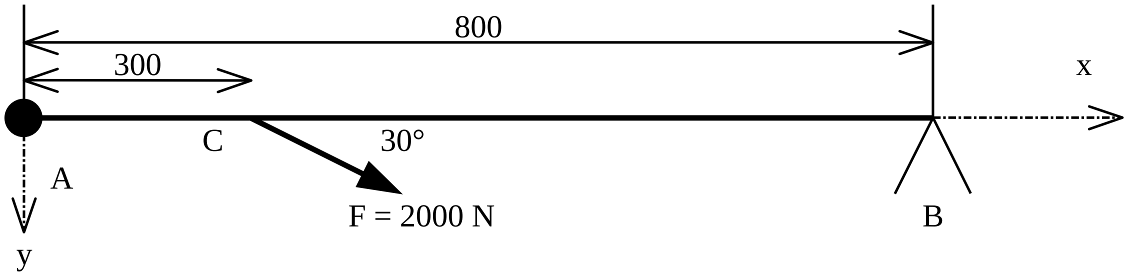
1) FLEXION + EXTENSION.

On se propose d'étudier une poutre de section rectangulaire (12x36), sollicitée dans les conditions ci-dessous :



- On isole la poutre, bilan des actions extérieures, P.F.S., afin de connaître les actions extérieures, ici on a :

$$\begin{cases} A_X + P.\cos 30 = 0 \\ A_Y + B + P.\sin 30 = 0 \\ 800.B + 300.P.\sin 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_X = -375N \\ A_Y = -1732N \\ B = -625N \end{cases}$$

- On recherche le torseur de cohésion, à savoir :

  * tronçon BC.

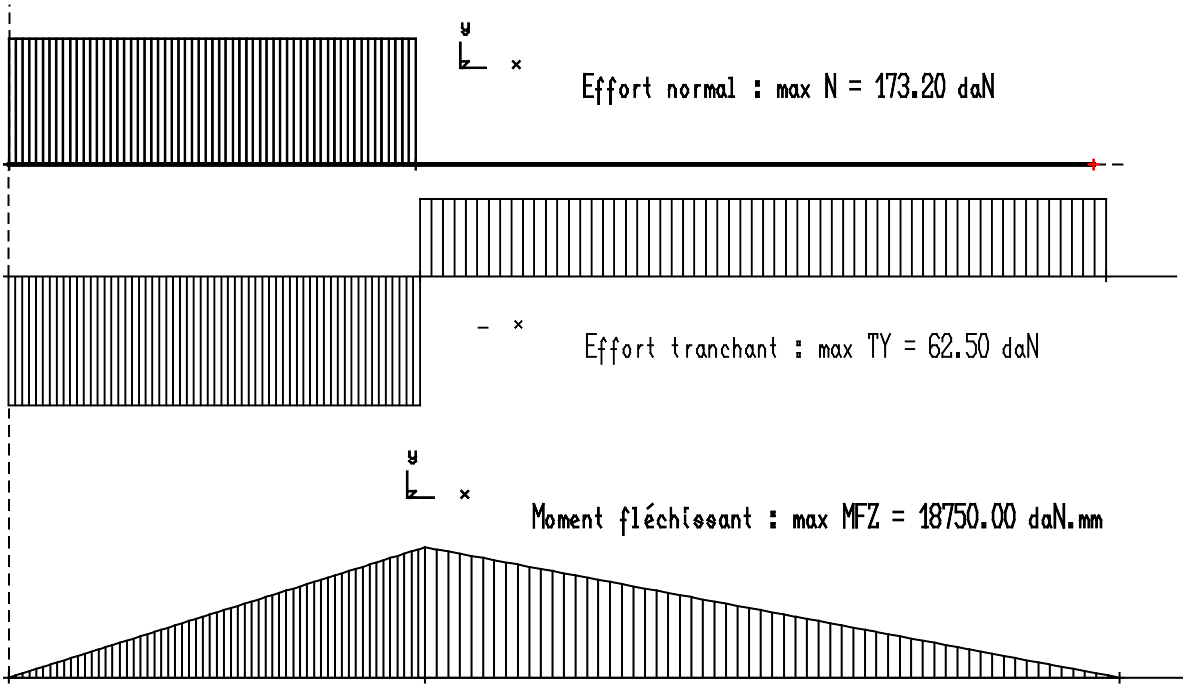
$$\{coh\}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -375 & 0 \\ 0 & 375.(x-800) \end{Bmatrix}_G$$

  * tronçon AC.

$$\{coh\}_G = \begin{Bmatrix} 1732 & 0 \\ 625 & 0 \\ 0 & 625.x \end{Bmatrix}_G$$

On est bien en présence d'une sollicitation d'extension et de flexion simple.

On obtient les diagrammes suivants :



On trouve que la section la plus sollicitée se situe à l’abscisse x = 300.

- On recherche alors les contraintes séparément, à savoir :

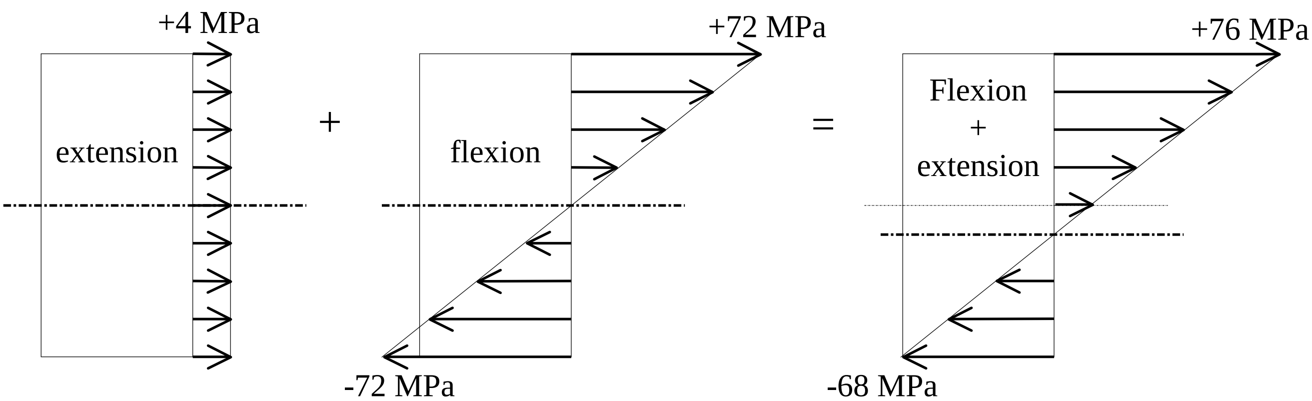
  * contraintes d’extension.

$$\sigma_{ext} = \frac{N}{S} = 4.\,MPa$$

  * contrainte de flexion.

$$\sigma_{flex} = \frac{Mf}{I_G}.\rho = \frac{12.\,Mf}{b.\,h^3}.\frac{h}{2} = 72.\,MPa$$

On procède ensuite à la superposition en additionnant les contraintes.



On observe dans la superposition un décalage de la fibre neutre.

2) FLEXION + TORSION.

Dans ce cas on ne peut utiliser la superposition car les contraintes de flexion sont normales et celles de torsion sont tangentielles. On pondère l'une avec l'autre et l'on réalise 2 études : l'une en flexion, l'autre en torsion.

- Flexion : Moment Idéal de Flexion (utilisé pour le calcul).

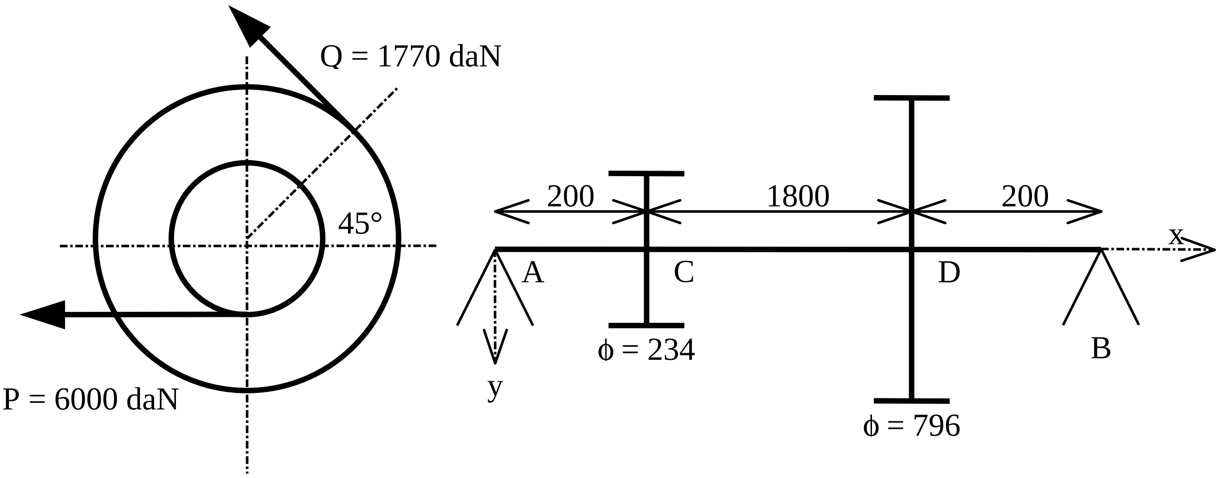
$$Mf_{idéal} = \frac{1}{2} \cdot Mf + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{Mf^2 + Mt^2}$$

- Torsion : Moment Idéal de Torsion (utilisé pour le calcul).

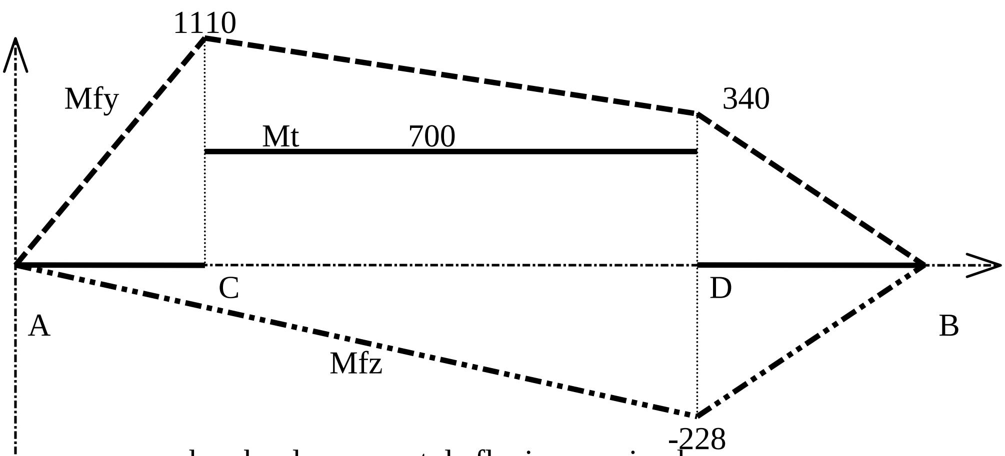
$$Mt_{idéal} = \sqrt{Mf^2 + Mt^2}$$

exemple :

On se propose de rechercher le diamètre (coef. Sécurité s = 4) de l'arbre plein, réalisé en XC32, représenté ci-dessous.



Une étude préliminaire permet de réaliser les diagrammes suivants :



Commençons par rechercher le moment de flexion maximal.

$$Mf = \sqrt{Mfy^2 + Mfz^2}$$

soit en C : 1110 daN.m (cas étudié)

en B : 409,4 daN.m

- étude de flexion :

$$Mf_{idéal} = \frac{1}{2} \cdot Mf + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{Mf^2 + Mt^2} = 1210.daN.m$$

On utilise alors la condition de résistance en flexion pour avoir le diamètre, à savoir :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot s \cdot Mfi}{\pi \cdot \sigma_e}} = 115.mm$$

- étude de torsion :

$$Mt_{idéal} = \sqrt{Mf^2 + Mt^2} = 1310.daN.m$$

On utilise alors la condition de résistance en torsion pour avoir le diamètre, à savoir :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot s \cdot Mti}{\pi \cdot \nu \cdot \sigma_e}} = 118.mm$$

On peut donc prendre un diamètre à partir de 118 mm, par exemple d = 120 mm.

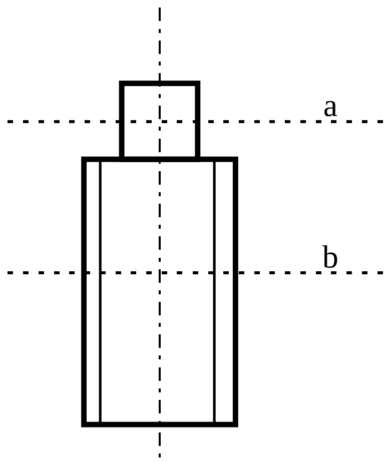
3) EXTENSION + TORSION.

Dans ce cas on ne peut utiliser la superposition car les contraintes d'extension sont normales et celles de torsion sont tangentielles. On utilise alors la relation ci-dessous :

$$\boxed{\sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \leq \frac{\sigma_e}{s}}$$

exemple :

On se propose de vérifier la résistance d'un vérin à vis, supportant une charge de 5000 daN, réalisé en XC42 (Re = 320 MPa), représenté ci-dessous.



Vis $\phi = 45$, filet carré, pas 10

Axe $\phi = 35$

Couple moteur   Cm = 225 N.m
Couple frottement   Cf = 40 N.m

- section a :

En traction, on a alors $$\sigma = \frac{F}{S_a} = \frac{4 \cdot 50000}{\pi \cdot 32^2} = 62.\,MPa$$

En torsion, on a alors $$\tau = \frac{Mt}{I_0} \cdot \rho = \frac{40 \cdot 32}{\pi \cdot 32^4} \cdot \frac{32}{2} = 6.\,MPa$$

On a donc finalement comme coefficient de sécurité :

$$s = \frac{\sigma_e}{\sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2}} = 5{,}1$$ aucun problème ! ! !

- section b :

En traction, on a alors $$\sigma = \frac{F}{S_{bnoyau}} = \frac{4 \cdot 50000}{\pi \cdot 35^2} = 52.\,MPa$$

En torsion, on a alors $$\tau = \frac{Mt}{I_0} \cdot \rho = \frac{(225 - 40) \cdot 32}{\pi \cdot 35^4} \cdot \frac{35}{2} = 22.\,MPa$$

On a donc finalement comme coefficient de sécurité :

$$s = \frac{\sigma_e}{\sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2}} = 4{,}7$$ aucun problème ! ! !